



UNIVERSIDADE DOS AÇORES

DEPARTAMENTO DE ECONOMIA E GESTÃO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS EMPRESARIAIS

ESTIMAÇÃO DA FUNÇÃO PRODUÇÃO E RENDIMENTO DE LEITE POR ANIMAL

APLICAÇÃO DA FUNÇÃO GAMA INCOMPLETA À ILHA DE SÃO MIGUEL

Rui Alexandre Viveiros Ponte

Orientador: Professor Doutor Francisco José Ferreira Silva

Ponta Delgada, Junho de 2009

## DEDICATÓRIA

Dedico esta dissertação a toda a minha família e amigos, em especial atenção aos meus pais, irmãos, tios e principalmente ao meu querido avô António de Medeiros Ponte (*in memoriam*).

## AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos aqueles que contribuíram para a conclusão deste estudo, nomeadamente ao meu orientador, Doutor Francisco Silva, ao meu pai, Luís Ponte, à Associação Agrícola de São Miguel na pessoa da Eng.<sup>a</sup> Beatriz Afonso e à Eng.<sup>a</sup> Adelaide Mendes, em representação dos Serviços de Desenvolvimento Agrário de São Miguel. A todos o meu muito obrigado.

## RESUMO

A função Gama Incompleta foi utilizada para explicar o comportamento dos 305 dias de lactação de vacas leiteiras da Ilha de São Miguel – Açores. Foram utilizadas 330.127 observações de produções diárias destes animais e estimadas as funções Produção e Rendimento por animal em cada lactação.

A partir da função Produção e Rendimento por animal, foram apuradas as lactações e os meses de parto que maximizam a produção e o rendimento para cada lactação. Concluiu-se que a quarta e quinta lactação maximizam o rendimento e a produção acumulados por animal aos 305 dias de produção. Os partos ocorridos entre os meses de Outubro a Dezembro mostraram maximizar a produção acumulada da lactação, enquanto os partos ocorridos entre os meses de Agosto a Dezembro contribuem para a maximização do rendimento acumulado por lactação.

A gestão do efectivo animal orientada para a maximização do rendimento da exploração deverá ter em conta que as inseminações destes animais deverão ocorrer entre os meses de Dezembro a Março, por forma ao parto acontecer no mês pretendido e a lactação iniciar-se na altura do ano que propicie a optimização do rendimento.

A gestão das lactações do efectivo animal, numa exploração leiteira da ilha de São Miguel, demonstrou poder aumentar a produção e o rendimento por animal até 25%, enquanto a gestão dos meses de parto demonstrou maximizar também a produção e o rendimento por animal até 9%.

Contudo, o baixo valor de ajustamento do modelo ( $R^2$  de 25%) sugere a utilização de outros modelos matemáticos com maior poder explicativo da produção de leite dos animais da Ilha de S. Miguel do que a função Gama Incompleta

## ABSTRACT

The Incomplete Gamma function was used to explain the behavior of 305 days of lactation of dairy cows on the island of São Miguel - Azores. We used 330,127 observations for daily production of these animals and estimated the animal's Production and Income functions per lactation.

From the production and yield functions per animal, we estimated the lactation and months of delivery that maximizes the production and income per lactation. We concluded that the fourth and fifth lactation maximize the accumulated income and production per animal for the 305 days of production. The births occurred between the months of October to December showed to maximize the aggregate production of milk, while births occurring between the months of August to December helped to maximize the cumulative yield per lactation.

The livestock's management oriented to maximize the income efficiency of the farm should take into account that these animal's inseminations must occur between the months of December to March, so the birth happen in the chosen month and lactation takes place at the time of the year that provides the optimization of yield.

The management of livestock's lactation, in a dairy farm on the island of São Miguel, showed to increase the production and yield per animal up to 25%, while the management of months of birth also demonstrated to maximize the production and yield per animal up to 9%.

However, the low value of the model adjustment ( $R^2$  of 25%) suggests the use of others mathematical models with better explanatory power of milk production of animals of the island of S. Miguel than the Incomplete Gamma function.

# ÍNDICE

DEDICATÓRIA.....	ii
AGRADECIMENTOS .....	iii
RESUMO .....	iv
ABSTRACT .....	v
ÍNDICE.....	vi
ÍNDICE DE TABELAS .....	vii
ÍNDICE DE FIGURAS .....	viii
INTRODUÇÃO.....	9
CAPITULO II – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA.....	11
2.1 Ciclo de Lactação.....	11
2.2 Modelo Gama Incompleto .....	13
2.3 Ciclo do Preço do Leite .....	15
2.4 Objectivos .....	16
CAPITULO III – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....	17
CAPITULO IV – METODOLOGIA.....	34
4.1 Função Produção.....	34
4.2 Função Rendimento .....	36
CAPITULO V – RESULTADOS.....	38
5.1 Caracterização das Lactações .....	39
5.2 Função Produção.....	41
5.3 Função Rendimento .....	44
CAPITULO VI – CONCLUSÕES .....	48
REFERÊNCIAS .....	50
ANEXOS.....	54

## ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 1 – Análise de Significância Estatística.....	38
Tabela 2 – Mês do parto que maximiza a Produção acumulada da lactação.....	42
Tabela 3 – Mês de inseminação que maximiza a Produção acumulada.....	43
Tabela 4 – Efeito máximo na Produção da gestão do mês de parto.....	43
Tabela 5 – Mês de parto que maximiza o Rendimento acumulado da lactação.....	45
Tabela 6 – Mês de inseminação que maximiza o Rendimento acumulado.....	46
Tabela 7 – Efeito máximo da gestão do mês de parto por lactação.....	47

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 – Curva de Lactação típica.....	11
Figura 2 – Sazonalidade do Preço de Compra de Leite à Produção.....	16
Figura 3 – Produção média acumulada aos 305 dias por Lactação.....	41
Figura 4 – Ciclo de Produção da quinta lactação iniciada em Dezembro.....	42
Figura 5 – Evolução do Rendimento acumulado médio por lactação.....	44
Figura 6 – Ciclo do Rendimento da quarta lactação iniciada em Setembro.....	45
Figura 7 – Combinação entre os Ciclos do Preço e Produção.....	46

## INTRODUÇÃO

A agricultura representa um dos principais pilares da economia da Região Autónoma dos Açores, contribuindo de forma decisiva para o equilíbrio da sua balança comercial. O sector agrícola representa actualmente mais de 10% da empregabilidade e da economia da região, sendo que 54% desta representação refere-se à produção de leite. Para além disso, a produção de leite nos Açores, a qual cerca de 80% é exportada, representa cerca de 27% do total da produção portuguesa (SREA, 2009).

Devido à delicada conjuntura insular na qual os Açores se inserem, o processo de importação de matérias-primas e exportação do produto acabado torna-se, muitas das vezes, insustentável, e o negócio da produção de leite não foge a esta condição. Também a forma como o preço de compra do leite ao produtor é estipulado, sendo a indústria (comprador) a defini-lo, faz diminuir o poder de controlo da margem de lucro por parte do produtor. Nestas circunstâncias, o empresário agrícola não consegue, por sua autonomia, remeter o valor dos sucessivos aumentos dos custos que incorre com a aquisição de matérias-primas (maquinaria, suplementos alimentares, medicamentos, combustíveis, fertilizantes, etc.) para a indústria ou para o consumidor final.

O produtor torna-se assim forçado a otimizar a produção da sua exploração, como meio de torná-la rentável. Esta optimização passa pela utilização de animais em produção com as características óptimas nos momentos ideais para a maximização da produção e das receitas associadas à venda do leite que cada animal produz. Visto que cada animal tem uma produção variável ao longo do ano, dependendo das suas características, observando-se também variações sazonais no preço de venda do leite à indústria ao longo do ano, é de todo o interesse, do ponto de vista do produtor, ter

informação estatística acerca dos *timings* mais eficientes para se produzir e que animais utilizar, combinando a sazonalidade produtiva dos animais ao longo das estações do ano com o ciclo biológico de produção de cada animal e com a sazonalidade das cotações do preço do leite.

Desse modo, pretende-se avançar com uma análise aos padrões produtivos dos bovinos produtores de leite da ilha de São Miguel, de modo a estimar estatisticamente o impacto de cada variável que possa afectar a produção de leite destes animais. Depois de criado um modelo que consiga prever a produção diária de um animal com determinadas características, será conjugado com um outro modelo que valorize esta produção e nos indique quais as características dos animais e os *timings* temporais que maximizem o rendimento proveniente pela venda de leite, considerando que o preço da matéria vendida, tal como a produção de cada animal, varia ao longo do ano.

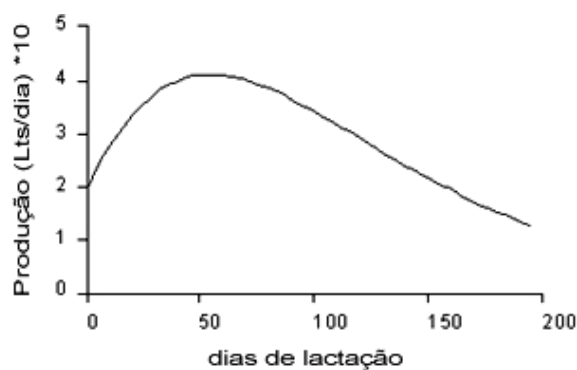
É também objectivo desta dissertação a construção de ferramentas que sejam capazes de ajudar os produtores a maximizarem o rendimento das suas explorações, utilizando práticas mais eficientes na gestão e manejo dos seus animais.

## CAPITULO II – FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

### 2.1 Ciclo de Lactação

Alguns investigadores têm elaborado diversos estudos empíricos no estudo do ciclo biológico produtivo de animais produtores de leite de forma a caracterizar e prever a sua produção. Têm sido utilizadas funções algébricas que descrevem a relação existente entre a produção de leite e o tempo decorrido pós parto (Figura 1).

Figura 1 – Curva de Lactação típica.



A representação gráfica da produção de leite por um animal em função do tempo é denominada de curva de lactação (Yadav, Katpatal, & Kavshik, 1977). Esta curva, um sumário conciso do padrão de produção de leite determinado pela eficiência biológica de um animal, é utilizado para selecção e gestão da alimentação de um animal ou de uma manada. Uma vaca tem um ciclo produtivo de cerca de 305 dias por ano e o seu comportamento varia devido ao processo de crescimento e morte das suas células mamárias. Este ciclo é normalmente composto por uma produção inicial ( $t=0$ ), ascensão até ao pico, pico de produção e posterior declínio até à secagem do animal ( $t=305$ ), fase em que entra em repouso por cerca de dois meses até parir novamente e iniciar uma nova lactação.

Das principais particularidades de uma Lactação, destacam-se a persistência e o pico. Enquanto o pico da lactação designa o momento em que a produção de leite é máxima, numa dada lactação, a persistência pode ser definida como a capacidade da vaca em manter a sua produção após atingir esse pico.

Cada animal tem diferentes capacidades de transformar a sua alimentação em leite, dependendo da sua genética, condições ambientais, idade, parição, estágio da lactação, entre outros factores. Independentemente destes factores, há um ciclo natural de produção dentro do qual estes agentes operam, tornando-o variável em qualidade, quantidade, pico e persistência.

A importância de conhecer o Ciclo de Produção, bem como os factores que dele fazem parte, está assente na premissa de que qualquer impacto no formato da curva de lactação tem influência directa no lucro de uma exploração leiteira.

As curvas de lactação e os parâmetros calculados a partir delas, pico e persistência, têm sido utilizados desde há muito tempo para auxiliar a gestão nas explorações leiteiras. O conhecimento da previsão da produção poderá tornar-se decisiva em operações de manejo animal. Pois, com base em *inputs* específicos de um animal, é possível estimar-se a previsão da sua produção, no intervalo de tempo pretendido, permitindo que o produtor efectue um aproveitamento produtivo e genético dos animais eficientes e eliminar os que não o sejam, bem como efectuar operações de alimentação, inseminação e abate nos *timings* eficientes, de forma a tirar o máximo proveito económico do conhecimento da sua função Produção. Torna-se assim fundamental estimar, a partir de registos históricos, a produção total de leite de um animal em lactação.

As curvas de lactação são também importantes para o estabelecimento de estratégias capazes de otimizar a selecção e a busca de génotipos mais eficientes e rentáveis para o produtor. A forma da curva indica ao produtor possíveis necessidades de se efectuarem operações de maneio na alimentação do animal ou da manda. Por exemplo, a fase ascendente da curva indica a necessidade de se assegurar ao animal um plano nutritivo superior ao normal, permitindo um reforço do seu potencial de produção, já que o animal atravessa uma fase biológica de ascensão produtiva. Já a fase descendente requer um plano de nutrição menos complexo, pois o animal está a atravessar uma fase biológica de quebra na produção, não compensando nutri-lo demasiadamente.

Assim, o estudo da forma da curva de lactação e dos seus componentes, possibilita o estabelecimento de programas de melhoramento que considerem, além da produção total, os componentes que determinaram a curva de lactação, cuja forma seria a mais desejável, no sentido biológico ou económico.

## 2.2 Modelo Gama Incompleto

O avanço dos procedimentos estatísticos e o desenvolvimento de novas técnicas computacionais tornaram possível a utilização de métodos mais aperfeiçoados, os quais conduzem a uma estimativa mais precisa da produção leiteira. Nos países mais desenvolvidos, a capacidade computacional das explorações leiteiras tem vindo a melhorar nos últimos anos, sendo possível medir e guardar todos os registos da produção diária de cada animal. Com esta informação, é possível construir as curvas de lactação para cada animal e os respectivos parâmetros para comparação, análise e controlo de gestão de cada animal. A necessidade está em encontrar um modelo matemático que consiga ajustar-se com a maior precisão possível a este fenómeno.

Os modelos matemáticos empíricos de curvas de lactação são funções regulares  $y = f(t)$ , definidos para valores positivos da produção de leite por dia ( $y$ ) e do tempo decorrido pós-parto ( $t$ ). Estes modelos representam uma ferramenta fundamental de investigação para o desenvolvimento e validação de modelos mecanicistas, com o objectivo de explicar as principais características da produção de leite padrão em termos de conhecer a biologia da glândula mamária durante a gestação e lactação. Estes modelos têm ainda a vantagem de minimizarem a variação aleatória, simultaneamente sintetizando o perfil da lactação em parâmetros biologicamente interpretáveis.

Os modelos são úteis para se estimar a produção de leite na lactação a partir de resultados parciais e para se construir projecções de acordo com a extensão do período de lactação, propiciando diversas tomadas de decisão do gestor da manada.

Para serem robustos, os modelos de programação matemática que tentem descrever este fenómeno devem reconhecer a natureza biológica complexa da produção de leite. Desse modo, os investigadores devem quantificar o efeito de cada variável, de modo a tirar o máximo partido do seu conhecimento.

Algumas equações algébricas têm sido propostas por diversos investigadores desta área, tendo comparado e discutido resultados e conclusões entre si. Entre elas está a função Gama Incompleta (Wood, 1967), que tem a habilidade de gerar curvas de diversos formatos, afectados por factores ambientais e biológicos. Por este motivo, o modelo de Wood tem sido amplamente utilizado para estimação de lactações. A função Gama Incompleta ( $y_n = an^b e^{-cn}$ ) é uma função exponencial constituída por três parâmetros ( $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) e uma variável tempo ( $n$ ). Estes parâmetros são normalmente interpretados como produção inicial ( $a$ ), ascensão até ao pico ( $b$ ) e decréscimo pós pico ( $c$ ) da produção de leite ( $y_n$ ) num determinado dia ( $n$ ) pós parto. Este modelo é ainda

vantajoso pelo facto de se modelar a diversos tipos de curvas devido à sua configuração algébrica.

