



Ricardo Cunha Teixeira

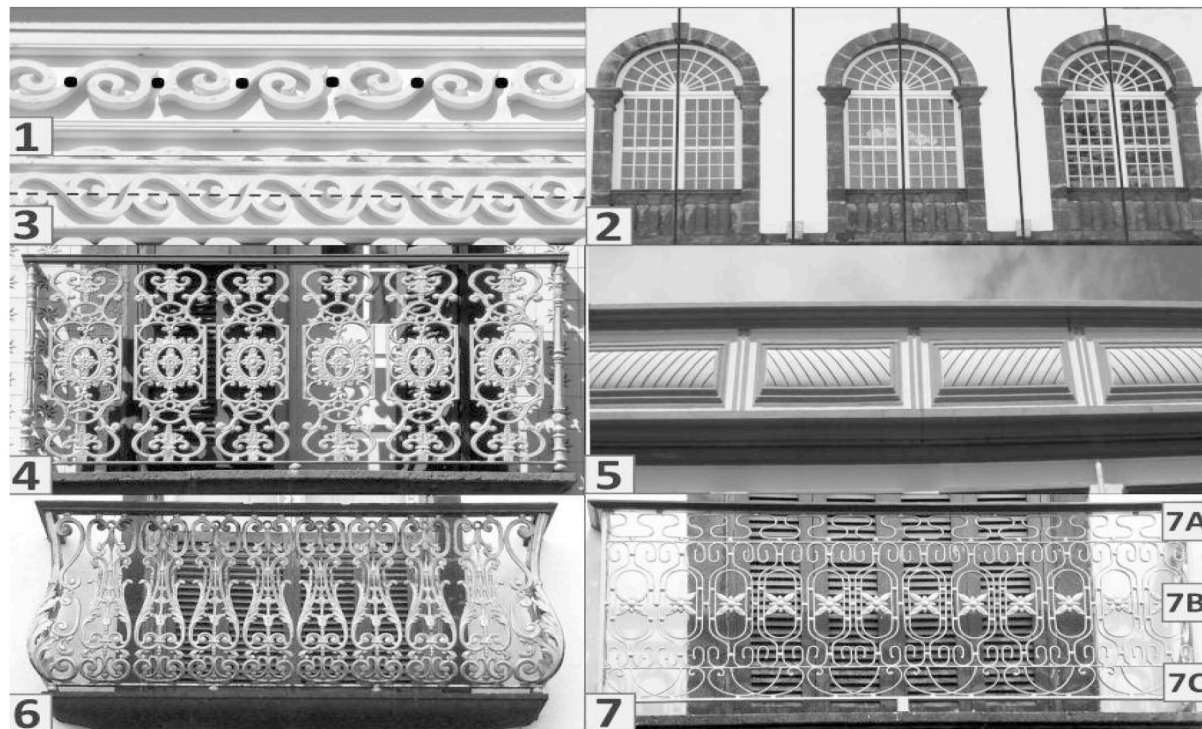
Convido o leitor a percorrer as ruas da cidade da Horta, na ilha do Faial, e a classificar os frisos que encontrar quanto ao seu grupo de simetria. Os frisos são figuras que apresentam simetrias de translação numa única direção. Isto significa que estamos na presença de um friso sempre que é possível identificar um motivo que se repete sucessivamente ao longo de uma faixa, estando as cópias do motivo igualmente espaçadas. A classificação do friso baseia-se na forma como esse motivo se repete, ou seja, na identificação de outras simetrias que o friso possa apresentar. Vejamos como podemos identificar os restantes tipos de simetria.

Prova-se que, a existir simetria de rotação, a sua amplitude terá de ser 180 graus: a chamada meia-volta. A razão é simples. Como o motivo se repete ao longo de uma faixa, segundo uma única direção, a aplicação de uma rotação não trivial com amplitude diferente de 180 graus teria como consequência deslocar o motivo numa direção diferente da pretendida, ou seja, para fora da faixa. A existência deste tipo de simetria é de fácil verificação: se, ao virarmos um friso “de pernas ao ar”, a sua configuração não se alterar, significa que existe meia-volta.

