

O primo Dezassete



Helena Sousa Melo*

Hoje sendo o dia 17 de Outubro e devido ao simbolismo antagónico que envolve o número 17, ocorreu a lembrança de escrever a seu respeito. O número 17 na Cabala, uma sapiência que investiga a natureza divina, é tido como número de boa sorte, pois segundo a Gematria, conhecida como numerologia hebraica que a cada letra atribui um número, é a soma das letras da palavra hebraica que significa “bem”. Por outro lado, é também considerado como um número desafortunado, talvez pelo facto do anagrama de seu numeral romano, XVII, ser VIXI, que em latim quer dizer “eu vivi”, por outras palavras, “já vivi”, ou “estou morto”.

Sendo despertados por este conflito do seu significado, fomos investigar algumas de suas propriedades, atribuições e curiosidades.

O número 17 é o sétimo número primo, um número que só é divisível por um e por ele próprio entre os números naturais, vindo depois do 13 e antes do 19. O 17 e o 19 são designados primos gémeos, pois a sua diferença é igual a 2. 17 é a soma dos quatro primeiros números primos, isto é, $2 + 3 + 5 + 7 = 17$, e pode ser escrito como a soma do quadrado de um número primo com o cubo de outro número primo, ou seja, $3^2 + 2^3 = 9 + 8$. (O sinal ^ indica a operação de potenciação, assim 2^3 corresponde a 2 elevado a 3, cuja potência tem base 2 e expoente 3)

O 17 é o quarto número primo de Proth. Todo o número primo de Proth pode ser expresso na forma $k \times 2^n + 1$, sendo k um número ímpar, n um número inteiro positivo e com 2^n maior que k, na qual k multiplica 2 elevado a n e depois adicionamos 1. Assim, se fizermos $k = 1$ e $n = 4$, temos as três condições satisfeitas e obtemos $1 \times 2^4 + 1 = 17$. Outros números primos de Proth são 3, 5, 13, 41, 97, 113, 193, 241, etc.

Este primo 17 é o décimo terceiro termo da sequência de Euclides-Mullin que é uma sequência infinita de primos em que cada termo é o factor, adicio-

nado de 1, do produto de todos os termos anteriores. Os primeiros quinze termos desta sequência são 2, 3, 7, 43, 13, 53, 5, 6221671, 38709183810571, 139, 2801, 11, 17, 5471, 52662739. O primeiro termo é o número primo 2, fazendo $2 + 1$ obtemos 3, o segundo termo. Se fizermos $2 \times 3 + 1$, obtemos um número primo e o terceiro termo, 7. Agora ao fazer $2 \times 3 \times 7 + 1$, obtemos o número primo 43, o quarto termo. Calculando o produto de $2 \times 3 \times 7 \times 43 + 1$ temos 1807 que é igual a 13×139 , assim, obtemos o quinto termo da sequência, o número primo 13. Para

priedade que afirma que todo F_n primo possibilita a construção, com régua e compasso, de um polígono regular de F_n lados. Esse facto veio resolver alguns problemas dos géometras gregos que apenas construía as suas figuras planas com régua e compasso. Os gregos desenhavam triângulos equiláteros, quadrados, pentágonos regulares e todos outros polígonos, decorrentes desses, com um número duplicado de lados, sendo um grande desafio a construção de polígonos cujo número de lados era, principalmente, um número primo.

por outro número, até a quantidade dos seus algarismos, o respetivo produto apresenta os mesmos algarismos e na mesma ordem do número inicial. Por exemplo, se multiplicarmos 588.235.294.117.647 por 7 obtemos 4.117.647.058.823.529, se fizermos 588.235.294.117.647 por 11, obtemos 6.470.588.235.294.117, sendo válido até 16, pois quando multiplicamos 588.235.294.117.647 por 17 obtemos 9.999.999.999.999.999.

Se formos para as simetrias e a sua utilização em padrões geométricos no plano, como as rosáceas, os frisos e os pavimentos, verificamos que existem exatamente 17 grupos de simetria no plano bidimensional, 17 tipos distintos de pavimentos, normalmente chamados de grupos de papel de parede, onde estão representados os 17 tipos de simetria possíveis que podem ser utilizados.


