

É evidente que aqui também há questões em aberto. Por exemplo, será que para cada número natural n , $n \geq 3$, existe pelo menos uma cadeia com n elementos? Então, o que será preciso para ser um número especial? Será preciso ser perfeito, multi-perfeito, primo, amigável, sociável? Notamos que todas estas características realmente os tornam especiais, e para além desses, muitos outros existem. Números abundantes, triangulares, quadrados, transcendentos, inteiros, imaginários, complexos, reais, irracionais, racionais, áureos, algébricos, palíndromos, transfinitos, etc. Concluimos com a seguinte frase: *Cada número encerra em si um mistério, e à semelhança dos pitagóricos, está em nós descobri-lo.*

REFERÊNCIAS

- KARLSON, Paul. *A Magia dos Números* (São Paulo: Editora Globo, 1961).
 DANTZIG, Tobias. *Número: A linguagem da Ciência* (Rio de Janeiro: Zahar Editores, 1970).
 BOYER, Carl B. *História da Matemática* (São Paulo: Editora Edgard Blucher Ltda, Editora da Universidade de São Paulo, 1976).
 IFRAH, Georges. *Os números: a história de uma grande invenção* (São Paulo: Editora Globo, 1992).
 CONWAY, John H. e GUY, Richard K. *O Livro dos Números* (Lisboa - Aveiro: Gradiva - Universidade de Aveiro, 1999).

A MATEMÁTICA

no apoio a decisões complexas

E O CASO

DA LOCALIZAÇÃO DE LOJAS DE RETALHO

ARMANDO B. MENDES • PROF. AUX. DO DM

TODOS SOMOS OBRIGADOS a tomar as mais diversas decisões ao longo da vida ou mesmo durante um dia de trabalho. Que carro escolher? Qual o melhor percurso para me deslocar de A para B? Como cozinhar uma refeição o mais rapidamente

possível? Algumas destas decisões são praticamente irrelevantes e escolher a alternativa errada terá poucas consequências para a pessoa que toma a decisão (decisor). No entanto, algumas decisões quando tomadas errada-



mente podem ter consequências nefastas, de custo muito elevado, ou envolver a vida de seres humanos, como acontece em tempos de guerra.

Foi exactamente durante a Segunda Guerra Mundial, quando os aliados se viram confrontados com problemas (de natureza logística, táctica e estratégia militar) de grande dimensão e complexidade, que nasceu a Investigação Operacional e o conceito de utilização de modelos matemáticos no apoio à decisão. Para apoiar os comandos operacionais na tomada de decisões fundamentais, foram então criados grupos multidisciplinares de cientistas em que se incluíam matemáticos, físicos, engenheiros, a par de outros oriundos, por exemplo, das ciências humanas. Esses cientistas mais não fizeram do que aplicar o método científico, que tão bem conheciam, aos problemas que lhes foram colocados. Desenvolveram, então, a ideia de criar modelos matemáticos, fundamentados em dados e factos, que lhes permitissem formular de

forma objectiva os problemas em estudo, ensaiar e avaliar o resultado de estratégias ou decisões alternativas.

Dentro dos grandes sucessos destes grupos contam-se os planos iniciais para o desenvolvimento do radar, com uma quota importante na vitória da batalha de Inglaterra, e o desenvolvimento do algoritmo Simplex para resolução de problemas formulados em programação linear, considerado um dos 10 algoritmos mais usados durante o século XX (SIAM NEWS, vol. 33, n.º 4, 2000).

O sucesso e credibilidade ganhos durante a guerra foram tais que, terminado o conflito, grupos de cientistas com a sua nova metodologia de abordagem dos problemas foram integrados nos quadros de diversas empresas. Desde então, fizeram-se grandes desenvolvimentos técnicos e metodológicos que hoje, com o apoio de meios computacionais de crescente capacidade e disseminação, nos permitem trabalhar enormes volumes de dados sobre as actividades das em-

presas e, através de adequados modelos de base quantitativa, perceber melhor a natureza e expectativas do cliente, ensaiar e avaliar linhas de acção alternativas e encontrar as soluções que melhor servem os objectivos dos indivíduos ou organizações.