Muitos outros modelos matemáticos têm sido sugeridos, por diversos autores, ao longo dos últimos anos. Contudo, alguns investigadores (Kellogg, Urquhart, & Ortega, 1977) afirmam que o modelo matemático mais adequado para explicar a produção de leite será diferente para cada região geográfica e para cada situação climática.

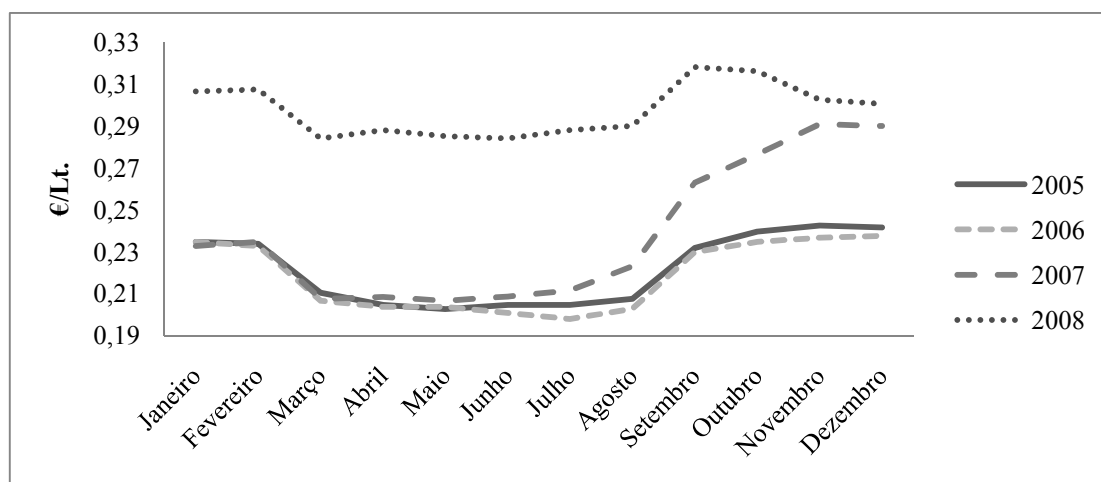
### 2.3 Ciclo do Preço do Leite

O preço de compra de leite ao sector da produção por parte das indústrias transformadoras depende de diversos factores relacionados com a modalidade, qualidade e quantidade do leite entregue bem como das condições de equilíbrio entre a procura e oferta no mercado internacional de lacticínios.

Existe um processo inverso entre a cadeia de entrega deste produto e a fixação do seu preço, pois, apesar do leite e seus derivados serem bens de primeira necessidade, não são de origem limitada e afluem em grande quantidade aos mercados. Desse modo, o preço destes produtos são indirectamente definidos pelo sector da distribuição à indústria, que, por sua vez, remete esta volatilidade directamente no preço a comprar à produção.

Derivado do facto de existir maior abundância de leite nos mercados nos períodos de verão e maior escassez deste produto nos períodos de inverno, o preço pago ao produtor normalmente é sazonalizado nestes períodos (Figura 2), como forma de equilibrar a entrega de leite no mercado.

Figura 2 – Sazonalidade do Preço de Compra de Leite à Produção.



Fonte: SIMA GPP – Ministério da Agricultura.

Assim, o preço de venda do leite é uma das variáveis que o produtor não consegue controlar, mas uma das que pode tirar partido do conhecimento do seu comportamento.

## 2.4 Objectivos

Os objectivos do estudo foram metodologicamente definidos da seguinte forma:

1. Estimar os parâmetros da função Gama Incompleta que se ajustem aos dados utilizados, por lactação e mês de parto;
2. Calcular a previsão da Produção por animal acumulada aos 305 dias, por lactação e mês de parto, através da aplicação dos parâmetros estimados na função Gama Incompleta;
3. Estimar os Preços médios mensais de venda de leite à Indústria utilizando um modelo de previsão sazonal com base em informação histórica;
4. Calcular a previsão do Rendimento por animal acumulado aos 305 dias, por lactação e mês de parto, multiplicando a Produção pelos respectivos Preços estimados;
5. Analisar os resultados e apurar as características (lactações e meses de parto) que maximizam a Produção e o Rendimento de cada animal.

### CAPITULO III – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Um dos primeiros trabalhos a propor um modelo algébrico que descrevesse uma curva de lactação foi o de Brody (1923), que propôs uma função exponencial com declínio final [1]. No ano seguinte, o autor concluiu que a função não proporcionava um ajuste adequado ao fenómeno biológico da produção de leite, pois não considerava o pico da lactação, ignorando o crescimento inicial até ele. Desse modo, modificou a função original, introduzindo outro parâmetro no novo modelo [2] que já considerava um crescimento inicial até ao pico, seguido de um declínio até ao final da lactação.

$$[1] \quad y = ae^{-bn} \quad \text{Brody} \quad 1923$$

$$[2] \quad y = ae^{-bn} - ae^{-cn} \quad \text{Brody} \quad 1924$$

Estudos posteriores (Cobby & Le Du, 1978) verificaram, pela análise dos resíduos, que este modelo tendia a sobrestimar a produção no início e no final da lactação e subestimá-la no meio da lactação.

Posteriormente, outros modelos não lineares foram propostos por outros autores, como Sikka (1950), que desenhou uma função Parabólica Exponencial [3], que com uma curvatura do tipo “sino” pretendia explicar o fenómeno. Mas, devido ao facto de ser perfeitamente simétrica em relação ao seu pico, a função, apesar de explicar a primeira fase, não conseguia descrever a parte final do comportamento produtivo animal (Singh & Bhat, 1978), pois o fenómeno real não ocorria da forma simétrica que o modelo indicava.

$$[3] \quad y = ae(bn - cn^2) \quad \text{Sikka} \quad 1950$$

Nelder (1966) propôs também um modelo algébrico, o Polinomial Inverso [4], para justificar o comportamento das lactações. O modelo descreve com alguma exactidão as lactações que se iniciam com uma taxa de crescimento baixo e atingem o pico de produção mais cedo do que o normal (Kumar & Bhat., 1979), e, segundo Batra (1986), este modelo explica a produção de leite com mais exactidão que as funções Gama [5], Parabólica e Exponencial [3], quando comparados os  $R^2$  na utilização de dados semanais.

$$[4] \quad y = n/(a + bn + cn^2) \quad \text{Nelder} \quad 1966$$

Wood (1967) propôs a função Gama Incompleta [5] para modelar a produção animal de leite e, desde aí, tem sido o modelo mais popular para esta finalidade, devido às suas inúmeras vantagens. Uma destas vantagens é a sua capacidade de prever a produção de leite a partir de uma observação parcial para uma dada lactação (Kellogg, Urquhart, & Ortega, 1977), e, apesar de exponencial, através da sua transformação logarítmica, permite o apuramento dos coeficientes com relativa facilidade. Outra das vantagens do modelo de Wood [5] é a sua interpretação biológica, pois, à luz da ciência, cada parâmetro da função tem uma explicação lógica.

$$[5] \quad y = an^b e^{-cn} \quad \text{Wood} \quad 1967$$

Contudo, estudos de Cobby (1978) e Grossman & Koops (1988) demonstraram que o modelo Gama Incompleta [5] sobrestimava a produção na fase inicial e terminal do ciclo, subestimando-a na fase intermédia.

Também Dave (1971) contribuiu para a investigação algébrica do comportamento da produção de leite, apresentando uma função Quadrática [6], no intuito de explicar o ciclo produtivo de búfalas de raça indiana na sua primeira lactação.

$$[6] \quad y = a + bn - cn^2 \quad \text{Dave} \quad 1971$$

Investigando os mais pertinentes modelos construídos até então, Cobby & Le Du (1978) modificaram a segunda função de Brody [2], alterando o seu declínio final por um declínio linear [7]. Os investigadores provaram estatisticamente que o seu modelo ajustava-se com maior exactidão ao ciclo de lactação do que o proposto por Wood [5], por ter um menor erro residual.

$$[7] \quad y = a - bn - ae^{-cn} \quad \text{Cobby e Le Du} \quad 1978$$

Madalena (1979) utilizou uma Regressão Linear Simples [8] na tentativa de também descrever a produção de leite animal. Este modelo exibia apenas um declive com decréscimo linear e, por este facto, nunca se demonstrou prático no âmbito científico, por obter credenciais estatísticas, nomeadamente variâncias, inferiores aos modelos propostos por outros autores.

$$[8] \quad y = a - bn \quad \text{Madalena} \quad 1979$$

No mesmo ano, Molina & Boschini (1979) propuseram, para lactações de vacas da raça Holstein, um modelo Linear Modal [9], construído para que a função desenhasse duas curvas opostas, uma até, e outra após o pico de produção.

$$[9] \quad y = a - b|n - c| \quad \text{Molina e Boschini} \quad 1979$$

Ainda este ano, Congleton e Everett (1979) testaram o impacto das variáveis “Ano de parto”, “Mês de parto”, “Dias de descanso antes do parto”, “Nível de produção do animal” e “Nível de produção da manada”, utilizando o modelo Gama Incompleto [5].

A estimação dos coeficientes foi efectuada por aplicação de regressões lineares à função logaritmizada, analisando a sua variância pelo método ANOVA. Os investigadores chegaram à conclusão que todos os parâmetros eram significativos na explicação do fenómeno, excepto os dias de descanso antes do parto. Foi também concluído que à medida que a vaca envelhece o pico de lactação aumenta enquanto a persistência do mesmo diminui, vacas que iniciem a sua segunda lactação em Novembro produzem 11% mais leite do que outras paridas em Julho e 4,5% mais leite do que as paridas em Abril e, que parir em Julho permite aos animais efectuarem lactações mais persistentes.

No ano seguinte, os mesmos autores (Congleton & Everett, 1980) voltaram a testar a aplicação da função de Wood [5] em lactações de animais da raça Holstein em Cornell, USA. Foram apuradas diversas curvas de lactação através de regressões lineares múltiplas, depois da transformação logarítmica da função Gama Incompleta [5]. As estimativas da produção acumulada aos 305 dias pós-parto previstas pela função foram comparadas com a produção real das mesmas lactações, através de medidas de erro e enviesamento. Os autores observaram um enviesamento elevado quando utilizados dados da primeira semana pós-parto, este índice baixou quando utilizados registos de produção superiores a uma semana após o parto. Ao utilizarem observações até aos primeiros 120 ou 210 dias de lactação, o erro e enviesamento da previsão da produção voltou a aumentar progressivamente até ao final da lactação. Também a utilização de observações mensais, em vez de diárias, fez aumentar os indicadores de erro e enviesamento, pelo que concluíram que o modelo não se mostrou adequado aos dados utilizados.

Dhanoa (1981) reparametrizou a função Gama Incompleta [5], introduzindo uma nova variável [10] – tempo até atingir o pico de produção, afirmando que a correlação

do novo parâmetro introduzido e o utilizado por Wood [5] era significativamente inferior.

$$[10] \quad y = an^{mc}e^{-cn} \quad \text{Dhanoa} \quad 1981$$

Singh & Gopal (1982) surgiram no panorama do estudo da função Produção de leite, inicialmente, com um modelo Linear [11], utilizando uma função composta por logaritmos acumulados. Contudo, este modelo ignorava a produção inicial, apesar de desenhar com alguma precisão o pico e o declive posterior a ele. Por este motivo, ainda neste ano propuseram uma função mais precisa [12] do que a inicial, provando estatisticamente a sua superioridade em relação ao modelo inicial bem como aos modelos de Nelder [4] e Wood [5], para dados bissemanais de búfalos leiteiros de raça indiana.

$$[11] \quad y = a - bn + c \ln(n) \quad \text{Singh \& Gopal} \quad 1982$$

$$[12] \quad y = a + bn + cn^2 + d \ln(n)$$

Já os investigadores Yadav e Sharma (1984) avaliaram lactações de vacas mestiças Haryana-Jersey, Haryana-Holandesa e Haryana-Pardo-Suíça, utilizando diversas funções. Algumas dessas funções foram capazes de descrever apenas a parte descendente da curva, enquanto as funções Polinomial Inversa [4] e Gama Incompleta [5] estimaram de forma mais exacta a fase ascendente, o pico e a fase descendente, sendo as mais precisas, segundo os autores, para explicar a curva da lactação daqueles animais. Os resultados foram semelhantes aos observados por Madalena, Martinez e Freitas (1979) em animais da raça Zebu-Europeu.

Papajcsik & Boderó (1988) construíram seis modelos [13-18] utilizando um emparelhamento adequado de funções matemáticas com crescimento – exponenciais,

logaritmos, arcos-tangentes – e funções com decrescimento - exponenciais negativas e co-senos hiperbólicos inversos, num estudo de comparação das suas funções com algumas das mais pertinentes propostas até então [1-10 e 13-18] para explicar a Produção de leite. Os autores aplicaram dados de lactações mensais aos modelos, comparando os erros mínimos quadrados (EMQ) e concluíram que uma das suas funções [13], bem como o modelo de Wood [5], apresentavam, entre todas as analisadas, as menores estimativas de EMQ. Já numa base de lactações diárias, o mesmo teste foi efectuado e três [13-15] das suas funções apresentavam-se no *top7* das funções que tinham menor EMQ para a primeira lactação completa em vacas da raça Holstein, juntamente com os modelos de Nelder [4], Wood [5], Cobby & Le Du [6] e a função inicial Singh & Gopal [10]. Mas, apesar da função matemática agora construída [15] encaixar com maior precisão (menor EQM) nos dados diários utilizados, não era estatisticamente ( $P > 0.05$ ) (Sherchand, McNew, Rakes, Kellogg, & Johnson, 1992) diferente dos modelos de Wood [5] e de Cobby & Le Du [6].

$$[13] \quad y = an^b / \cosh (cn)$$

$$[14] \quad y = a(1 - e^{-bn}) / \cosh (cn)$$

$$[15] \quad y = a \operatorname{arctang}(bn) / \cosh (bn)$$

Papajcsik & Boderó 1988

$$[16] \quad y = a \ln(bn) e^{-cn}$$

$$[17] \quad y = a \ln(bn) / \cosh (cn)$$

$$[18] \quad y = a \operatorname{arctan}(bn) e^{-cn}$$

Também Grossman & Koops (1988) propuseram inicialmente uma função logística Multifásica [19], que indicava a produção total de leite somando cada fase da lactação. A vantagem da função Difásica (utilizando duas fases do modelo) em relação à função Gama Incompleta de Wood [5] foi provada por esta deter resíduos em menor número e

dispersos de forma mais aleatória. Cada fase da função Difásica tem, também, um maior sentido interpretativo à luz da biologia, pois as duas fases conseguem explicar o comportamento produtivo antes e depois do pico de produção máxima da lactação. Porém, a função Trifásica [20] (multifásica que utiliza três fases do modelo) mostra uma exactidão ainda superior à Difásica [19], por deter um menor índice de resíduos auto-correlacionados e por explicar a produção inicial com maior precisão (De Boer, Weller, Gipson, & Grossman, 1989).

$$[19] \quad y = \sum_{i=1} \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i(t - c_i))]\}$$

Grossman & Koops 1988

$$[20] \quad y = \sum_{i=1}^2 \{a_i b_i [1 - \tanh^2(b_i(t - c_i))]\}$$

Durães, Teixeira e Freitas (1991) testaram a aplicação da função Gama Incompleta [5] e a sua aplicação nos efeitos de factores do meio nas componentes da curva de lactação de vacas da raça Holandesa e sobre a produção de leite e teor de gordura em vacas cruzadas Holandês x Gir, respectivamente. Verificaram que os valores dos parâmetros “a” e “c” da curva foram influenciados pelo ano e ordem do parto, enquanto o parâmetro “b” foi influenciado apenas pelo ano do parto. Nesse estudo foi também observado um aumento da produção no pico e uma queda na persistência à medida que as vacas tendiam para a sua maturidade.

