Notação científica: uma forma eficaz de representar e operar com pequenos e grandes números

Fotos: DR

Por: Maria do Carmo Martins
Professora do Departamento de Matemática
da Universidade dos Açores
mika@uac.pt

Começo este artigo com um pequeno desafio ao leitor a fazer lembrar a prova de "dedo rápido" do concurso "Quem quer ser milionário." Coloque por ordem crescente os seguintes números 241000000000; 48200000000; 0,000000000021 e 0,00000000043. Quanto tempo levou? Mais do que imaginava inicialmente? Sentiu-se, inesperadamente, perdido a contar zeros? Não se preocupe, é normal. Mas o que contribuiu para que não fossemos capazes de ordenar rapidamente os números? Se calhar a forma como estão representados. Em todos os casos perdemo-nos logo relativamente à quantidade zeros, pelo que sem contá-los ou sem a presença de pontos de separação das classes é necessário mais do que um simples olhar para decidir.

Para contornar estas dificuldades (e não só) surge a **notação científica**, que é uma convenção para representar números, especialmente adequada para números muito grandes ou muito pequenos e que simplifica os cálculos entre estes. De forma muito sucinta, a notação científica transmite duas propriedades de uma medida que são úteis: **algarismos significativos e ordem de grandeza.**

Segundo consta, a primeira tentativa conhecida para representar números demasiadamente extensos foi realizada pelo notável matemático, físico e inventor grego Arquimedes (287a.C– 212a.C). O "pai da notação científica" descreveu-a na sua obra "O contador de Areia", no século III a.C.,depois de desenvolver um método de representação numérica para estimar quantos grãos de areia seriam necessários para preencher o universo. Já agora, o número estimado foi 10^63(10 elevado a 63) grãos, ou seja, 1 seguido de 63 zeros.

No sentido de compreender a notação científica é necessário abordaras potências de base 10. Uma potência de base 10 e expoente natural n, representada por 10^n, é o resultado da multiplicação de 10 por si mesmo n vezes, isto é, 10^n=10x10x...x10=10...0 (n zeros). Assim, 10^1=10; 10^2=10x10=100; 10^3=1000, etc.

Relativamente ao desafio colocado acima, note o leitor que 241000000000 = 241x10^9. Mas, por sua vez, 241 = 2,41x10^2, pelo que 241000000000 = 2,41x10^2x10^9. Nesta representação, temos a multiplicação de duas potências com a mesma base: uma com expoente 2 e outra com expoente 9. Recorrendo à definição de potência, temos (10x10) x(10x10x10x10x10x10x10x10x10) = 10^(2+9) = 10^11, pelo que 241000000000 = 2,41x10^11. Na multiplicação de potências com a mesma base observa-se a seguinte regra: o resultado da multiplicação de potências com a mesma base é uma potência com esta base cujo expoente é a soma dos respetivos expoentes, isto é, 10^nx10^m = 10^(n+m). De forma análoga, escrevemos 48200000000 = 4,82x10^10, e facilmente concluímos que 4,82x10^10 é menor que 2,41x10^11.

Para indicar números entre 0 e 1 são utilizadas potências de base 10 com expoentes negativos. Define-se 10^(-1) = 1/10 = 0,1; 10^(-2) = 1/(10^2) = 0,01; 10^(-3) = 0,001 e assim sucessivamente. Em geral, 10^(-n) corresponde a 1 precedido por (n-1) zeros e uma vírgula decimal, isto é, 10^(-n) = 0,0...01(n zeros no total incluindo o que está antes da vírgula).

Agora podemos representar os dois números que faltavam no desafio que vos coloquei. Assim, 0,000000000021 = 21x10^(-12). Por sua vez, 21 = 2,1x10, pelo que 0,000000000021 = 2,1x10x10^(-12). Aplicando a regra da multiplicação de potências com a mesma base, tem-se que 10x10^(-12) = 10^[1+(-12)] = 10^(-11), vindo 0,000000000021 = 2,1x10^(-11). Relativamente a 0,00000000043 tem-se que 0,00000000043 = 43x10^(-11) = 4,3x10x10^(-11) = 4,3x10^(-10).

Voltemos ao desafio com que iniciei este artigo: coloque por ordem crescente os seguintes números 2,41x10^11; 4,82x10^10; 2,1x10^(-11) e 4,3x10^(-10). E agora, foi mais rápido? É caso para afirmar que, afinal, as aparências fazem toda a diferença, pelo menos no se refere a números.

$$12.300.000 = 1,23 \times 10^{7}$$
$$1.230.000 = 1,23 \times 10^{6}$$
$$123.000 = 1,23 \times 10^{5}$$
$$12.300 = 1,23 \times 10^{4}$$
$$1.230 = 1,23 \times 10^{3}$$
$$123 = 1,23 \times 10^{2}$$
$$12,3 = 1,23 \times 10^{1}$$
$$1,23 = 1,23 \times 10^{0}$$
$$0,123 = 1,23 \times 10^{-1}$$
$$0,0123 = 1,23 \times 10^{-2}$$
$$0,00123 = 1,23 \times 10^{-3}$$
$$0,000123 = 1,23 \times 10^{-4}$$
$$0,0000123 = 1,23 \times 10^{-5}$$
$$0,00000123 = 1,23 \times 10^{-6}$$
$$0,000000123 = 1,23 \times 10^{-7}$$