Assim, começa-se por definir o problema e identificar quais os objectivos que se pretendem atingir e como são medidos (medidas de desempenho), quais as alternativas de decisão disponíveis e como se relacionam estes dois aspectos. A definição do problema que realmente se quer resolver é um passo fundamental, sendo por vezes necessário lidar com todas as incongruências e subjectividade inerentes ao ser humano, o que é ainda mais delicado quando existem vários actores e decisores envolvidos. Entre as técnicas desenvolvidas para a estruturação de problemas contam-se o *brainstorming*, os mapas conceptuais e os diagramas de influência. Na fase seguinte formulase o problema em linguagem matemática, utilizando

conceitos da engenharia de sistemas como as variáveis decisoriais (usadas para representar o objecto ou conceito sobre o qual se pretende decidir), variáveis de sistema e variáveis auxiliares, as quais podem ser consideradas endógenas ou exógenas, discretas ou contínuas, aleatórias ou determinísticas. O objectivo essencial é identificar as relações entre as variáveis decisoriais e os descritores de impacto (deduzidos a partir das medidas de desempenho), permitindo calcular valores de impacto utilizados na comparação de alternativas (valores possíveis das variáveis decisoriais). Neste ponto podem-se incluir técnicas de visualização, análise de dados, prospecção de informação (*data mining*), testes de hipóteses, conhecimento do domínio e muitos outros desenvolvidos principalmente nas áreas da estatística e da aprendizagem automática (um ramo da inteligência artificial), sempre utilizando sistemas de informação que

disponibilizam os dados quantitativos e implementam os algoritmos.

A fase seguinte consiste no cálculo dos valores de impacto e determinação de uma alternativa (ou várias, caso de soluções degeneradas) “melhor” do que as restantes. Nesta fase existe uma enorme variedade de métodos de optimização,



muitas vezes na forma de aplicações informáticas. Por exemplo, para o problema da escolha do carro, e tendo em conta que o conjunto de alternativas é pequeno e que o decisor pode ter vários objectivos a atingir com a referida escolha (como, por exemplo, minimizar o custo de aquisição e/ou de manutenção, maximizar o espaço interior ou simplesmente escolher o

carro mais bonito) podem-se utilizar técnicas de teoria de decisão multiobjectivo. Para o problema da refeição (ou de qualquer outra tarefa complexa, como a construção de uma habitação) foram criados modelos de optimização em rede de gestão de projectos, e para o problema da deslocação desenvolveram-se algoritmos de percursos mínimos em redes viárias.

Desta forma, na maioria das vezes, chega-se a uma decisão que se considera óptima no sentido em que é melhor do que as restantes consideradas e que será avaliada pelo decisor para que seja posta em prática. Note-se que esta validação final é fundamental já que o decisor dispõe de um conjunto de conhecimentos e de um sistema de valores que podem não ter sido devidamente considerados no processo de definição e formulação do problema. Porém, mais importante do que a decisão propriamente dita é a geração de conhecimento. O decisor conhece ago-

ra melhor não só o problema como também todo o contexto em que se insere o negócio em que está envolvido.

Exemplo da aplicação destas metodologias apresentase o projecto que constituiu a base do trabalho de tese de doutoramento do autor.

Pretendia-se definir um método para avaliar localizações de lojas e determinar onde será mais rentável abrir uma nova loja de retalho alimentar de pequena dimensão. Inicialmente avaliou-se o problema como sendo de determinação de uma rede de distribuição de custo mínimo, problema bem

conhecido dos matemáticos e com algoritmos de resolução já profundamente estudados. Mas mais importante do que resolver bem um problema é resolver o problema certo... Assim, começou-se por definir um grupo de trabalho composto por especialistas da em-

presa interessada na resolução do problema, com formação em ciências sociais, liderada pelo responsável máximo do departamento de estudos de localização com formação em engenharia e a frequentar um MBA, e de académicos com formação em Investigação



Operacional e Estatística. Mais tarde verificou-se a necessidade de incluir igualmente um especialista em Sistemas de Informação Geográfica.