Freeze e Richards (1992) utilizaram dados mensais de lactações completas de forma a estimar curvas de lactação para produção de leite, conteúdo de gordura, conteúdo de proteína e alteração do peso animal. Os dados utilizados foram provenientes de uma manada de vacas da raça Holstein e foram aplicados à função Gama Incompleta [5]. Foram utilizadas equações simultâneas (múltiplas) na estimação, utilizando-se observações mensais. Os factores genéticos e dietéticos foram isolados

através da informação sazonal de mês de parto, mês actual de produção e idade do animal. Os autores detectaram diferenças empíricas significativas entre curvas de lactação de animais com diferentes idades, potencial genético, produção de componentes do leite (gordura e proteína) e estrutura do corpo (peso). A análise simultânea aos diversos factores permitiu interpretar o impacto económico de cada um deles na produção, tornando o trabalho de maximização do lucro mais eficaz, por conseguir trabalhar os parâmetros individualmente, ao passo que uma análise linear não considera as relações entre os parâmetros. Como resultados, os autores concluíram que a produção de leite estava positivamente correlacionada com o ganho de peso do animal, sugerindo ao produtor a tomada de medidas de minimização de perda de peso da vaca. A poupança resultante do aumento da produção por via da alimentação dos animais para que não percam peso, depende de quanto o custo marginal de manter o peso de um animal for inferior ao ganho marginal obtido na produção. A proteína também aumentou com a produção, concentração de gordura e aumento de peso do corpo, levando a sugerir novamente ao produtor, num cenário de valorização do produto (leite) pelo teor de proteína, a utilização de manejo alimentar de modo a manter a condição corporal do animal, como metodologia de maximizar o lucro. Contudo, o modelo de equações múltiplas (leite, proteína, gordura) não mostrou um forte poder explicativo ( $R^2=51\%$ ) como os resultados de Cobby e Le Du (1978), Congleton e Everett (1980) e Wood (1967) para o modelo Gama Incompleto [5] ( $R^2$  entre 80 e 95%). Dados mais frequentes (semanais *versus* mensais) e mais dados de lactações completas deverão contribuir para uma maior precisão da estimação dos coeficientes. Os autores sugerem ainda a inserção do *input* “estado de gravidez” na estimação, para melhorar a capacidade explicativa do modelo.

Weigel (1992) estudou a aplicação de funções multifásicas para modelar o fenómeno biológico da produção de leite. O investigador utilizou uma função monofásica [19] e introduziu uma nova fase no modelo, perfazendo um modelo de duas fases [21] – obtendo, segundo o autor, uma interpretação biológica perceptível em cada fase.

$$[21] \quad y = d_1 [1 - \tanh^2(b_1(n^k - c_1))] + d_2 [1 - \tanh^2(b_2(n - c_2))] \quad \text{Weigel 1992}$$

Sharaby e Aziz (1994) testaram uma modificação da função Gama Incompleta em vacas da raça Frísia da Arábia Saudita, na sua primeira lactação. Foram utilizados 203 registos para estimar os parâmetros da curva de lactação (função Produção) e determinar a importância do sexo da cria, mês de parto e a regressão destes parâmetros nos coeficientes do peso actual, peso do animal e peso da cria. Os investigadores utilizaram a função Gama Incompleta modificada por Kuck [22], pois esta função, através da modificação seno e co-seno, consegue explicar efeitos sazonais na Produção.

$$[22] \quad y = an^b e^{-cn} [1 + u \sin(x) + v \cos(x)] \quad \text{Kuck (1976)}$$

O sexo da cria não demonstrou ter efeitos significantes nos parâmetros estimados. Contudo, vacas que abortaram, mostraram uma função da Produção diferente de animais com parto normal. O mês de parto teve um efeito significativo sobre a produção inicial de leite e na taxa de crescimento até ao pico de produção. O peso do animal demonstrou um efeito bastante significativo também na produção inicial. Concluíram, portanto, que a sazonalidade, peso do animal e da cria têm um importante efeito na função Produção.

Sherchand, McNew, Kellogg e Johnson (1995) testaram a aplicação de 10 modelos diferentes para modelização da função Produção de leite. Utilizaram uma base de dados de animais da raça Holstein (Arkansas University), agrupando-as por lactações (1<sup>a</sup>, 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup>, 4<sup>a</sup> ou mais) e por períodos (primeiros 30 dias, de 31 a 60 dias e de 60 a 90 dias). Foram estimados os parâmetros para todas as funções e comparados os indicadores de erros mínimos quadrados como medida de aferição do poder explicativo de cada modelo. A função Gama Incompleta [5] mostrou-se a mais apta para explicar a produção nos primeiros 30 dias da primeira lactação, enquanto a função Polinomial Inversa [4] mostrou-se a mais precisa para explicar a produção da segunda lactação e a função logística Difásica [21] ajustou-se com maior precisão para todas as lactações.

Também Junqueira (1997), ao estudar lactações de vacas Holandesas, ainda através de uma função Gama Incompleta [5], observou que o ano de parto, a duração da lactação e a região influenciaram estatisticamente os parâmetros “a”, “b” e “c” da função, o momento do pico, a persistência e a produção máxima.

Varona, Moreno, Cortes e Altarriba (1998), aplicaram procedimentos Bayesianos na estimação da função Produção de Wood [5], uma vez que a principal limitação da curva de lactação da função Gama Incompleta é a presença de lactações atípicas (coeficientes negativos) na aplicação de métodos log-lineares ou não lineares para apuramento dos coeficientes individuais. A análise de hierarquia Bayesiana (utilizando o algoritmo de Gibbs) permite reduzir a presença de funções atípicas na análise de dados com crescimento linear. Os autores deram utilidade a uma base de dados contendo registos de 15.349 lactações (148.447 registos) de vacas leiteiras primíparas em Navarra, Espanha. Nesta investigação, foi possível reduzir drasticamente as lactações atípicas, através da análise Bayesiana. A técnica de análise hierárquica

Bayesiana permite a estimação de parâmetros de uma função não linear utilizando todas as informações disponíveis e a contabilização de todas as fontes de incertezas estatísticas. Através do algoritmo de Gibbs é possível efectuar a marginalização dos dados e construir a tabela com a distribuição marginal dos coeficientes. Foram também apurados os parâmetros do modelo, que permitem o cálculo da Produção e respectiva utilização na gestão da manada.

Pollott (2000) propôs um modelo [23] que simula três processos biológicos: diferenciação das células mamárias, morte e taxa de segregação de leite por célula.

$$[23] \quad y = a \left\{ \begin{array}{l} 1 / [1 + ((1-b)/b)e^{-ct}] \\ -1 / [1 + ((1-d)/d)e^{-gt}] \end{array} \right\} (1 - e^{-ht}) \quad \text{Pollott 2000}$$

Rekaya, Carabano e Toro (2000) também desenvolveram procedimentos Bayesianos para estimar a função Produção de Wood [5] em observações de vacas da raça Holstein Frísia em Espanha. Cada parâmetro da função Gama Incompleta foi considerado como uma variável dependente de um sub-modelo, utilizado para apurar os efeitos sistemáticos e relações genéticas entre animais. Para apuramento das distribuições marginais dos coeficientes, foi utilizado o algoritmo de Gibbs. As variáveis com interesse económico (produção aos 305 dias, persistência, produção no pico, dias até ao pico) foram estimadas como funções da função da curva de Wood. Os autores concluíram que é efectivamente possível alterar o formato da curva de produção alterando factores genéticos do animal.

Landete-Castillejos e Callego (2000) testaram a aplicação de sete dos mais célebres modelos matemáticos na modelação de duas funções típicas de produção de leite – produção inicial, pico e declínio até à secagem (tipo I) e produção continuamente

decrecente (tipo II). Os autores concluíram que a função Gama Incompleta de Wood [5], juntamente com a função Gama Incompleta pesada por mínimos quadrados de Cobby e Le Du [7] e a de Sikka [3], foram as que melhor se ajustaram a ambas os tipos de curva. Por outro lado, as funções de Jenkins e Ferrell (1984) e o polinómio inverso de Nelder [4], produziram sempre curvas do tipo I, enquanto a função inicial de Brody [1] produziu sempre funções do tipo II.

Cobuci, Euclides, Verneque, Teodoro, Lopes e Silva (2000) identificaram, de 22 funções matemáticas propostas por diversos autores até então, as que melhor se ajustavam à Produção de leite de vacas da raça Guzerá, nas regiões sudeste e nordeste do Brasil. Os investigadores avaliaram também os efeitos dos factores ambientais na forma da curva de lactação e estimaram os parâmetros genéticos para a produção de leite e para os componentes responsáveis pela forma da curva de lactação. Foram utilizadas 1.130 lactações de 583 vacas da raça Guzerá, filhas de 165 touros, com produções abrangendo o período de 1983 a 1997. Os modelos  $y = a n e^{-cn}$  (Papajcsik & Boderó, 1988),  $y = a - cn + \ln(n)$ , Regressão linear simples [8] e Exponencial com declínio final [1] foram os que melhor se ajustaram à curva de lactação destas raça. Pela análise de variância verificaram que os efeitos de rebanho, ano de parto e idade da vaca ao parto influenciaram as características Produção de leite total, produção inicial e taxa de declínio da produção. Foi concluído que a selecção de animais baseada somente no formato da curva de lactação seria de baixa eficiência.

Alguns modelos matemáticos para o ajuste das curvas de lactação de animais da raça Caracu foram também estudados por Faro e Albuquerque (2002). Mas, nesse estudo, todas as funções apresentaram problemas quando as ajustaram aos dados individuais das lactações.

Grossman e Koops (2003) voltaram a contribuir para esta temática, apresentando uma nova função multifásica [24]. Este modelo explicava as fases da curva de lactação através de treze parâmetros distintos. A sua computação demonstrou ser demasiadamente lenta pelo seu elevado número de parâmetros.

$$[24] \quad y = a \left\{ \begin{array}{l} 1/[1 + e^{-(t-c)/b}] \\ -p/[1 + (0.5e^{-(t-g)/d})^2] \\ -q/[1 + e^{-(t-i)/h}] \\ -(1-p-q)/[1 + (0.5e^{-(t-k)/j})^2] \end{array} \right\} \quad \text{Grossman \& Koops} \quad 2003$$

Val-Arreola, Kebreab, Dijkstra e France (2004) compararam e avaliaram a capacidade de cinco funções equacionarem curvas de lactação e preverem a produção de leite de vacas leiteiras do México central. Os modelos utilizados foram os de Brody [1] (declínio exponencial), Wood [5] (Gama Incompleta), Rook (1993) (Michaelis-Menten e Exponencial) e dois outros modelos mecânicos (Dijkstra [25] e Pollott [22]). A base de dados foi repartida em seis grupos (primeira, segunda e terceira ou mais lactações para dois níveis de produção: pequena escala e sistema intensivo). Para todos os grupos, excepto os da segunda ou mais lactações, do sistema produtivo de pequena escala, todos os modelos tiveram melhores desempenhos que o de Brody [1]. A função de Wood [5] explicou a maioria das variações, mas os seus parâmetros não demonstraram ter uma interpretação biológica directa. Embora o modelo de Rook (1993) também explicasse alguns dos dados, alguns dos seus parâmetros não foram significantes. A função de Dijkstra [25] mostrou-se a mais consistente de todas nas previsões da produção de leite dos bovinos leiteiros do México central.

$$[25] \quad y = a \exp[b(1 - e^{-ct})/c - dt] \quad \text{Dijkstra} \quad (1997)$$

Andrighetto (2004) aplicou também a função de Wood [5] a búfalas leiteiras em Botucatu, Brasil. Foram utilizados dados de produção dos primeiros vinte dias de lactação de vinte e quatro búfalas da raça Murray. Através do seu baixo  $R^2$  (0,54), concluíram que este modelo não era o mais indicado para explicar lactação destes animais, naquela zona. Foram sugeridos a aplicação de outras funções para o efeito.

Macciotta, D.Vicario, e Cappio-Borlino (2005), analisaram a relação existente entre as propriedades matemáticas das funções e as formas das curvas de lactação, através da estimação de sete das funções mais comuns para o efeito (Gama Incompleta de Wood [5], exponencial de Wilmlink [26], regressão Polinomial de Ali & Schaeffer [27] e os polinomiais de quinto grau de Legendre [28]). A estimação utilizou dados de 229.518 registos leiteiros referentes a 27.837 lactações de vacas da raça Simental em Itália. Entre os melhores ajustes ( $R^2$  ajustado > 0.75), os modelos de três parâmetros (Wood [5] e Wilmlink [26]) foram capazes de detectar dois grupos de formatos de curvas de lactação: normais e atípicas. Já os modelos de cinco parâmetros (Ali & Schaeffer [27] e Legendre [28]) reconheceram um número elevado de tipos de curvaturas. A alta flexibilidade dos modelos de cinco parâmetros é explicada pelo aumento da sensibilidade da variação aleatória (resíduos), evidenciado pelo enviesamento da estimação destas funções no início e final das lactações.

$$[26] \quad y = a + be^{-kt} + ct \quad \text{Wilmlink} \quad (1987)$$

$$[27] \quad y = a + b(t/340) + c(t/340)^2 + d \log(340/t) + k[\log(340/t)]^2 \quad \text{Ali \& Schaeffer} \quad (1987)$$

$$[28] \quad y = (\alpha_0 * P_0) + (\alpha_1 * P_1) + (\alpha_2 * P_2) + (\alpha_3 * P_3) + (\alpha_4 * P_4) \quad \text{Kirkpatrick} \quad (1990)$$

Silvestre et al. (2006), utilizaram sete das funções mais utilizadas para modelar a função Produção a nível fenótipo e avaliaram a variação da precisão de cada modelo em variações das propriedades da amostra. O estudo foi efectuado em animais originários de explorações do norte de Portugal. Foram utilizadas as funções de Wood [5], Wilmink [26], Ali & Schaeffer [27], função *spline* natural cúbica e três polinómios de Legendre [28], para as estimativas dos parâmetros. Foram utilizados critérios de erro real (média, desvio padrão, correlação, Durbin-Watson e Wald-Wolfowitz) para comparação da precisão de cada modelo para oito grupos de animais com distintos períodos entre a frequência dos registos e entre o primeiro registo após o parto da lactação em questão. Os investigadores concluíram que a performance dos modelos diminuía à medida que a dimensão da amostra era reduzida, especialmente quando o intervalo entre o parto e o primeiro registo aumentava. Este trabalho suporta a ideia de que a performance dos modelos analisados depende das propriedades da amostra, mais propriamente da frequência dos registos de produção e do intervalo do primeiro registo pós parto.

