

# Caos, Natureza e Fractais



João Cabral

Neste momento o leitor ao ler este artigo já deve estar de férias ou então a planear as suas férias. Em resultado da crise económica em que Portugal se encontra mergulhado, a opção de férias em contato com a Natureza é sempre a mais económica, especialmente se não se afastar muito da área de residência habitual, e é sempre a mais saudável. Por isso, desta vez, decidi escrever sobre a forma como a Matemática está presente na Natureza. Mas para perceber a forma como podemos encontrar a Matemática na Natureza torna-se necessário clarificar uns conceitos base muito fáceis de entender.

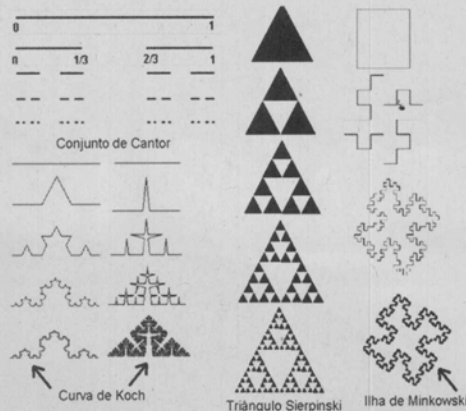
Comecemos pela explicação do que se entende por Caos. Embora a palavra, no senso comum, de Caos tenha uma conotação bastante negativa, pois associadas à palavra Caos estão palavras como desordem, confusão, imperceptibilidade, etc., na Matemática, o Caos, ou de forma mais geral, todo o evento que tenha um comportamento caótico, é descrito como tendo duas regras fundamentais. Para que um evento seja definido como caótico, em primeiro lugar ele tem de ser topologicamente transi-

tivo, isto é, as várias componentes do evento, quando ocorrem, têm de ocorrer em cadeia de tal forma que quando uma componente ocorre as outras também ocorrem logo imediatamente de seguida. Para facilitar a visão deste aspeto podemos imaginar uma fila de dominós colocados em linha, uns atrás dos outros. Quando empurramos uma peça de dominó, as restantes peças vão caindo sequencialmente, umas atrás das outras. Por isso, esta propriedade transitiva também é conhecida como "efeito dominó" por, na prática, se assemelhar a esse evento. Em segundo lugar tem de existir instabilidade estrutural, isto é, quando o evento ocorre de um determinado modo, basta que haja uma pequena diferença nas condições iniciais, as que levam ao surgimento do evento, por

mais imperceptível que esta seja, em relação à forma como o evento ocorre ao longo do tempo, para que haja logo imediatamente grandes diferenças de comportamento e formas como o próprio evento ocorre. Ao adicionarmos uma terceira característica ao evento, a auto-semelhança, dizemos que este tem características fractais. A auto-semelhança é simples de entender, pois como o próprio nome indica, esta propriedade existe quando no próprio evento existem momentos em que existe uma certa repetição, sendo os efeitos destes pequenos momentos iguais ao todo, ao evento em si, mas com uma dimensão mais reduzida. Um exemplo de auto-semelhança na natureza é o crescimento de uma couve-flor. Quando partimos uma couve-flor pela sua base, em bocados, cada pedaço obtido é idêntico, em forma, a toda a couve-flor. Outro exemplo pode ser verificado observando as folhas de um feto. No crescimento de um feto verificamos que cada folha do feto assume as mesmas características que todo o feto em si, só que numa escala mais reduzida. A propriedade da auto-semelhança

Oceano Atlântico pode causar uma tempestade no Japão.

As entidades matemáticas conhecidas como fractais são seres muito estranhos, e por vezes muito intrigantes. Os mais conhecidos são os fractais que têm por base figuras geométricas. Com um simples lápis e papel podemos construir uma infinidade de variedades fractais, que em termos estéticos possuem uma beleza impar. Existem fractais com comprimento zero, mas que se conseguem desenhar, que é o caso do conjunto de Cantor. Existem fractais que cabem numa folha de papel, mas têm comprimento infinito, que é o caso da curva de Koch. Existem fractais com perímetro infinito, mas que têm área nula, que é o caso do triângulo de Sierpinski. Existem fractais com área finita, fácil de medir, representável por um número, mas que têm perímetro infinito, que é o caso da ilha de Minkowski.