As primeiras reuniões foram um choque para a parte académica do grupo de trabalho, uma vez que se

definiu um problema bem distinto das impressões iniciais. Na verdade, pretendia-se determinar localizações óptimas para lojas, mas a medida de desempenho não era os custos de distribuição (que aliás foram considerados irrelevantes durante todo o projecto), mas o potencial da loja em termos de vendas anuais. De repente, o problema tinha saído de uma área bem conhecida para uma área mais complexa, envolvendo uma enorme variedade de factores que poderiam influenciar a decisão, como vários aspectos da localização, potencial da área

residencial servida pela loja (área de influência) e comportamentos do consumidor. Além disso, matematicamente, pretendiam-se modelos de previsão que teriam de ser estimados sem a existência de séries cronológicas, uma vez que não existe qualquer histo-

rial de vendas para novas localizações.

Do levantamento bibliográfico efectuado identificaram-se algumas metodologias de resolução e uma denominação institucionalizada para o mesmo: *site selection* ou avaliação de localizações potenciais. No entanto, nenhuma das metodologias propostas surgia como adequada a lojas de pequena dimensão, cujas variáveis susceptíveis

siste na visita a lojas, sem conhecimento dos empregados, fazendo um levantamento de aspectos da localização, como a visibilidade, acessibilidade, e da qualidade de serviço. Foram igualmente recolhidas centenas de coordenadas de localização de lojas da cadeia e de outras cadeias concorrentes e alguma informação associada. Essas coordenadas foram essenciais para a avaliação de áreas

muito poucas e consideradas muito heterogêneas tanto em termos de localizações como de desempenho em resultado de várias mudanças de estratégia da cadeia ao longo do tempo. Assim, optou-se por definir uma tipologia de lojas, que não podendo ser validada apenas com o limitado número de lojas existentes, exigiu a aplicação de diferentes métodos de integração de conhecimento não



de influenciar os valores de impacto (neste caso previsões de vendas anuais) eram inúmeras, podendo ser muito distintas de localização para localização.

Assim, foi decidido empreender um ambicioso programa de recolha de dados necessários à modelação. Este incluía dois inquéritos a clientes de lojas da cadeia já existentes e um programa de *mystery shopping* ou do cliente mistério que con-

as de influência utilizando diagramas de Voronoi multiplicativos ponderados no tratamento espacial de dados demográficos do censo 2001.

Para o método de previsão foi decidido, em reunião do grupo de trabalho, optar por modelos de analogia que utilizam valores de vendas de lojas existentes para prever as vendas das novas lojas. No entanto, as lojas da cadeia existentes eram

quantitativo de especialistas. Este foi um processo demorado, envolvendo meia dezena de reuniões para avaliação dos grupos e confronto com as expectativas dos especialistas.

Após a definição dos grupos de lojas análogas construíram-se regras de decisão que permitiram, recolhidos valores para algumas variáveis sobre as novas localizações, classificar essa localização num dos grupos

pré-definidos. Posteriormente, um modelo de regressão linear prevê valores de vendas anuais para essas localizações. Estes valores de impacto foram comparados entre as diferentes localizações potenciais, permitindo a identificação de uma localização ótima, ainda que outros conhecimentos e factores pudessem ser considerados. Durante este processo de avaliação das localizações utilizaram-se diferentes aplicações informáticas: *software* estatístico de análise de dados, sistemas gestores de bases de dados relacionais e sistemas de informação geográfica. Para coordenar estas aplicações e implementar os modelos optou-se por uma folha de cálculo segundo uma filosofia *loosely coupled*. Esta solução muito simples e com uma curva de aprendizagem muito curta permite, no entanto, recolher os valores das variáveis calculados noutras aplicações e obter valores de previsão de vendas. Tem ainda a vantagem de constituir uma implementação muito flexível e adaptável ao cresci-

mento da cadeia e à necessária renovação dos modelos utilizados.

O sucesso deste projecto deve-se à integração de conhecimento de domínio por parte de especialistas, permitindo a criação de uma relação de confiança entre os diferentes actores envolvidos, e uma maior segurança nas previsões geradas pelo software. Além dos modelos construídos, a geração de novo conhecimento sobre o problema e as lojas foram os resultados mais valorizados deste projecto. Exemplos desse conhecimento criado foram conceitos como o de lojas análogas, de área de influência e a tipologia de lojas definida que já foi utilizada para acções de *marketing* posteriores.