Oliveira (2007) estudou o padrão das curvas de lactação de 5.368 vacas da raça Holandês-Gir do Estado de Minas Gerais, Brasil. Foi aplicado o modelo Gama Incompleto de Wood [5] e foram estimados os efeitos da ordem de lactação e época de parição nos parâmetros da função (produção inicial, produção no pico de lactação, tempo até ao pico de lactação, persistência e produção total de leite na lactação). Os investigadores concluíram que as curvas de lactação apresentaram-se curvilíneas, com queda da produção a partir do início da lactação. A diferença entre a produção de múltíparas (animais com mais de uma lactação) e primíparas (animais na primeira lactação) foi de 48,9%, favorável às primeiras. As múltíparas apresentaram maior queda na produção no primeiro mês de lactação e maior persistência, enquanto as primíparas apresentaram fortes quedas ao longo de toda lactação e menor persistência. A diferença

da produção de leite entre lactações iniciadas na época seca e das águas foi de 1,6%, favorável à primeira. Os resultados para a produção relativa mensal, queda percentual na produção referente ao mês anterior e queda percentual na produção referente ao primeiro mês de lactação, indicam poucas diferenças no formato das curvas de lactação para vacas paridas nas épocas de verão e inverno. Segundo os autores, os baixos valores de  $R^2$  indicam que a função não produziu um bom ajuste para a curva de lactação de vacas desse grupo genético naquela região.

Dematawena (2007) testou o desempenho de nove funções empíricas na modelação de lactações extensas (superiores aos típicos 305 dias). Foram utilizadas as funções de Wood [5], Wilmlink [26], Rook (1993), função Monofásica, Difásica, função da persistência de lactação, Dijkstra [25], Pollott [22] e função Multifásica. Cada modelo foi testado separadamente em dados de lactações de 305 e 999 dias, em animais da raça Holstein (USA) na primeira e terceira ou mais lactações. Todos os modelos mostraram-se significativamente precisos na previsão dos quatro cenários (dois grupos de ordem de parição e dois grupos de tamanho da lactação). Contudo, os parâmetros resultantes de cada estimação foram diferentes. Todos os modelos, excepto a função monofásica, difásica e função persistência da lactação, apresentaram resíduos com valor absoluto inferior a 2Kgs para a estimação aos 305 dias. Para lactações extensas aos 999 dias, os erros nas previsões foram superiores. Contudo, os modelos de Rook (1993), Dijkstra [25], Pollott [22] e Multifásica mostraram-se capazes de prever uma lactação de 999 dias com um desvio inferior a  $\pm 3$ Kgs. O modelo de Pollott [22] e a função multifásica (seis e doze parâmetros, respectivamente) produziram os menores valores nos critérios de erro quadrado médio e informação Bayesiana, embora as diferenças nos outros modelos também terem sido baixas. Os investigadores concluíram que, devido às limitações computacionais que os modelos complexos exigem e à relativa precisão que

demonstram, a utilização de modelos mais simples, como o de Wood [5], Rook (1993) ou Dijkstra [25], são suficientes para modelar a produção de leite para lactações extensas.

Adediran (2007) estudou a adequação de sete modelos matemáticos empíricos e mecânicos, determinando os factores que afectam o perfil da curva de lactação em sistemas de produção de pastagens na Tasmânia. Foram testadas as funções Gama Incompleta de Wood [5], Gama Modificada de Jenkins e Ferrel (1984), Mix-Log de Guo & Swalve (1995), Exponencial de Wilmink [26], Polinomial de Ali & Schaeffer [27], Bicompartimentada de Ferguson & Boston (1993) e a função de Dijkstra [25]. A comparação foi efectuada com base nos erros médios quadrados residuais, magnitude e distribuição dos resíduos e correlação entre a previsão e as observações reais. Todos os modelos, excepto a Gama Modificada, retrataram bem o perfil de lactação estudado. Os parâmetros mostraram-se significantes ( $P < 0.05$ ) e com uma correlação elevada, indicando enviesamento das previsões em várias etapas da lactação. Contudo, a conclusão geral do estudo foi que os modelos mecânicos mostraram um melhor desempenho que as funções empíricas, como a Gama Incompleta [5], sendo a função Polinomial [27] a mais precisa.

## CAPITULO IV – METODOLOGIA

### 4.1 Função Produção

Foi utilizada uma base de dados referente ao programa “Contraste Leiteiro”, fornecida pelo Departamento do Governo Regional dos Açores - Direcção Regional do Desenvolvimento Agrário. Os dados obtidos agrupavam observações mensais da produção diária de leite efectuadas mensalmente a 18.590 animais da raça Holstein-Frisia em explorações da ilha de São Miguel – arquipélago dos Açores, entre os anos de 2004 a 2008.

Foram executadas as seguintes operações na base de dados original:

1. Eliminados os registos não consistentes e com erros;
2. Eliminados os registos de produção superiores a 305 dias de lactação;
3. Eliminados os registos de produção inferiores a 10 litros diários;
4. Eliminados os registos de produção superiores a 70 litros diários;
5. Agrupadas as lactações iguais ou superiores a 7.

A base de dados final (Anexo 1 e 2) contou com 330.127 observações diárias de produção de leite em litros por animal, com duas casas decimais, por dia de lactação, número da lactação e mês de parto. Os dados foram ajustados pela função Gama Incompleta [5] (Wood, 1967), utilizando o pacote estatístico do software SAS System v9.0 (Macciotta, Cappio-Borlino, & Pulina, 2004).

Para estimação dos parâmetros “*a*”, “*b*” e “*c*” da função Produção [5], foi utilizado o método de iterações múltiplas NLIN através do algoritmo de Marquardt (Anexo 6). Fazendo variar os parâmetros iniciais, calculados a partir do procedimento REG (Anexo

3) aplicado à função Produção logaritmizada [29], o método selecciona os parâmetros que minimizam a soma dos erros quadrados da estimação, para cada lactação e mês de parto.

$$[29] \quad \log(y) = \log(a) + b \log(n) - cn$$

A consistência e confiança do modelo foram analisadas através de medidas de variância e erro dos parâmetros iniciais.

A Produção Acumulada [30] por lactação foi calculada através do integral matemático da função Gama Incompleta [5], no intervalo de integração 0 a 305 dias:

$$[30] \quad Y = \int_0^{305} an^b e^{-cn} dn$$

A partir dos parâmetros estimados foram também calculados os seguintes indicadores, para cada n° de lactação e mês de parto (Macciotta, Cappio-Borlino, & Pulina, 2004):

- |    |                            |                               |
|----|----------------------------|-------------------------------|
| 1. | Produção Inicial ( $n=1$ ) | $Y_1 = ae^{-c}$               |
| 2. | Ascensão até ao Pico       | $A_{\text{pico}} = b$         |
| 3. | Declínio após o Pico       | $D_{\text{pico}} = c$         |
| 4. | Pico de Produção (dias)    | $T_{\text{pico}} = b/c$       |
| 5. | Pico de Produção (Lt.)     | $\text{Pico} = a((b/c)^b)e^b$ |

## 4.2 Função Rendimento

Foi utilizada uma base de dados com as cotações dos preços médios pagos aos produtores individuais nos Açores, desde Janeiro 2005 a Maio 2009, em €/Kg e por mês. Os dados foram cedidos pelo Sistema de Informação de Mercados Agrícolas do Gabinete de Planeamento e Políticas do Ministério da Agricultura, do Desenvolvimento Rural e das Pescas.

Os preços foram convertidos para €/Lt para poderem ser aplicados às quantidades previstas pela função Produção [5].

Foi efectuada uma previsão de preços através de um modelo auto-regressivo integrado de média móvel que prevê séries temporais com base em sazonalidades históricas - SARIMA [31] do programa estatístico SPSS. O modelo SARIMA é descrito como ARIMA(p,d,q)×(P,D,Q)S, em que (p,d,q) refere-se à parte não sazonal do modelo enquanto (P,D,Q)S refere-se à parte sazonal.

$$[31] \quad \phi_p(B)\Phi(B^S)\nabla^d\nabla_t^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)\varepsilon_t$$

Onde:

1. p é a ordem da autoregressão não sazonal;
2. d é o número de diferenciação não sazonal;
3. q é a ordem da média móvel não sazonal;
4. P é a ordem da autoregressão sazonal;
5. D a ordem de diferenciação sazonal;
6. Q a ordem da média móvel sazonal;
7. S é o comprimento da sazonalidade.

Foi prevista uma série de preços mensais até Dezembro de 2015, utilizando a variante de previsão ARIMA (1; 0; 1) (1; 0; 1) 12.

Uma vez que o modelo Gama Incompleto [5] prevê a quantidade de leite (Lt.) que um animal com determinadas características (mês de parto e nº da lactação) consegue produzir, a função Rendimento [32] pode ser considerada como a função Produção [5] multiplicada pelo preço de venda da matéria produzida (€/Lt) na data desta produção.

$$[32] \quad R_n = (an^b e^{-cn})P_n$$

Onde:

1.  $R_n$  – rendimento no dia  $n$  de lactação;
2.  $a, b, c$  – parâmetros relacionados com as características do animal;
3.  $n$  – dia da lactação (dias decorridos após o parto);
4.  $P_n$  – preço de venda do leite produzido no dia  $n$  da lactação (euros/Lt).

Visto que os preços são diferenciados para duas épocas do ano, a função rendimento acumulado aos 305 dias [33] terá também de ser diferenciada, de modo a valorizar a produção dos dois períodos, de acordo com o respectivo preço de venda.

$$[33] \quad R = \left( \int_0^x a n^b e^{-cn} dn \right) Pv + \left( \int_{x+1}^{305} a n^b e^{-cn} dn \right) Pi$$

Onde:

1.  $R$  – rendimento acumulado aos 305 dias de produção;
2.  $a, b, c$  – parâmetros relacionados com as características do animal;
3.  $x$  – dia da lactação ( $n$ ) do final da época de preços de Verão;
  - a. Ex.:  $x$  (dias) = data inicio da época de Inverno - data do parto -1;
4.  $Pv$  – preço de venda de leite na época de Verão;
5.  $Pi$  – preço de venda de leite na época de Inverno;

## CAPITULO V – RESULTADOS

O  $R^2$  mostrou-se abaixo dos 40% para todas as lactações (Tabela 1), significando que o modelo só conseguiu explicar esta porção das variações observadas. O  $R^2$  da amostra centrou-se nos 25%, para 330.127 observações. Notou-se existir uma correlação negativa entre a evolução deste valor e o número de observações da amostra, pois à medida que o número de observações aumenta, o poder explicativo do modelo ( $R^2$ ) diminui.

Em comparação com outros autores, verificou-se que Cobuci (2000) observou um  $R^2$  de 79% em 1.130 observações, quando aplicou o modelo em análise a animais da raça Guzerá, no Brasil. Já Gonçalves (2002), em animais da raça Holandesa, verificou um  $R^2$  ajustado de 99,99% para 157.932 registros. Andrighetto (2004) obteve um  $R^2$  de 54% no ajuste da função Gama Incompleta a 3.360 observações de produção de búfalas, no Brasil. Por sua vez, Oliveira (2007) obteve um  $R^2$  de 13% em 48.710 registros, enquanto Muñoz-Berrocal & Tonhati (2003) observaram um  $R^2$  de 86%, na aplicação da função Gama Incompleta a 27.600 observações de produção de búfalas em São Paulo – Brasil.

Tabela 1 – Análise de Significância Estatística.

<b>Lactações</b>	<b>Todas</b>	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>≥7</b>
Durbin-Watson	1,991	2,005	1,991	2,001	2,000	1,999	1,993	2,002
Observações	330.127	88.410	72.888	60.233	44.444	29.501	18.108	16.543
$R^2$ ajustado	24,81%	12,66%	27,22%	33,81%	34,94%	36,18%	35,36%	33,54%

Em relação ao índice de Durbin-Watson (DW), que mede a auto-correlação entre os resíduos, observou-se um valor próximo de 2 (Tabela 1) para todas as lactações, indiciando a ausência de auto-correlação entre as observações não explicadas pelo do

modelo. Gonçalves (2002), em animais da raça Holandesa, no estado de Minas Gerais - Brasil, verificou um DW de 2,1. Já Dematawewa (2007) observou um DW de 0,25 para o ajuste da função a animais da raça Holstein nos EUA, enquanto Silvestre (2006) obteve um DW de 1,1 para o ajuste da função em lactações de bovinos localizados no norte de Portugal.

### 5.1 Caracterização das Lactações

Analisando a Produção Inicial de cada lactação e mês de parto (Anexo 9), verificou-se que a produção mais elevada (37 Lt.) nos primeiros dias de lactação acontece na quarta lactação quando iniciada em Agosto e na terceira e sexta lactação quando o parto ocorre no mês de Junho. Também se verificou que o parto surgido nos períodos de Maio a Julho propicia lactações com uma Produção Inicial cerca de 34% mais elevada do que as iniciadas nos outros períodos do ano. O mês de Junho demonstrou ser o melhor mês de parto para se atingir a Produção Inicial máxima, contudo, sempre decrescente, uma vez que o parto ocorre numa altura do ano em que as condições são favoráveis ao sucesso do parto e a uma alimentação natural e regular. Por outro lado, embora as produções iniciadas nos meses de Maio a Julho sejam, para todas as lactações, as que demonstram ter uma produção inicial mais alta, não contribuem para a produção acumulada máxima aos 305 dias. Esta situação poderá dever-se ao facto do animal, ao caminhar para o pico biológico de produção, caminhar também para o cerne da época de verão, onde a temperatura e a falta de alimento natural contribuem para que o animal não alcance a sua máxima eficiência produtiva, atravessando o pico biológico produtivo numa época do ano em que não existem condições que permitam tirar o máximo partido da sua capacidade produtiva.

Quanto ao Pico de Produção por cada lactação e mês de parto (Anexo 15), verificou-se que a produção diária máxima observada (39 Lt.) acontece na quinta lactação, quando o parto ocorre no mês de Abril. Também foi verificado que partos surgidos nos períodos de Março a Junho (Primavera) propiciam lactações com um Pico de produção 8% mais elevado do que as iniciadas em outros períodos do ano.

Em relação ao Tempo pós Parto até alcançar o Pico de Produção (Anexo 16), verificou-se que os partos ocorridos nos períodos de Maio a Agosto contribuem para que o Pico seja alcançado mais rapidamente (entre 1 a 7 dias), enquanto os meses de Setembro a Dezembro fazem demorar mais o seu alcance (entre 40 a 47 dias). Animais na primeira, quarta e quinta lactação têm mais dificuldade em atingir o pico (45 e 34 dias, respectivamente), enquanto animais na segunda e terceira lactação têm tempos médios mais rápidos (30 e 31 dias, respectivamente) até atingir o pico de produção.

A taxa de crescimento até ao pico reflecte a aceleração com que o animal alcança o pico de produção a partir da produção inicial (Anexo 13). Os partos ocorridos nos meses de Verão observaram taxas muito baixas ou negativas de crescimento até ao pico, significando que os animais paridos neste período experimentam pouco crescimento desde a sua produção inicial até ao seu máximo de produção, indicando, nos casos da taxa negativa, que a produção inicial é já o pico da sua produção. Os partos ocorridos nos meses de Inverno fomentam maiores discrepâncias (maiores taxas de crescimento) deste a produção inicial até ao máximo da sua produção.