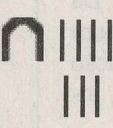


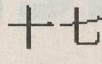

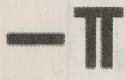
Muito mais podemos apresentar para além do mencionado sobre o número 17, pois como todos os números ele encerra em si alguns segredos.

Finalizamos referenciando o distinto cientista nascido na Suíça neste mesmo dia em 1759. Trata-se do matemático e físico Jacob Bernoulli ou Jakob, também conhecido por Jakob II Bernoulli, que teve seu destaque na física-matemática, na área da balística e da elasticidade e veio a falecer, afogado no rio Neva em São Petersburgo, em 3 de julho de 1789. Curiosamente a soma dos dois últimos algarismos

do ano de sua morte é 17. Oriundo de uma grande família de intelectuais, era o filho mais novo do matemático e físico Johann II Bernoulli (1710 – 1790). O nome de vários membros da família aparece numerado devido à existência de muitos Bernoulli matemáticos. Vejamos alguns dos seus parentes: Nicolaus I Bernoulli (1687 – 1759), matemático; Nicolaus II Bernoulli (1695 – 1726), matemático com trabalhos em curvas, equações diferenciais e probabilidade; Daniel Bernoulli (1700 – 1782), desenvolveu o Princípio de Bernoulli e o paradoxo de São Petersburgo; Johann III Bernoulli (1744 – 1807), astrónomo, geógrafo e matemático.

*hmelo@uac.pt
 Professora Auxiliar
 Centro de Matemática
 Aplicada e Tecnologias
 de Informação
 Departamento de Matemática
 Universidade dos Açores

17

 Numeração grega jónica	 Numeração egípcia	10001 ₍₂₎ Sistema binário
 Numeração babilónia	 Numeração grega ática	
 Numeração japonesa	 Numeração maia	 Numeração antiga chinesa

$F_n = 2^{2^n} + 1$
 Número de Fermat

encontrar o sexto termo, calculamos $2 \times 3 \times 7 \times 43 \times 13 + 1 = 23479$, que é igual 53×443 , obtemos então 53. Experimente encontrar o próximo termo da sequência. Teria paciência para ver porquê o 17 faz parte dessa sequência?

O 17 é também o terceiro número de Fermat, depois do 5 e antes do 257, pois pode ser expresso na forma de uma potência de dois que é elevada a uma potência de dois e ao resultado desta potência adicionamos 1, ou seja, $2^{2^n} + 1$, e são indicados por F_n . Neste caso, temos 17 quando $n = 2$, isto é, $2^{2^2} + 1$, onde obtemos $2^4 + 1$ e por sua vez, $16 + 1 = 17$. Por ser um número de Fermat, possui a propriedade de ser igual ao produto, de todos os anteriores, adicionado de 2. Assim, como 3 é o primeiro número de Fermat, para $n = 1$, e 5 é o segundo número de Fermat, para $n = 2$, temos que $3 \times 5 + 2 = 17$.

Outro episódio curioso decorrente de 17 ser um número primo e também um número de Fermat. Há uma pro-

Assim, o polígono de 17 lados, denominado heptadecágono, pode ser construído com régua e compasso e foi Johann Carl Friedrich Gauss (30/04/1777 – 23/02/1855), matemático, astrónomo e físico alemão, considerado “o príncipe da matemática”, que com apenas 18 anos, provou a sua construção. Esta prova aparece na obra Disquisitiones Arithmeticae. Gauss considerava a construção desse polígono, uma das suas maiores proezas matemáticas e comenta-se o seu desejo por ter um heptadecágono desenhado no seu túmulo, mas infelizmente esse gosto não foi cumprido.

Uma outra curiosidade sobre o número 17 é quando dividimos 1 por 17, obtemos a dízima infinita periódica 0,(0588235294117647), de período 16, em que os dezasseis algarismos que se repetem na mantissa, 0588235294117647, dão-nos um número cíclico. Um número cíclico é um número que quando multiplicado