Um friso pode também apresentar simetrias de reflexão em reta ou em espelho. Para evitar confusões, é preferível estudar os frisos “na horizontal”, ou seja, devemos considerar que o motivo se repete segundo uma faixa “paralela ao chão”. Desta forma, podemos falar, sem ambiguidade, em reflexões horizontais (quando o eixo de simetria tem a mesma direção da faixa) e

De cabeça bem erguida II

DR



em reflexões verticais (quando os eixos de simetria são perpendiculares à faixa).

Por fim, há que ter em conta as simetrias de reflexão deslizante, que existem sempre que a repetição do motivo lembrar as marcas das nossas pegadas ao caminharmos descalços na areia.

É possível encontrar um leque diversificado de frisos ao contemplar as fachadas de muitas habitações da cidade da Horta. Nas figuras 1 a 7, apresentam-se alguns exemplos. Em todos eles, há a repetição de um motivo ao longo de uma faixa. Além disso, o espaçamento entre cópias sucessivas do motivo é sempre o mesmo. Resta verificar que outros tipos de simetria apresentam estes frisos.

Na figura 1, existe meia-volta: se virarmos o friso “de pernas ao ar”, a sua confi-

guração não se altera. Os centros de rotação correspondentes às diferentes simetrias de rotação estão identificados na figura (para realizar o estudo matemático, supomos que o friso se prolonga indefinidamente para a direita e para a esquerda). Note-se que esta propriedade já não é válida no caso dos frisos das figuras 2 e 3. Facilmente se constata que, ao virar a faixa de janelas da Igreja das Angústias de “pernas ao ar”, a sua configuração é alterada. Já para o caso da figura 3, há que ter um pouco mais de atenção. Contudo, se o leitor virar o jornal de “pernas ao ar”, verificará que as espirais, que antes enrolavam para a direita, estão agora a enrolar para a esquerda.

Na figura 2, encontramos simetrias de reflexão em espelho. Os eixos de simetria

são verticais e estão representados na figura. De facto, se “dobramos” o plano ao longo de cada uma dessas retas, notamos que há uma sobreposição completa das duas metades do plano. A utilização de um espelho com o bordo assente em cada reta permite obter a mesma conclusão.

Por sua vez, o friso da figura 3 apresenta simetrias de reflexão deslizante. Se fixarmos a nossa atenção na forma como as espirais se repetem ao longo da reta representada a tracejado na figura (que se designa por eixo de deslocamento), ficamos com a sensação que estamos a analisar algo semelhante ao que acontece quando caminharmos descalços na areia (isto porque as espirais se repetem alternadamente à esquerda e à direita do eixo de deslocamento). O que acontece é que cada espiral

é refletida segundo o eixo de deslocamento, sendo de seguida alvo de uma translação (ou seja, de um “arrastamento”), que se caracteriza por um vetor paralelo a esse eixo.

Vejamos outros exemplos. Na varanda da figura 4, existe meia-volta, como é fácil constatar. Também é possível identificar simetrias de reflexão em espelho, concretamente um eixo de simetria horizontal e diversos eixos de simetria vertical. Já na varanda da figura 6, não há meia-volta e apenas se consegue identificar simetrias de reflexão vertical. Os frisos das figuras 4 e 6 constituem os tipos de frisos mais comuns nas nossas varandas.

Também é habitual encontrar mais de um friso numa só varanda, como é o caso da varanda da figura 7. Conseguimos identificar 3 frisos: o friso 7C é do mesmo tipo do friso da figura 6; o friso 7B é do mesmo tipo do friso da figura 4; por fim, o friso 7A é do mesmo tipo do friso da figura 5, que ainda não foi analisado.

O tipo de friso da figura 5 é, de certa forma, especial, pois é o único tipo de friso que apresenta em simultâneo todos os tipos de simetria: existe meia-volta, tem simetrias de reflexão em espelho (de eixos verticais) e tem simetrias de reflexão deslizante (com eixo de deslocamento horizontal). Este friso pertence à fachada de uma habitação da Rua Walter Bensaúde e pode ser contemplado por quem lá passar. Quando tiver oportunidade, aceite este desafio: olhe com atenção para este friso e tente identificar os centros de rotação, os eixos de simetria vertical e o eixo de deslocamento. Ficará surpreendido com as simetrias que se escondem debaixo do seu nariz!

Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, rteixeira@uac.pt