Nos exemplos anteriores, escrevemos os números num padrão uniformizado - **notação científica** -, isto é, na forma bx10^n, onde o coeficiente b, denominado mantissa, é um número real cujo valor absoluto (distância até à origem) é igual ou maior que 1 e menor que 10 e o expoente n, a **ordem da grandeza**, é um número inteiro. Faz parte da convenção ter apenas um dígito não nulo à esquerda da vírgula decimal. Por esta razão é que escrevemos 241000000000 como sendo 2,41x10^(11) e não 241x10^9 e 0,00000000043 como 4,3x10^(-10) e não 43x10^(-11), embora, em cada caso, ambas as expressões representam a mesma quantidade.

Além da simplicidade de reconhecimento, a notação científica facilita os cálculos entre números de ordens de grandeza distintas, uma vez que podemos usar a regra das potências que enunciámos: 10^nx10^m = 10^(n+m). Por exemplo, tendo em conta que existem cerca de sete mil milhões de pessoas no planeta Terra e sabendo que o sistema nervoso de cada ser humano em idade adulta tem cerca de 86000000000 neurónios, quanta *massa cinzenta* tem a humanidade? O leitor sabe que o resultado consiste em multiplicar o número de pessoas pela quantidade de neurónios, ou seja, teremos de efetuar 7x10^9x8,6x10^10 = (7x8,6)x10^(9+10) = 60,2x10^19 = 6,02x10^1x10^19 = 6,02x10^20. Fácil certo? Não fazemos a mínima ideia da grandiosidade desta quantidade, mas ficamos felizes por concluir os cálculos depressa!

Foi um cálculo desta natureza que atraiçoou oprimeiro-ministro Eng. António Guterres quando tentou calcular 6% do produto interno bruto português que na altura era de aproximadamente 3 mil milhões de contos. Disse ele:"6x3 = 18, portanto, 6% de 3 mil milhões... enfim, é fazer a conta." Na verdade, 6%x3000000000 = 6x10^(-2) x3x10^9 = (6x3)x10^(-2+9) = 18x10^7 = 1,8x10^8, que corresponde a cento e oitenta milhões de contos. O que traiu o nosso governante não foi o cálculo da mantissa, mas a ordem de grandeza do número. Para avaliar a dificuldade da tarefa, tente o leitor fazer mentalmente este cálculo, depressae dizer por extenso o resultado (mesmo sem ter as câmeras de televisão apontadas).

Com a finalidade de traduzir números verdadeiramente astronómicos, tais como (950 biliões) 9,5x10^14 e outros mais hirsutos, precisamos da notação científica para certas expressões de quantidades tradicionais. Aprendemos no decurso da nossa formação que um milhar é 10^3; um milhão é 10^6; mil milhões é 10^9; um bilião é 10^12. Mas como adquirir uma noção real das diferenças entre esses números? Bom, se atendermos a que 1000 segundos são cerca de 17 minutos, 1 milhão de segundos são cerca de 11 dias e meio e que mil milhões de segundos são aproximadamente 32 anos, ficamos com uma melhor perceção destas ordens de grandeza.Por exemplo, usando esta analogia entre números e segundos, o programa de ajustamento pedido por Portugal à "Troika", no valor de 78 mil milhões de euros, corresponde a 2496 anos.

Além da Economia, a notação científica é amplamente utilizada em áreas como a Física,a Química ou a Biologia. Por exemplo, a velocidade da luz no vácuo é de 299792458metros por segundo, isto é 2,99792458x10^8 metros por segundo; a maior distância observável do universo é cerca de 74000000000000000000000000 metros, ou seja, 7,4x10^25 metros; o tamanho do vírus da gripe é 0,0000000023metros, isto é, 2,3x10^(-9) metros. Para valores como esses, a notação científica é indubitavelmente mais adequada, pois apresenta a quantidade de **algarismos representativos**, isto é, todos os algarismos diferentes de zero, quando lidos da esquerda para a direita. O algarismo zero também é um algarismo significativo se estiver à direita do primeiro algarismo significativo diferente de zero. Traduzindo, o valor da velocidade da luz no vácuo tem 9 algarismos significativos; a maior distância observável do universo e o tamanho do vírus da gripe têm ambos 2.

Para terminar coloco um último desafio: quanto tempo leva a luz a percorrer a maior distância observável do universo? Ou seja, qual é o resultado de 7,4x10^25 a dividir por 2,99792458x10^8? Neste caso, é preciso ter em conta outra regra das potências, nomeadamente, a divisão de potências com mesma base é uma potência com esta base e cujo expoente é a diferença entre o expoente do dividendo e o do divisor. Em notação matemática, 10^n / 10^m = 10^(n-m). Agora estamos em condições de responder a este último desafio: 7,4x10^25 / 2,99792458x10^8 = (7,4 / 2,99792458) x10^(25-8) = 2,4683743045x10^17 segundos, ou seja, 7,827163x10^6 milénios, um número inimaginável para quem vive, em média, 80 anos!