Quanto à taxa de decréscimo após atingir o pico (Anexo 14), verificou-se que partos ocorridos no período de Junho a Setembro (Verão) propiciam a ocorrência de lactações que, depois de atingirem o pico de produção, são mais persistentes e experimentam

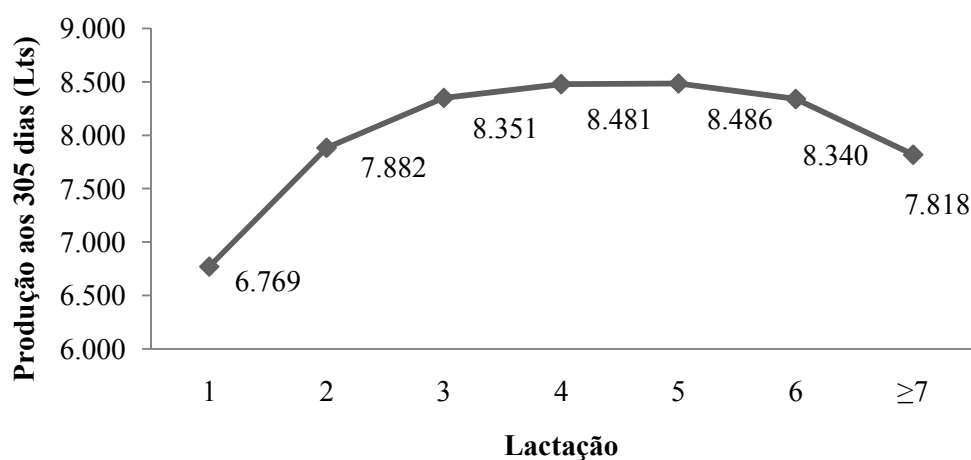
taxas inferiores de quebra da produção do que lactações iniciadas nos períodos de Inverno.

## 5.2 Função Produção

Utilizando os parâmetros do modelo Gama Incompleto (Anexo 8) para cada mês de parto e lactação, foi calculada a produção acumulada aos 305 dias de lactação para cada ordem de lactação e mês de parto (Anexo 10), através da função Produção [5].

A quarta e quinta lactação mostram-se as mais produtivas aos 305 dias (Figura 3), seguida da quarta e terceira lactações. Por outro lado, a lactação iniciada no primeiro parto demonstrou ser a menos produtiva.

Figura 3 – Produção média acumulada aos 305 dias por Lactação.



Verificou-se que um animal na quinta lactação produz em média até 25% mais leite que um animal na primeira lactação, 8% mais do que animais na segunda e sétima ou mais lactações e cerca de 2% mais do que animais na terceira e sexta lactações.

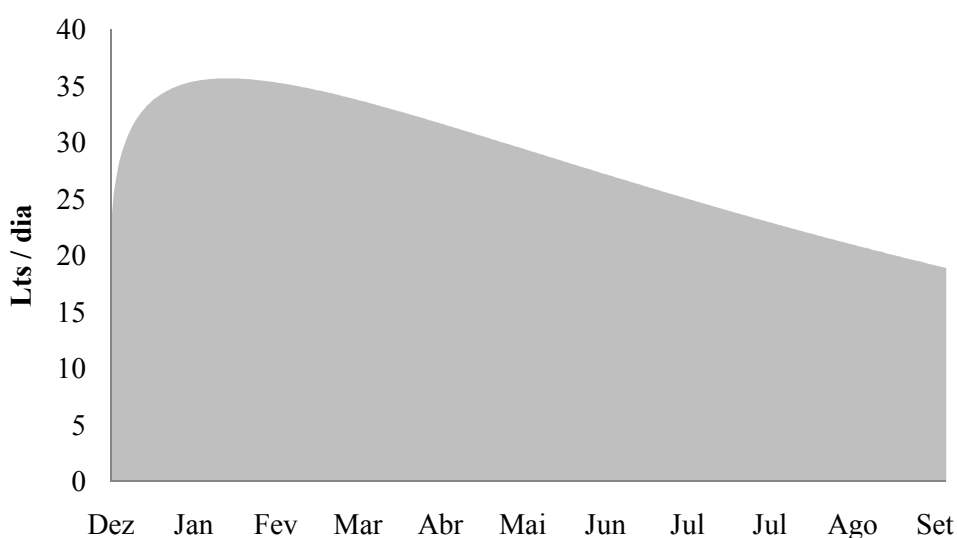
O Mês de Parto que maximiza a produção (Tabela 2) mostrou variar consoante a lactação do animal. Contudo, os partos ocorridos nos períodos de Outubro a Dezembro demonstraram maximizar, em média, 2% da produção acumulada da lactação.

Tabela 2 – Mês do parto que maximiza a Produção acumulada da lactação.

<b>Lactação</b>	<b>Mês</b>	<b>Produção</b>
<b>1</b>	Outubro	7.058 Lt.
<b>2</b>	Dezembro	8.186 Lt.
<b>3</b>	Novembro	8.615 Lt.
<b>4</b>	Novembro	8.605 Lt.
<b>5</b>	Dezembro	8.693 Lt.
<b>6</b>	Abril	8.468 Lt.
<b>≥7</b>	Março	7.982 Lt.

Um animal que inicie a sua quinta lactação no mês de Dezembro apresenta o estado ideal (Figura 4) para a produção acumulada máxima aos 305 dias (8.693 Lt.). Esta condição é óptima (Anexo 12) pelo facto do animal, apesar de atravessar a lactação (quinta) onde a sua capacidade mamária é máxima, devido ao parto ocorrer em Dezembro, permite ao animal atingir o seu pico biológico de produção numa estação do ano onde as condições ambientais permitem uma alimentação natural, rica e regular, maximizando a produção acumulada da lactação.

Figura 4 – Ciclo de Produção da quinta lactação iniciada em Dezembro.



Considerando o período de gestação da vaca (nove meses), foi extrapolado o mês óptimo para inseminação de um animal em determinada lactação, com vista a parir no mês pretendido (Tabela 3).

Tabela 3 – Mês de inseminação que maximiza a Produção acumulada.

<b>Lactação a Iniciar</b>	<b>Mês</b>
1	Janeiro
2	Março
3	Fevereiro
4	Fevereiro
5	Março
6	Julho
≥7	Junho

Na gestão do efectivo animal de uma exploração, esta informação (Tabela 3) desempenha um papel preponderante na gestão dos meses de inseminação. Através da gestão do *timing* de inseminação, o gestor consegue controlar o mês do próximo parto de cada animal, fazendo-o acontecer no momento do ano em que as condições são óptimas para a maximização da produção da lactação a iniciar.

Assumindo a diferença entre a produção acumulada aos 305 dias de uma lactação iniciada no mês menos e mais eficiente, conclui-se que a gestão do mês de parto pode maximizar até 9% da produção anual de um animal (Tabela 4).

Tabela 4 – Efeito máximo na Produção da gestão do mês de parto.

<b>Lactação</b>	<b>Efeito</b>
1	9%
2	7%
3	6%
4	4%
5	6%
6	7%
≥7	7%
<b>Todas</b>	<b>5%</b>

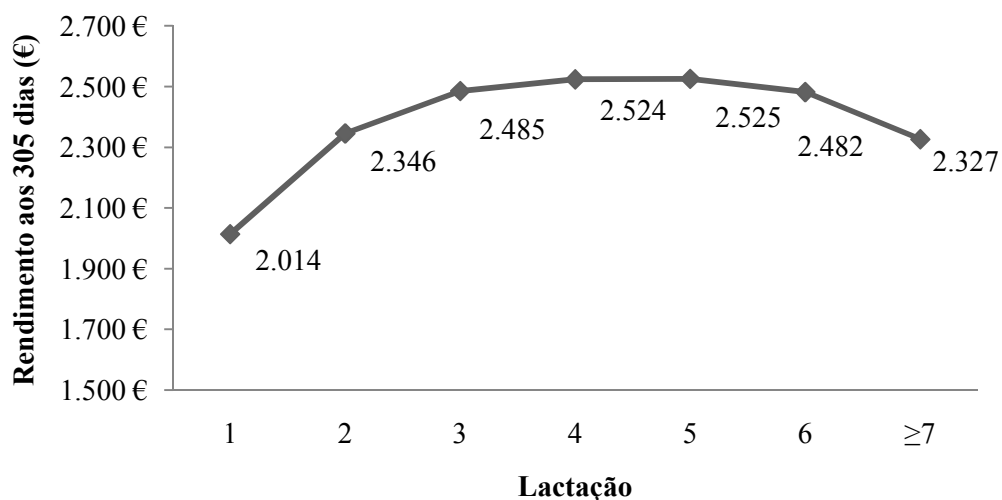
### 5.3 Função Rendimento

Foi calculado o rendimento em euros por animal aos 305 dias de produção por cada lactação e mês de parto (Anexo 17) através da função Rendimento [33].

Neste apuramento foram utilizados os preços estimados para os meses do ano de 2009. No Anexo 7 apresenta-se o gráfico com os valores previstos para o preço do leite, onde se visualiza o comportamento sazonal desta variável. Também no Anexo 7 é apresentada alguma informação suplementar relativa à previsão, nomeadamente, os valores das estimativas e respectiva significância estatística, os valores dos índices de Akaike e Schwarz e os gráficos das Funções Autocorrelação (ACF) e Autocorrelação Parcial (PACF) para os erros do modelo.

O rendimento médio acumulado máximo foi observado por animais entre a terceira e sexta lactação (Figura 5). A lactação mais rentável foi a quinta, rendendo cerca de 2.525€ aos 305 dias de produção.

Figura 5 – Evolução do Rendimento acumulado médio por lactação.



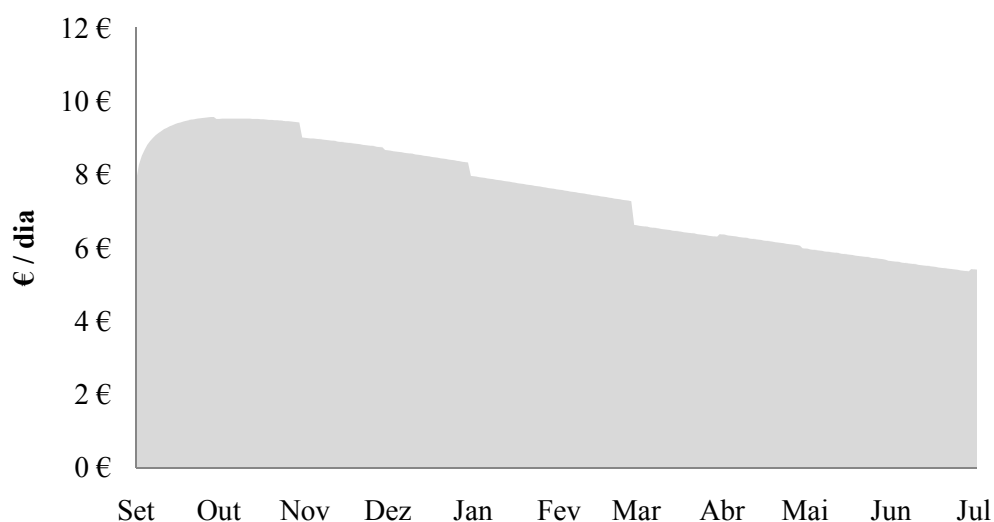
O mês de parto que maximiza o rendimento acumulado aos 305 dias de uma lactação depende do número de lactações do animal (Tabela 5). Contudo, o parto ocorrido no segundo semestre, demonstra aumentar o rendimento por animal até 5%.

Tabela 5 – Mês de parto que maximiza o Rendimento acumulado da lactação.

<b>Lactação</b>	<b>Mês</b>	<b>Rendimento</b>
1	Julho	2.103 €
2	Dezembro	2.416 €
3	Agosto	2.540 €
4	Setembro	2.575 €
5	Dezembro	2.566 €
6	Maio	2.507 €
≥7	Setembro	2.358 €

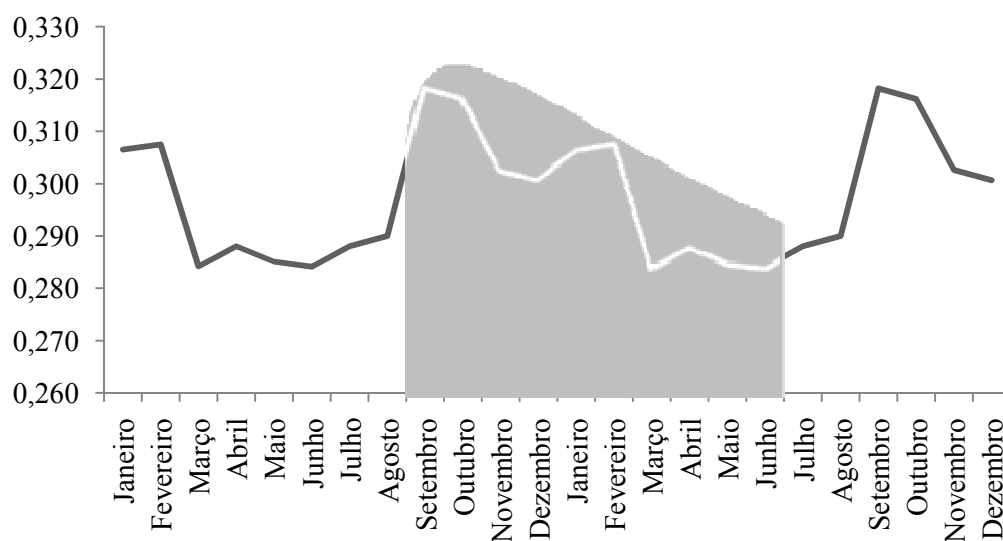
Um animal que inicie a sua quarta lactação no mês de Setembro (Figura 6) apresenta o estado ideal (Anexo 19) para a maximização do rendimento acumulado aos 305 dias (2.575 €).

Figura 6 – Ciclo do Rendimento da quarta lactação iniciada em Setembro.



Esta condição é ótima pois os ciclos de produção e do preço do leite combinam (Figura 7) de modo a que se produza mais (pico de produção) no momento onde o preço do leite é superior (pico do preço do leite), maximizando o rendimento do animal.

Figura 7 – Combinação entre os Ciclos do Preço e Produção.



Assumindo o período de gestação normal da vaca, pôde ser apurado o mês óptimo de inseminação para que o parto ocorra no mês pretendido (Tabela 6).

Tabela 6 – Mês de inseminação que maximiza o Rendimento acumulado.

Lactação a Iniciar	Mês
1	Outubro
2	Março
3	Janeiro
4	Dezembro
5	Março
6	Agosto
$\geq 7$	Dezembro

A informação acerca dos meses óptimos para inseminação poderá tornar-se útil no âmbito da gestão do *timing* de parto de um animal, forçando a ocorrência do seu próximo parto no momento do ano que apresente as condições mais indicadas para a maximização do rendimento da lactação a iniciar.

Julgando a diferença existente entre o rendimento acumulado aos 305 dias de uma lactação iniciada no mês menos e mais eficiente, pôde concluir-se que a gestão do mês de parto pode maximizar até 9% (Tabela 7) do rendimento anual de um animal.

Tabela 7 – Efeito máximo da gestão do mês de parto por lactação.

