

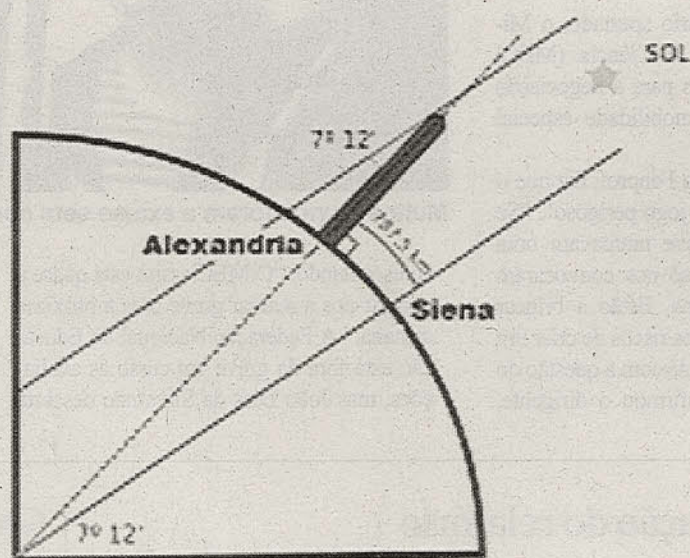
O solstício de Verão e o raio da Terra



João Cabral*

Para celebrar o solstício de Verão, que ocorre no dia 21 de junho, várias instituições portuguesas e estrangeiras irão repetir uma experiência realizada pela primeira vez há mais de dois milénios por Eratóstenes (271 a.C. – 194 a.C.), com a designação de “Bons raios te meçam”. Esta experiência está inserida num conjunto de atividades a serem realizadas no âmbito do Ano Internacional do Planeta Terra 2013 <http://www.mat.uc.pt/mpt2013/> e acontecerá simultaneamente em São Tomé e Príncipe e em várias locais de Portugal, sendo um destes locais portugueses o átrio exterior ao Departamento de Matemática da Universidade dos Açores. Para a experiência ter sucesso, esta tem de ser executada, no momento do Solstício de Verão, no preciso momento do meio-dia solar, do dia 21 de junho, que em Ponta Delgada ocorrerá às 13 horas e 43 minutos. Quem desejar acompanhar a experiência ao vivo poderá fazê-lo junto ao Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, em frente à Escola de Enfermagem de Ponta Delgada.

Eratóstenes era bibliotecário-chefe da Biblioteca de Alexandria, no Egito. Foi nesta biblioteca que encontrou algumas notas escritas num papiro que descreviam o facto de que ao meio dia de cada 21 de junho, na cidade de Siena, a 800 km de Alexandria, localizada mesmo sobre a latitude correspondente ao trópico de Câncer, uma vara enterrada no solo não produzia sombra se estivesse na posição vertical. Um conhecimento, que para muitos podia-se tornar irrelevante, mas não para o espírito investigador de que era imbuído Eratóstenes, especialmente depois de verificar que à mesma hora, em Alexandria o sol produzia alguma sombra numa vara também nas mesmas condições da de Siena. Essa observação fez com que Eratóstenes concluísse logo quase de imediato que a Terra não era plana, pois se assim fosse a sombra em locais diferentes do planeta teria de ser igual e não o era! Mas não se ficou apenas por essa conclusão. Esta diferença de sombras, em locais diferentes, motivou-o a realizar uma experiência que ficaria



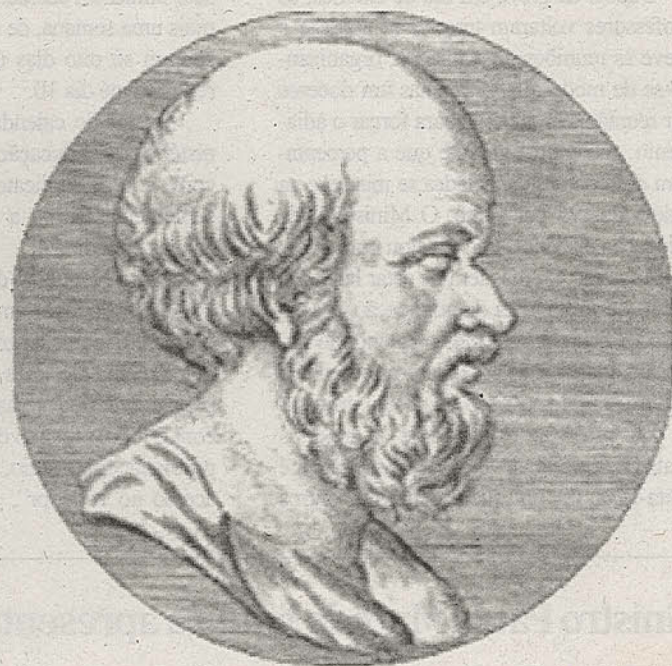
conhecida pela “experiência de Eratóstenes” e que lhe permitiu ser o primeiro a apresentar um valor para a medida do raio do planeta Terra.