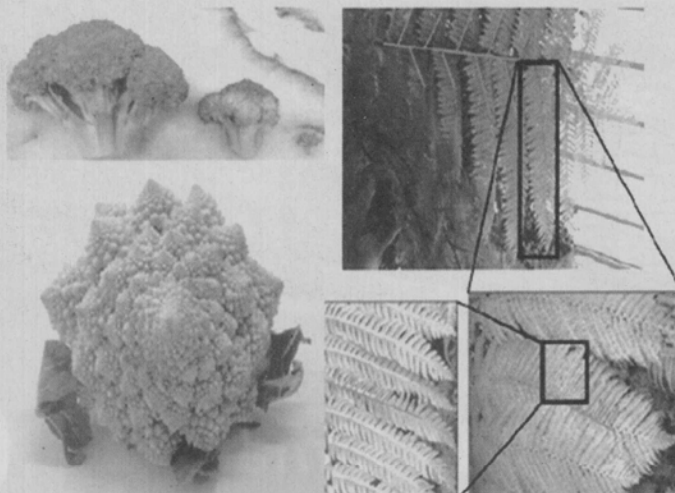


para reconhecer a existência de um padrão fractal nas plantas. Muito antes dos seres humanos terem construído as imagens artificiais que levam à construção dos fractais, já a natureza usava o conhecimento de que só estando em formato fractal é possível obter-se um maior perímetro de folha em pouco espaço, e a maior área possível de exposição solar, usando recursos limitados.

Apesar da maioria dos eventos naturais não poderem ser descritos como fractais, sendo designados de quase-fractais, os matemáticos rapidamente se aperceberam das aplicações, e implicações, que o conhecimento obtido através do estudo da geometria fractal trazia para a ciência. Começaram a produzir diversas ferramentas matemáticas que são, hoje em dia, usadas por cientistas de outras áreas, especialmente em modelos de simulação, modelos esses que permitem estudar de forma artificial um fenómeno natural em laboratório. Este conhecimento é usado, por exemplo na medicina, pois como podemos ver também numa das imagens aqui apresentadas, a rede de vasos sanguíneos dos pulmões, do coração e até a própria estrutura do DNA, segue uma estrutura fractal em termos geométricos. Mas também é usado na meteorologia, em previsões do estado do tempo, bem como no estudo de tempestades, que nos ajudarão certamente, um dia, a possuir o conhecimento necessário que possibilite salvar-se vidas com previsões muito mais exatas da data da sua ocorrência, e como ocorrem.

A relação entre o Caos, Natureza e Fractais foi recentemente apresentada por mim na Escola de Verão, para alunos do secundário, organizada pelo Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, possível de ser revisitada em <http://sites.uac.pt/evm2013/>.

\*Professor do Departamento de Matemática da Universidade dos Açores  
Diretor do Centro de Matemática Aplicada e Tecnologias de Informação  
jcabral@uac.pt



dos fractais é a responsável pela beleza estética, muito apreciada por todos, quando se observa um objeto fractal, seja ele artificial, ou natural. Assim, resumindo, o Caos Matemático existe quando observamos um efeito dominó, que com mudanças muito ligeiras altera o seu comportamento de forma muito substancial e radical. Caso exista uma repetição, de certa forma padronizada, neste Caos Matemático, este diz-se um Fractal. Muitos matemáticos consideram os fractais como sendo uma espécie de Caos organizado e as ferramentas criadas no seu estudo, hoje em dia, permitem construir aplicações que são muito úteis no estudo de fenómenos naturais. A teoria do Caos é sempre lembrada pela célebre mensagem de que o bater das asas de uma borboleta em pleno

estudo de fenómenos naturais. A teoria do Caos é sempre lembrada pela célebre mensagem de que o bater das asas de uma borboleta em pleno