<b>Lactação</b>	<b>Efeito</b>
1	9%
2	6%
3	5%
4	4%
5	5%
6	6%
≥7	6%
<b>Todas</b>	<b>6%</b>

## CAPITULO VI – CONCLUSÕES

Concluiu-se que a Produção acumulada aos 305 dias é máxima na quarta e quinta lactação, independentemente do mês de parto. O mês do parto que maximiza a produção acumulada por animal varia por cada lactação, contudo, os meses de Outubro a Dezembro mostraram ser ótimos para o efeito.

Em relação ao Rendimento por animal, observou-se que a quarta e quinta lactação também maximizam o rendimento acumulado aos 305 dias de produção. Quanto ao mês de parto óptimo, apesar de também variar por lactação, verificou-se que, quando ocorridos entre Agosto e Dezembro, maximizam o rendimento acumulado da lactação.

Para maximização da Produção e Rendimento de uma exploração, o produtor deverá ter um efectivo maioritariamente composto por animais entre a terceira e sextas lactações, mantendo uma produção acumulada por animal aos 305 dias superior a 8,3 mil litros e um rendimento superior a 2,4 mil euros por cada lactação.

A gestão das lactações mostrou poder aumentar a produção e o rendimento da lactação até 25% por animal, enquanto a gestão dos meses de parto, através da gestão das inseminações, demonstrou também aumentar a produção e o rendimento associado da lactação em questão até 9% por animal.

Por não existirem causas aparentes que justifiquem a ocorrência de diferentes meses ótimos para o parto para um animal em diferentes lactações, não se esperavam as discrepâncias observadas entre os meses ótimos para o parto em cada lactação, tanto para a produção (Tabela 2) como para o rendimento (Tabela 5).

Concluiu-se também que a base de dados agregada utilizada ignora os efeitos particulares de cada exploração leiteira, como o micro-clima, tipo de alimentação, entre

outras condições específicas. Para previsão da Produção e Rendimento por exploração, deverá ser utilizada uma base de dados com os padrões históricos daquela exploração ou de outras com características semelhantes.

O modelo apresentou um  $R^2$  de 25% e um índice de Durbin-Watson de 1,99 na amostra utilizada, não indiciando uma forte adequação do modelo, apesar de se notar ausência de auto-correlação entre as observações.

A utilização de mais dados que expliquem a variação da produção ao longo da lactação e a utilização de modelos matemáticos com maior poder explicativo que a função Gama Incompleta deverá contribuir para melhores resultados de previsão da Produção e do Rendimento por animal. Adicionalmente, como o preço do leite depende do seu teor gorduroso e proteico, um modelo robusto que preveja o Rendimento por animal deverá ter também em conta a previsão da Produção de gordura e proteína por animal.

## REFERÊNCIAS

- Adediran, S. A., A. E. O., M.-A., J. R., R., & D.J., D. (2007). Using lactation curves as a tool for breeding, nutrition and health management decisions in pasture-based dairy systems. In *Current Topics in Dairy Production Vol 12* (pp. 74-78). Australia: Bill Fulkerson.
- Ali, T. E., & Schaeffer, L. R. (1987). Accounting for covariances among test day milk yields in dairy cows. *Can. J. Anim. Sci.* , 67:637–644.
- Andrighetto, C., Piccinin, A., Gimenez, J. N., Jorge, A. M., & Móri, C. (2004). Curva de Lactação de Búfalas Murrah Ajustadas pela Função Gama Incompleta. *V Simpósio da Sociedade Brasileira de Melhoramento Animal* .
- Batra, T. R. (1986). Comparison of two mathematical models in fitting lactation curves for pureline and crossline dairy cows. *J. Anim. Sci.* 66:405.
- Brody, S., & Turner, C. (1924). The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *J. Gen. Physiol.* 6:541-545.
- Brody, S., Ragsdale, A., & Turner, C. (1923). The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. *J. Gen. Physiol.* 5:441-444.
- Cobby, J., & Le Du, Y. (1978). On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 26:(2)127-133 .
- Cobucci, J. A., Euclides, R. F., Verneque, R. d., Teodoro, R. L., Lopes, P. d., & Silva, M. d. (2000). Curva de Lactação na Raça Guzerá. *Rev. Bras. Zootec.* , 29(5)1332-1339.
- Congleton, W. R., & Everett, R. W. (1980). Error and Bias in Using the Incomplete Gamma Function to Describe Lactation Curves. *J Dairy Sci* , 101-108.
- Dave, B. (1971). First lactation curve of Indian water buffalo. *JNKVV Res. J.*, 5:93.
- De Boer, J., Weller, J., Gipson, T., & Grossman. (1989). Multiphasic analysis of milk and fat yield curves of Israeli Holstein. *J Dairy Sci*, v.72, n.7,p.2143-2152 .
- Dematawewa, C. M., Pearson, R. E., & VanRaden, P. M. (2007). Modeling Extended Lactations of Holstein. *J. Dairy Sci.* , 90:3924-2936.
- Dhanao, M. S. (1981). A note on an alternative form of the lactation model of Wood. *Anim. Prod.* 32:349.
- Dijkstra, J., J. France, M. S., Dhanao, J. A., Maas, M. D., Hanigan, A. S., Rook, et al. (1997). A model to describe growth patterns of the mammary gland during pregnancy and lactation. *J. Dairy Sci.* , 80:2340–2354.

- Durães, M., Teixeira, N., & Freiras, A. (1991). Curvas de lactação de vacas da raça Holandesa, mantidas em confinamento total. *Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.*, v.43, p.447-458 .
- Faro, L., & Albuquerque, L. (2002). Comparação de alguns modelos matemáticos para o ajuste às curvas de lactação individuais de vacas da raça Caracu. *Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.*, v.54, p.295-302 .
- Faustino, P. (2008). Governo deve criar mecanismos para um “preço justo” do leite . *Açoriano Oriental* .
- Ferguson D., J., & Boston, R. (1993). Lactation curves analysis: Comparison of gamma function, polynomial and exponential methods towards a mechanistic model of milk production. *J. Dairy Sci.* 76 , 268.
- Freeze, B. S., & Richards, T. J. (1992). Lactation Curve Estimation for use in Economic Optimization Models in the Dairy Industry. *J Dairy Sci* , 75:2984-2989.
- Gonçalves, T. d., Oliveira, A. I., Freitas, R. T., & Pereira, I. G. (2002). *Cruvas de Lactação em Rebanhos da Raça Holandesa no Estado de Minas Gerais. Escolha do Melhor Ajuste*. R. Brasil Zoot v31.
- Grossman, M., & Koops, W. (1988). Multiphasic analysis of lactation curves in dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 71(6):1598-1608.
- Grossman, M., & Koops, W. (2003). Multiphasic approach to modeling extended lactation curves of dairy cattle. *J. Dairy Sci.* 86 , 988 - 998.
- Guo, Z., & Swalve, H. H. (1995). Modelling of the lactation curve as a sub-model in the evaluation of test day. *Paper presented at the INTERBULL open meeting*. Prague, Czech Republic.
- Jenkins, T. G., & Ferrell, C. L. (1984). A note on lactation curves of crossbred cows. *Anim. Prod.* , 39:479-482.
- Junqueira, L., Neiva, R., & Veiga, R. (1997). Estudo das curvas de lactação de vacas Holandesas de alguns rebanhos do estado de Minas Gerais, por intermédio de uma função gama incompleta. *Rev. Bras. Zootec.*, v.26, p.1109-1118 .
- Kellogg, D. W., Urquhart, N. S., & Ortega, A. (1977). Estimating Holstein lactation curves with a gamma curve. *J. Dairy Sci* , 1303-1315.
- Kirkpatrick, M., Lofsvold, D., & Bulmer, M. (1990). Analysis of inheritance, selection, and evolution of growth trajectories. *For. Genet.* , 124:979–993.
- Kuck, A. L., Grossman, M., & Norton, H. W. (1976). Studies of the Lactation Curve of Purebred and Crossbred Dairy Cattle. *Program 71th Ann. Meeting A. Dairy Sci Assoc.* , 141.

- Kumar, R., & Bhat., P. N. (1979). Lactation curves in Indian buffaloes. *Indian J. Dairy Sci.* 32:156.
- Landete-Castillejos, T., & Callego, L. (2000). Technical note: The ability of mathematical models to describe the shape of lactation curves. *J Anim Sci* , 78:3010-3013.
- Macciotta, N. P., D.Vicario, & Cappio-Borlino, A. (2005). Detection of Different Shapes of Lactation Curve for Milk Yield in Cattle by Empirical Mathematical Models. *J. Dairy Sci.* , 88:1178-1191.
- Macciotta, N., Cappio-Borlino, A., & Pulina, G. (2004). Growth and Lactation Curves. In P. D. Arnauld Saxton, *Genetic Analysis of Complex Traits Using SAS* (pp. 97-146). North Carolina: SAS Publishing.
- Madalena, F., Martinez, M., & Freitas, a. (1979). Lactation curves of Hostein-Friesian and Holstein- Friesian x Gir cows. *Anim. Prod.* 29:101-107.
- Molina, J., & Boschini, C. (1979). Adjustment of the dairy curve of a Holstein herd with a linear modal model. *Agron. Costarric.* 3(2):167-174.
- Muñoz-Berrocal, M., & Tonhati, H. (2003). Uso de modelos lineares e não lineares para o estudo da curva de lactação em Bufalos Murray e seus mestiços em sistema de criação semi-extensivo, no estado de São Paulo. *Faculdade de Zootecnia, UNAS - Perú* .
- Nelder, J. A. (1966). Inverse polynomials a useful group of multi-factor response functions. *Biometrics.* 22(1):128- 141.
- Oliveira, H. T., Reis, R. B., J. R. Glória, C. R., & Pereira, J. C. (2007). Curvas de lactação de vacas F1 Holandês-Gir ajustadas pela função gama incompleta. *Arq. Bras. Med. Vet. Zootec.* v.59, n<sup>o</sup>1 , 233-238.
- Papajesik, I., & Boderó, J. (1988). Modeling lactation curves of Friesian cow in a subtropical climate. *Anim. Prod.*, 47(2):201-207.
- Rekaya, R., Carabano, M. J., & Toro, M. A. (2000). Bayesian Analysis of Lactation Curves of Holstein-Friesian Cattle Using a Nonlinear Model. *J Dairy Sci* , 83:2691-2701.
- Rook, A. J., France, J., & Dhanoa, M. S. (1993). On the mathematical description of lactation curves. *J. Agric. Sci.* , 121:97–102.
- Sharaby, M., & Aziz, M. A. (1994). Factors Affecting Lactation Curves of Friesian Cows in Saudi Arabia. *J. King Saud Univ, Vol 6 Agric Sci* , 253-259.
- Sherchand, L., McNew, R. W., & D. W. Kellogg, Z. B. (1995). Selection of a Mathematical Model to Generate Lactation Curves Using Dairy Milk Yields of Holstein Cow. *J Dairy Sci* , 78:2507-2513.

- Sherchand, L., McNew, R. W., Rakes, J. M., Kellogg, D. W., & Johnson, Z. B. (1992). Comparison of lactation curves fitted by seven mathematical models. *Dairy Sci.* 75 (Suppl. 1):303.(Abstr.) .
- Sikka, L. C. (1950). A study of lactation as affected by heredity and environment. *J Dairy Res* , 17:231-252.
- Silvestre, A. M., Petim-Batista, F., & Colaço, J. (2006). The accuracy of Seven Mathematical Functions in Modeling Dairy Cattle Lactation Curves Based on Test-Day Records From Varying Sample Schemes. *J. Dairy Sci.* , 89:1813-1821.
- Singh, B., & Bhat, P. N. (1978). Models of lactation curves for Haryana cattle. *Indian J. Anim. Sci.* 48:791.
- Singh, R., & Gopal, R. (1982). Lactation curves analysis of buffaloes maintained under village conditions. *Indian. J. Anim. Sci.* 52(12):1157-1160.
- SREA. (2009). *Principais Indicadores Estatísticos*. Serviço Regional de Estatística dos Açores: Instituto Nacional de Estatística.
- Val-Arreola, D., Kebreab, E., Dijkstra, J., & France, J. (2004). Study of the Lactation Curve in Dairy Cattle on Farms in Central Mexico. *J. Dairy Sci* , 87:3789-3799.
- Varona, L., Moreno, C., Cortes, L. A., & Altarriba, J. (1998). Bayesian Analysis of Wood's Lactation Curve for Spanish Dairy Cows. *J Dairy Sci* , 81:1469-1478.
- W. R. Congleton, J., & Everett, R. W. (1979). Application of the Incomplete Gamma Function to Predict Cumulative Milk Production. *J. Dairy Sci* , 109-110.
- Weigel, K. A. (1992). Comparison of alternative diphasic lactation curve models under bovine somatotropin administration. *J. Dairy Sci.* 75:580.
- Wilmink, J. B. (1987). Adjustment of test day milk, fat and protein yield for age, season and stage of lactation. *Livest. Prod. Sci.* 16 , 335-348.
- Wood, P. (1967). Algebraic model of lactation curve in cattle. *Nature.* 216(5111):164-165.
- Yadav, M., Katpatal, B., & Kavshik, S. (1977). Components of gamma type function of a lactation curve, and factors affecting them in Haryana and its Friesian crosses. *Indian Journal of Animal Science*, v.49, n.9, p.502-505, .
- Yadav, S., & Sharma, J. (1984). Functions for lactation curves in crossbred dairy cattle. *Indian J. Anim. Sci.*, v.55, p.42-47 .

## ANEXOS

Anexo 1 – Estrutura da Base de Dados. ....	55
Anexo 2 – Distribuição das observações por Lactação e Mês de Parto. ....	55
Anexo 3 – Procedimento REG utilizado no SAS. ....	56
Anexo 4 – Distribuição dos Resíduos da amostra. ....	57
Anexo 5 – Observações da amostra e Função estimada. ....	57
Anexo 6 – Procedimento NLIN utilizado no SAS. ....	58
Anexo 7 – Previsão dos preços através de um modelo SARIMA(1,0,1)(1,0,1) <sub>12</sub> .....	58
Anexo 8 – Coeficientes “a”, “b” e “c” da função Gama Incompleta. ....	61
Anexo 9 – Produção diária Inicial (Lt.). ....	62
Anexo 10 – Produção Acumulada aos 305 dias (Lt.). ....	62
Anexo 11 – Performance da Produção por Mês de Parto. ....	63
Anexo 12 – Performance da Produção por Lactação. ....	63
Anexo 13 – Ascensão até ao Pico (x100). ....	64
Anexo 14 – Declínio pós Pico (x10.000). ....	64
Anexo 15 – Pico diário de Produção (Lt.). ....	65
Anexo 16 – Tempo até ao Pico (dias). ....	65
Anexo 17 – Rendimento Acumulado aos 305 dias (€). ....	66
Anexo 18 – Performance do Rendimento por Mês de Parto. ....	67
Anexo 19 – Performance do Rendimento por Lactação. ....	67

## Anexo 1 – Estrutura da Base de Dados.

<b>Leite</b>	<b>Lactação</b>	<b>Mês</b>	<b>Dia</b>
24.00	1	1	32
31.80	6	1	127
16.00	2	1	275
27.40	3	1	147
26.80	2	1	190
...	...	...	...

Nome do ficheiro: “base\_dados\_CL\_2004\_2008.txt”.