Para realizar a experiência é suficiente ter a noção de três conhecimentos, que no ensino Português atual adquire-se no ensino básico na disciplina de Matemática: um deles geométrico, que afirma que se duas retas são paralelas então ao intersecta-las com uma terceira reta, os ângulos correspondentes têm medidas de amplitude iguais; que uma circunferência tem uma medida de amplitude de 360 graus, considerando o vértice angular; que o perímetro da circunferência é o produto do número Pi pelo diâmetro da circunferência; e ainda que os ângulos ao centro de uma determinada circunferência têm a mesma amplitude do que os seus arcos correspondentes.

Para Eratóstenes não era difícil de determinar que, sendo a Terra redonda, uma reta que “passe” por uma vara espetada no solo, na posição vertical, acabará por cruzar o centro da circunferência que representa a superfície terrestre. Com duas varas enterradas no solo, na posição vertical, em locais diferentes, deduz-se logo que ambas as retas que “passem” por estas varas têm de se cruzar no centro da circunferência. Ora, quando o sol incide sobre uma vara produz uma sombra que é fácil de verificar que é um segmento de reta, que tem uma extremidade no ponto onde a vara está espetada no chão. Agora imagine-se uma semi-reta que une o extremo da vara que não está espetado no chão, e que passa pelo outro extremo do seg-

mento de reta que a sombra representa, e meça-se a amplitude do ângulo formado por esta e pela reta que “passa” pela vara. Eratóstenes mediu, e obteve aproximadamente 7 graus de amplitude, tomando como referência a vara em Alexandria. Como os raios de sol incidem de forma paralela na superfície terrestre, e como em Siena não havia sombra nenhuma, Eratóstenes concluiu que a medida da amplitude do ângulo formado entre as duas semi-retas com origem no centro da circunferência, e que passavam em cada uma das varas, em Alexandria e em Siena, era de também de 7 graus. Logo essa medida de amplitude, do ângulo ao centro, seria a mesma do arco respetivo, ou seja o arco terrestre formado entre Siena e Alexandria teria uma amplitude de 7 graus. Eratóstenes deduziu que 7 graus correspondia a aproximadamente 1/50 de 360 graus. Como na altura sabia-se que a distância de Alexandria a Siena era aproximadamente 800 km, então o perímetro da Terra teria de corresponder a $50 \times 800 = 40\,000$ km, muito próximo do valor conhecido atualmente de 40072 km ao longo da linha do equador. Esta dedução advém do cálculo simples conhecido pela “regra três simples”, em que se 360 graus correspondem a um perímetro inteiro da Terra, então 7 graus irá corresponder a 800 km. Sabido o perímetro é fácil extrair o raio, basta dividir o valor por $2 \times \text{Pi}$, determinando Eratóstenes que o raio da Terra seria de 6369 km.

Atualmente, ao fazer as medições em Alexandria obtínhamos uma medida de amplitude de 7 graus e 12 minutos para o arco e sendo a distância exata



entre Alexandria e Siena de 787,5 km, como está exemplificado na imagem, podemos refazer os cálculos de Eratóstenes e obter uma melhor precisão para o raio da Terra.

Devido ao facto de que a Terra não é uma esfera perfeita, a sua superfície não pode ser representada com exatidão por uma circunferência, logo não existe um valor exato que represente o seu raio. Sabemos que nos pólos o raio é de aproximadamente 6357 km e no equador é de 6378 km, aproximadamente. O valor mais usado como referência em vários modelos Matemáticos é 6371 km.

Qualquer pessoa pode realizar esta experiência em casa, e tentar calcular o valor aproximado do raio da Terra, no local onde mora. Mas se quiser participar numa experiência em grupo, basta aparecer às 13 horas em frente ao Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, no dia 21 de junho. É sempre um momento de convívio diferente, e honra a memória de um grande matemático, Eratóstenes, que em pleno século II a.C. já sabia que a Terra tinha de ser redonda, e até já tinha determinado uma estimativa impressionante para o raio da Terra. Note-se que estes cálculos foram realizados sem acesso a grandes tecnologias, mas Eratóstenes era possuidor da melhor tecnologia de todas: o conhecimento aliado à sempre incessante curiosidade!

*Professor do Departamento de Matemática da Universidade dos Açores
Diretor do Centro de Matemática Aplicada e Tecnologias de Informação
jcabral@uac.pt