Onde:

1. **Leite:** quantidade de leite produzida (10 a 70 litros);
2. **Lactação:** lactação do animal em produção (1 a  $\geq 7$ );
3. **Mês:** mês de parto da lactação em questão (1 a 12);
4. **Dia:** dia da lactação em que ocorre a produção (5 a 305).

## Anexo 2 – Distribuição das observações por Lactação e Mês de Parto.

<b>Lactação</b>	<b>Observações</b>	<b>Mês de Parto</b>	<b>Observações</b>
1	88.410	Janeiro	31.702
2	72.888	Fevereiro	31.924
3	60.233	Março	35.103
4	44.444	Abril	32.370
5	29.501	Mai	26.636
6	18.108	Junho	21.232
$\geq 7$	16.543	Julho	18.246
<b>Total</b>	<b>33.0127</b>	Agosto	21.239
		Setembro	27.219
		Outubro	28.538
		Novembro	26.944
		Dezembro	28.974
		<b>Total</b>	<b>330.127</b>

## Anexo 3 – Procedimento REG utilizado no SAS.

```
PROC IMPORT OUT=BASE_DADOS
DATAFILE= "D:\BASE_DADOS_CL_2004_2008.TXT"
DBMS=TAB REPLACE;
GETNAMES=YES;
DATAROW=2;
RUN;

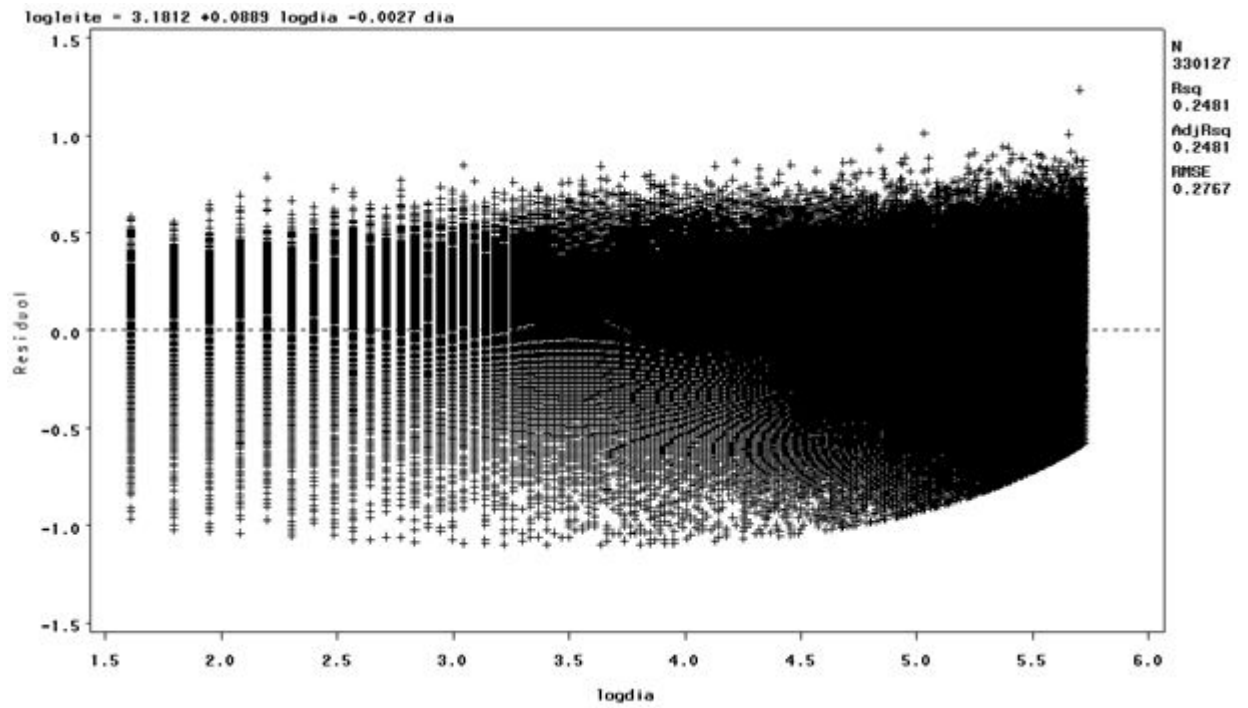
DATA BASE_DADOS;
SET BASE_DADOS;
LOGLEITE = LOG(LEITE);
LOGDIA = LOG(DIA);
RUN;

PROC REG DATA=BASE_DADOS;
MODEL LOGLEITE = LOGDIA DIA/DW;
TITLE "2004-08";
OUTPUT OUT=PREDICTIONS P=PREDICTED R=RESIDUALS;
PLOT RESIDUAL.*LOGDIA=LACTACAO;
RUN;

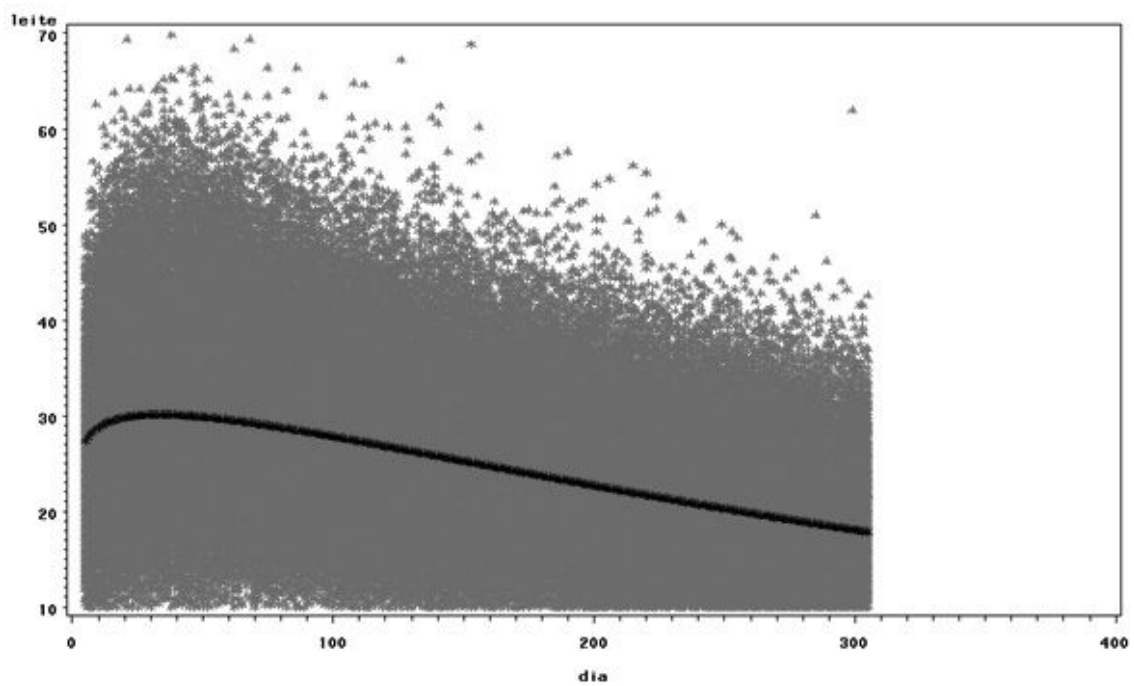
DATA PREDICTIONS;
SET PREDICTIONS;
PRELLEITE=EXP(PREDICTED);
RESLEITE=EXP(RESIDUALS);
RUN;

PROC GPLOT DATA=PREDICTIONS;
SYMBOL1 INTERPOL=NONE COLOR=RED VALUE=STAR;
SYMBOL2 INTERPOL=NONE COLOR=BLACK VALUE=STAR;
PLOT LEITE*DIA PRELLEITE*DIA/OVERLAY;
RUN;
```

## Anexo 4 – Distribuição dos Resíduos da amostra.



## Anexo 5 – Observações da amostra e Função estimada.



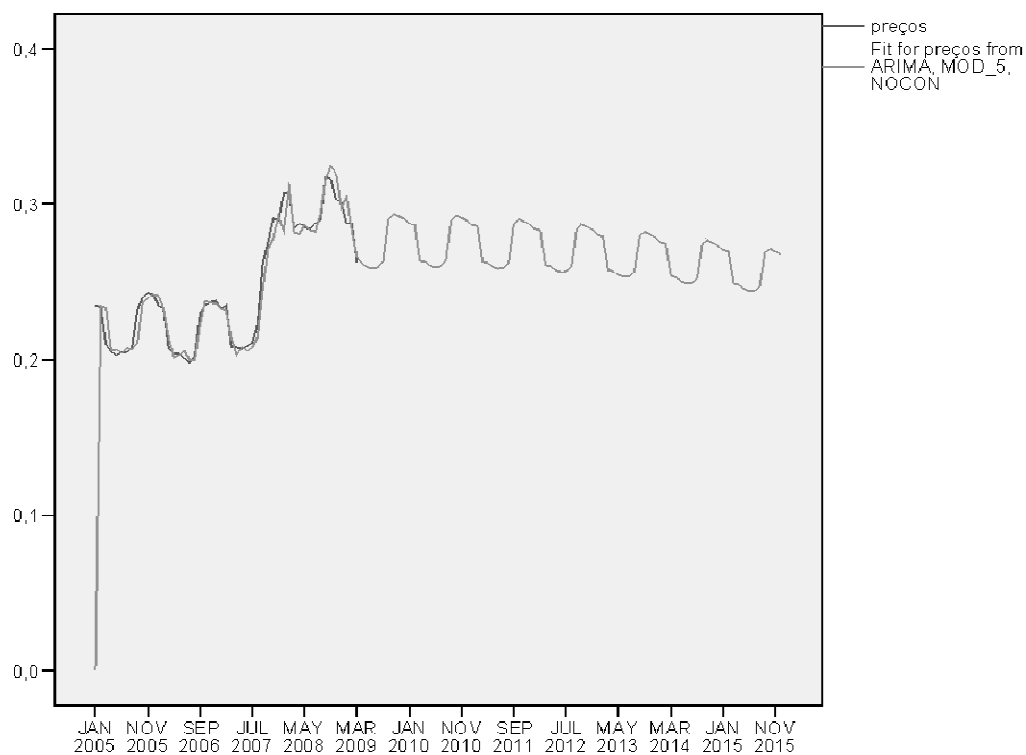
## Anexo 6 – Procedimento NLIN utilizado no SAS.

```

PROC IMPORT OUT=BASE_DADOS
  DATAFILE= "D:\BASE_DADOS_CL_2004_2008.TXT"
  DBMS=TAB REPLACE;
  GETNAMES=YES;
  DATAROW=2;
  RUN;

PROC NLIN DATA=BASE_DADOS METHOD=MARQUARDT;
  PARMS
  A=26
  B=0.08
  C=0.002;
  MODEL LEITE=A*DIA**(B)*EXP(-C*DIA);
  WHERE LACTACAO = 1; // EFECTUADO PARA CADA LACTAÇÃO (DE 1-7)
  BY MES;
  RUN;

```

Anexo 7 – Previsão de preços através do modelo SARIMA(1,0,1)(1,0,1)<sub>12</sub>

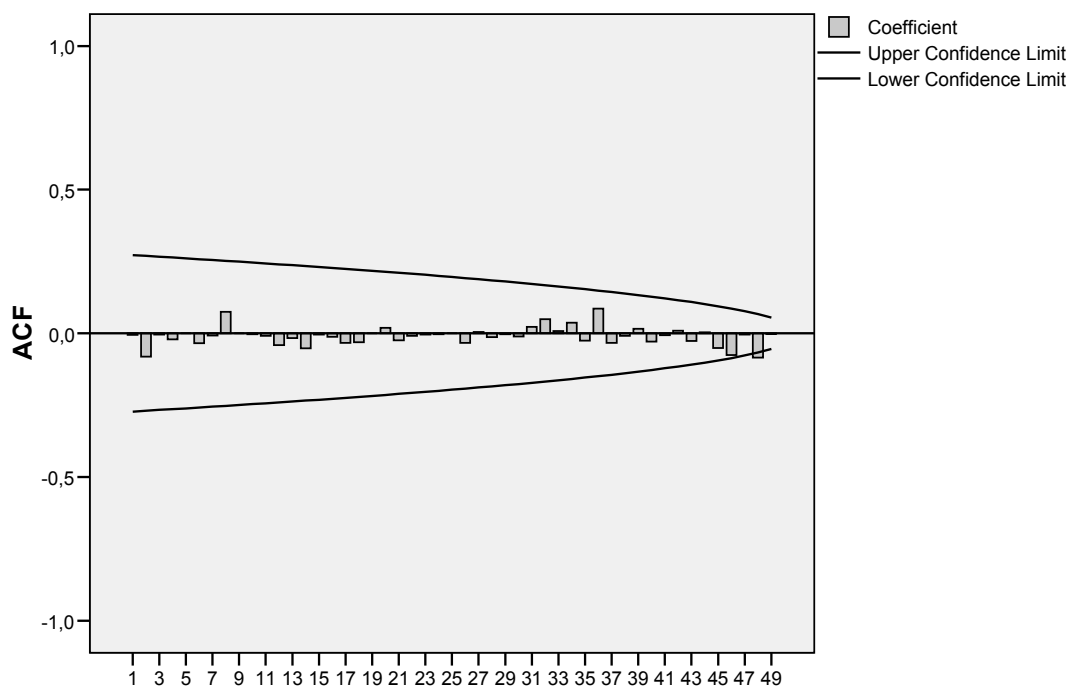
### Estimativas para os parâmetros

	Estimativa	Desvio Padrão	Significância
AR1	0.983	0.013	0.000
MA1	-0.227	0.116	0.056
AR1 sazonal	0.968	0.060	0.000
MA1 sazonal	0.598	0.326	0.073

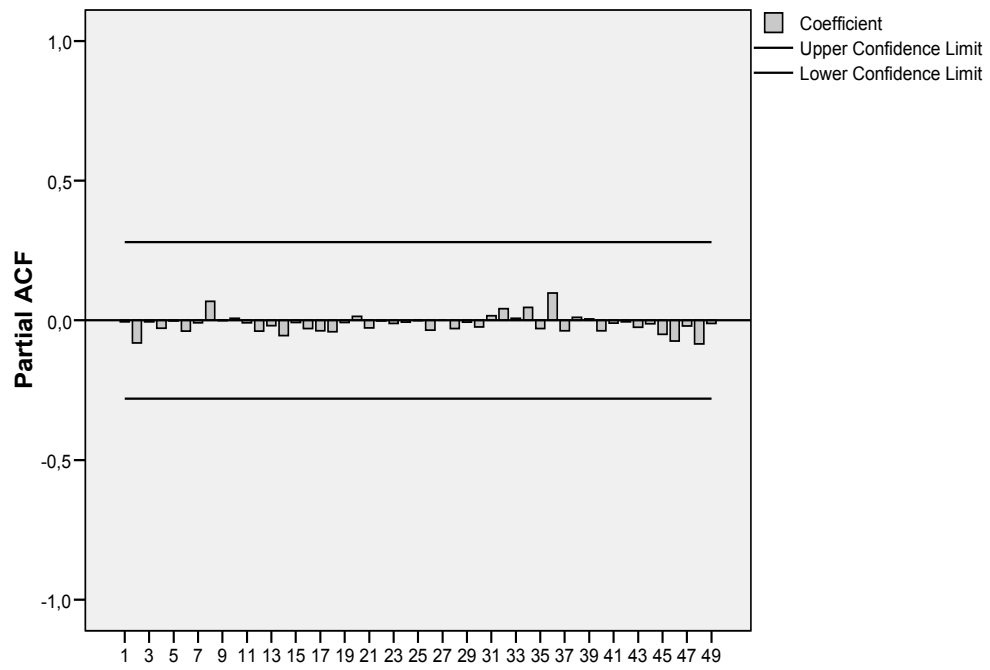
### Diagnóstico aos resíduos

Somas dos quadrados dos resíduos	0.015
Variância dos resíduos	0.000
Desvio padrão do modelo	0.007
Logaritmo da verosimilhança	167.314
Índice de informação de Akaike	-326.628
Índice de informação de Schwarz	-328.901

### Error for preços from ARIMA, MOD\_5, NOCON



## Error for preços from ARIMA, MOD\_5, NOCON



Anexo 8 – Coeficientes “a”, “b” e “c” da função Gama Incompleta.

Lactação	Parâmetros	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez	Jan-Dez
<b>1</b>	a	15,18	16,83	18,98	23,23	27,69	29,74	25,27	25,48	19,26	18,61	16,31	15,11	19,74
	b	0,1710	0,1410	0,1045	0,0519	-0,0074	-0,0520	-0,0011	-0,0117	0,0684	0,0887	0,1322	0,1658	0,0841
	c	0,00296	0,00283	0,00255	0,00206	0,00130	0,00039	0,00060	0,00034	0,00034	0,00098	0,00133	0,00203	0,00261
<b>2</b>	a	20,91	21,70	25,90	31,06	34,61	36,34	30,71	30,42	24,83	23,52	21,65	21,37	26,28
	b	0,1583	0,1562	0,1015	0,0459	-0,0040	-0,0365	-0,0025	-0,0019	0,0561	0,0852	0,1283	0,1511	0,0767
	c	0,00360	0,00390	0,00341	0,00277	0,00207	0,00125	0,00117	0,00101	0,00154	0,00202	0,00273	0,00328	0,00257
<b>3</b>	a	22,79	23,94	27,27	30,99	34,97	36,82	31,76	33,95	26,33	23,06	23,54	22,87	27,52
	b	0,1623	0,1560	0,1182	0,0806	0,0242	-0,0080	0,0124	0,0050	0,0689	0,1154	0,1325	0,1526	0,0922
	c	0,00395	0,00411	0,00383	0,00345	0,00267	0,00195	0,00160	0,00154	0,00154	0,00198	0,00252	0,00299	0,00351
<b>4</b>	a	22,16	22,35	23,85	30,76	35,43	34,45	31,16	37,41	26,78	23,79	22,47	23,01	26,77
	b	0,1750	0,1839	0,1649	0,0914	0,0369	0,0192	0,0299	-0,0165	0,0755	0,1150	0,1453	0,1556	0,1078
	c	0,00410	0,00444	0,00436	0,00369	0,00294	0,00228	0,00188	0,00147	0,00147	0,00207	0,00261	0,00309	0,00361
<b>5</b>	a	21,53	23,02	25,12	32,21	31,86	34,11	29,67	33,00	25,40	24,46	24,32	23,19	26,70
	b	0,1856	0,1702	0,1542	0,0856	0,0657	0,0207	0,0528	0,0138	0,0904	0,1150	0,1268	0,1557	0,1115
	c	0,00418	0,00416	0,00437	0,00370	0,00316	0,00231	0,00230	0,00165	0,00165	0,00227	0,00277	0,00308	0,00359
<b>6</b>	a	21,16	24,02	25,60	28,25	36,25	37,06	30,20	28,75	26,69	24,18	21,37	20,43	26,38
	b	0,1865	0,1575	0,1502	0,1198	0,0279	-0,0155	0,0383	0,0415	0,0764	0,1068	0,1553	0,1774	0,1100
	c	0,00420	0,00415	0,00446	0,00403	0,00281	0,00197	0,00210	0,00184	0,00184	0,00234	0,00251	0,00320	0,00367
<b>≥7</b>	a	20,87	21,26	24,92	27,51	28,38	31,33	32,35	30,13	24,66	23,41	22,77	23,22	25,26
	b	0,1700	0,1796	0,1399	0,1049	0,0737	0,0120	-0,0007	0,0204	0,0709	0,0992	0,1230	0,1332	0,1042
	c	0,00400	0,00443	0,00422	0,00391	0,00344	0,00209	0,00175	0,00175	0,00178	0,00196	0,00253	0,00308	0,00350
<b>Todas</b>	a	20,13	21,04	23,81	28,64	32,80	34,74	30,06	30,45	24,02	22,38	21,41	20,46	24,93
	b	0,1669	0,1596	0,1225	0,0695	0,0160	-0,0205	0,0101	0,0059	0,0676	0,0991	0,1296	0,1554	0,0913
	c	0,00369	0,00384	0,00359	0,00305	0,00232	0,00152	0,00141	0,00124	0,00124	0,00167	0,00214	0,00274	0,00328

Anexo 9 – Produção diária Inicial (Lt.).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>1</b>	15,13	16,78	18,93	23,18	27,66	29,72	25,25	25,47	19,24	18,58	16,28	15,07
<b>2</b>	20,84	21,62	25,81	30,97	34,54	36,29	30,67	30,39	24,79	23,47	21,59	21,30
<b>3</b>	22,70	23,84	27,17	30,89	34,88	36,75	31,71	33,89	26,28	23,00	23,47	22,79
<b>4</b>	22,07	22,26	23,75	30,65	35,33	34,37	31,10	37,36	26,73	23,72	22,40	22,93
<b>5</b>	21,44	22,92	25,01	32,10	31,76	34,03	29,60	32,94	25,34	24,39	24,25	23,10
<b>6</b>	21,07	23,92	25,49	28,13	36,15	36,99	30,14	28,70	26,63	24,12	21,30	20,35
<b>≥7</b>	20,78	21,17	24,81	27,40	28,28	31,26	32,29	30,08	24,62	23,36	22,70	23,14
<b>Todas</b>	20,05	20,96	23,72	28,55	32,72	34,69	30,01	30,41	23,98	22,33	21,35	20,39

Anexo 10 – Produção Acumulada aos 305 dias (Lt.).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>1</b>	6.673	6.553	6.491	6.673	6.733	6.699	7.006	6.990	6.991	7.058	6.843	6.821
<b>2</b>	7.924	7.818	7.757	7.868	7.677	7.781	7.782	7.911	7.835	7.932	8.063	8.186
<b>3</b>	8.385	8.376	8.334	8.394	8.133	8.153	8.111	8.449	8.277	8.332	8.615	8.548
<b>4</b>	8.470	8.503	8.407	8.477	8.420	8.255	8.292	8.516	8.571	8.470	8.605	8.600
<b>5</b>	8.549	8.538	8.422	8.635	8.381	8.197	8.273	8.420	8.466	8.515	8.563	8.693
<b>6</b>	8.412	8.416	8.329	8.468	8.414	7.908	8.101	8.120	8.255	8.406	8.443	8.373
<b>≥7</b>	7.901	7.941	7.982	7.830	7.459	7.456	7.612	7.784	7.848	7.836	7.877	7.946
<b>Todas</b>	7.838	7.761	7.662	7.780	7.704	7.709	7.802	7.941	7.849	7.913	8.010	7.995

Anexo 11 – Performance da Produção por Mês de Parto.

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>1</b>	95%	93%	92%	95%	95%	95%	99%	99%	99%	100%	97%	97%
<b>2</b>	97%	96%	95%	96%	94%	95%	95%	97%	96%	97%	99%	100%
<b>3</b>	97%	97%	97%	97%	94%	95%	94%	98%	96%	97%	100%	99%
<b>4</b>	98%	99%	98%	99%	98%	96%	96%	99%	100%	98%	100%	100%
<b>5</b>	98%	98%	97%	99%	96%	94%	95%	97%	97%	98%	98%	100%
<b>6</b>	99%	99%	98%	100%	99%	93%	96%	96%	97%	99%	100%	99%
<b>≥7</b>	99%	99%	100%	98%	93%	93%	95%	98%	98%	98%	99%	100%
<b>Todas</b>	98%	97%	96%	97%	96%	96%	97%	99%	98%	99%	100%	100%

Anexo 12 – Performance da Produção por Lactação.

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
<b>1</b>	77%	75%	75%	77%	77%	77%	81%	80%	80%	81%	79%	78%
<b>2</b>	91%	90%	89%	91%	88%	90%	90%	91%	90%	91%	93%	94%
<b>3</b>	96%	96%	96%	97%	94%	94%	93%	97%	95%	96%	99%	98%
<b>4</b>	97%	98%	97%	98%	97%	95%	95%	98%	99%	97%	99%	99%
<b>5</b>	98%	98%	97%	99%	96%	94%	95%	97%	97%	98%	98%	100%
<b>6</b>	97%	97%	96%	97%	97%	91%	93%	93%	95%	97%	97%	96%
<b>≥7</b>	91%	91%	92%	90%	86%	86%	88%	90%	90%	90%	91%	91%

Anexo 13 – Ascensão até ao Pico (x100).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	17,10	14,10	10,45	5,19	-0,74	-5,20	-0,11	-1,17	6,84	8,87	13,22	16,58
2	15,83	15,62	10,15	4,59	-0,40	-3,65	-0,25	-0,19	5,61	8,52	12,83	15,11
3	16,23	15,60	11,82	8,06	2,42	-0,80	1,24	0,50	6,89	11,54	13,25	15,26
4	17,50	18,39	16,49	9,14	3,69	1,92	2,99	-1,65	7,55	11,50	14,53	15,56
5	18,56	17,02	15,42	8,56	6,57	2,07	5,28	1,38	9,04	11,50	12,68	15,57
6	18,65	15,75	15,02	11,98	2,79	-1,55	3,83	4,15	7,64	10,68	15,53	17,74
≥7	17,00	17,96	13,99	10,49	7,37	1,20	-0,07	2,04	7,09	9,92	12,30	13,32
<b>Todas</b>	16,69	15,96	12,25	6,95	1,60	-2,05	1,01	0,59	6,76	9,91	12,96	15,54

Anexo 14 – Declínio pós Pico (x10.000).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	29,600	28,300	25,500	20,600	13,000	3,940	5,990	3,360	9,830	13,300	20,300	26,100
2	36,000	39,000	34,100	27,700	20,700	12,500	11,700	10,100	15,400	20,200	27,300	32,800
3	39,500	41,100	38,300	34,500	26,700	19,500	16,000	15,400	19,800	25,200	29,900	35,100
4	41,000	44,400	43,600	36,900	29,400	22,800	18,800	14,700	20,700	26,100	30,900	36,100
5	41,800	41,600	43,700	37,000	31,600	23,100	23,000	16,500	22,700	27,700	30,800	35,900
6	42,000	41,500	44,600	40,300	28,100	19,700	21,000	18,400	23,400	25,100	32,000	36,700
≥7	40,000	44,300	42,200	39,100	34,400	20,900	17,500	17,800	19,600	25,300	30,800	35,000
<b>Todas</b>	36,900	38,400	35,900	30,500	23,200	15,200	14,100	12,400	16,700	21,400	27,400	32,800

Anexo 15 – Pico diário de Produção (Lt.).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	26	25	25	26	28	30	25	25	24	25	25	25
2	32	33	33	34	35	36	31	30	29	30	31	33
3	35	36	36	37	36	37	32	34	31	32	34	35
4	36	37	37	38	37	35	33	37	33	33	34	35
5	36	37	37	39	36	35	33	34	32	33	34	36
6	36	36	37	38	38	37	32	31	32	32	33	34
≥7	33	35	35	35	33	32	32	31	30	31	32	33
<b>Todas</b>	32	33	32	33	33	35	30	31	29	30	31	32

Anexo 16 – Tempo até ao Pico (dias).

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	58	50	41	25	1	1	1	1	70	67	65	64
2	44	40	30	17	1	1	1	1	36	42	47	46
3	41	38	31	23	9	1	8	3	35	46	44	43
4	43	41	38	25	13	8	16	1	36	44	47	43
5	44	41	35	23	21	9	23	8	40	42	41	43
6	44	38	34	30	10	1	18	23	33	43	49	48
≥7	43	41	33	27	21	6	1	11	36	39	40	38
<b>Todas</b>	45	42	34	23	7	1	7	5	40	46	47	47

Anexo 17 – Rendimento Acumulado aos 305 dias (€).

<b>Lact/Parto</b>	<b>Jan</b>	<b>Fev</b>	<b>Mar</b>	<b>Abr</b>	<b>Mai</b>	<b>Jun</b>	<b>Jul</b>	<b>Ago</b>	<b>Set</b>	<b>Out</b>	<b>Nov</b>	<b>Dez</b>
<b>1</b>	1.974	1.934	1.911	1.980	2.012	2.005	2.103	2.097	2.094	2.093	2.012	2.012
<b>2</b>	2.343	2.303	2.279	2.330	2.290	2.328	2.336	2.376	2.352	2.357	2.374	2.416
<b>3</b>	2.479	2.467	2.447	2.484	2.424	2.438	2.436	2.540	2.487	2.477	2.538	2.523
<b>4</b>	2.504	2.504	2.467	2.508	2.509	2.469	2.491	2.560	2.575	2.519	2.535	2.539
<b>5</b>	2.527	2.515	2.471	2.554	2.498	2.452	2.486	2.532	2.544	2.533	2.523	2.566
<b>6</b>	2.487	2.479	2.443	2.505	2.507	2.365	2.434	2.442	2.482	2.500	2.487	2.471
<b>≥7</b>	2.336	2.338	2.342	2.316	2.222	2.231	2.286	2.341	2.358	2.331	2.321	2.346
<b>Todas</b>	2.318	2.287	2.251	2.304	2.298	2.306	2.343	2.386	2.356	2.351	2.359	2.360

Anexo 18 – Performance do Rendimento por Mês de Parto.

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	94%	92%	91%	94%	96%	95%	100%	100%	100%	100%	96%	96%
2	97%	95%	94%	96%	95%	96%	97%	98%	97%	98%	98%	100%
3	98%	97%	96%	98%	95%	96%	96%	100%	98%	98%	100%	99%
4	97%	97%	96%	97%	97%	96%	97%	99%	100%	98%	98%	99%
5	98%	98%	96%	100%	97%	96%	97%	99%	99%	99%	98%	100%
6	99%	99%	97%	100%	100%	94%	97%	97%	99%	100%	99%	99%
≥7	99%	99%	99%	98%	94%	95%	97%	99%	100%	99%	98%	100%
<b>Todas</b>	97%	96%	94%	97%	96%	97%	98%	100%	99%	99%	99%	99%

Anexo 19 – Performance do Rendimento por Lactação.

Lact/Parto	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Jul	Ago	Set	Out	Nov	Dez
1	77%	75%	74%	77%	78%	78%	82%	81%	81%	81%	78%	78%
2	91%	89%	88%	90%	89%	90%	91%	92%	91%	92%	92%	94%
3	96%	96%	95%	96%	94%	95%	95%	99%	97%	96%	99%	98%
4	97%	97%	96%	97%	97%	96%	97%	99%	100%	98%	98%	99%
5	98%	98%	96%	99%	97%	95%	97%	98%	99%	98%	98%	100%
6	97%	96%	95%	97%	97%	92%	95%	95%	96%	97%	97%	96%
≥7	91%	91%	91%	90%	86%	87%	89%	91%	92%	90%	90%	91%

