

Desafios com patas



Por: Ricardo Cunha Teixeira

Professor do Departamento de Matemática e Estatística
 Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores
 ricardo.ec.teixeira@uac.pt

A importância da Matemática, muitas vezes, é atribuída à utilidade desta área do saber na vida do quotidiano. No dia a dia, são inúmeras as situações em que é útil recorrer a ferramentas matemáticas, desde logo ao raciocínio matemático e ao cálculo envolvendo as quatro operações aritméticas elementares. Por exemplo, numa simples ida às compras, se dominarmos o cálculo de percentagens e a regra de três simples poderemos tomar uma decisão esclarecida sobre descontos ou oportunidades de compra na forma “leve dois, pague um”. Do simples cálculo do troco decorrente de uma compra à gestão do orçamento familiar mensal, inúmeras são as situações em que a utilização de ferramentas matemáticas básicas pode fazer a diferença. De igual modo, o conhecimento dessas ferramentas pode contribuir para uma análise crítica das notícias que assistimos diariamente, em particular de resultados estatísticos que nos são apresentados na forma de tabelas ou gráficos. Em resposta à pergunta “O que é que é importante que um cidadão saiba e seja capaz de fazer em situações que envolvem a Matemática?”, o relatório nacional do estudo PISA de 2018 aponta para a importância do desenvolvimento da literacia matemática, mais precisamente, da “capacidade de um indivíduo formular, aplicar e interpretar a Matemática em contextos diversos. Inclui raciocinar matematicamente e utilizar conceitos, processos, factos e ferramentas da Matemática para descrever, explicar e prever fenómenos. Permite ao indivíduo reconhecer o papel da Matemática no mundo e formular juízos e decisões, fundamentadamente, como se espera de cidadãos participativos, empenhados e reflexivos”.

Para além da utilidade da Matemática na vida quotidiana de um cidadão, é indiscutível o papel relevante desta área do saber no desenvolvimento da Humanidade. De facto, a Matemática tem contribuído para o avanço da ciência e da tecnologia, desde os modelos matemáticos aplicados à ecologia, à epidemiologia e à genética aos modelos usados na construção das linhas de comboio e dos aviões, bem como na orientação dos satélites em órbita. Embora, muitas vezes, não seja do conhecimento do cidadão comum, a Matemática está na base da tecnologia GPS, da construção do motor de busca da Google e na identificação de erros na leitura dos códigos de barras e dos números dos cartões de crédito, bem como de muitos outros números de identificação (por exemplo, em Portugal temos o número de identificação civil, o número de identificação fiscal e o número de identificação da segurança social). Aliás, ao longo da nossa história, as civilizações antigas

A

78 patas

? (n.º de pares coelho-galinha)

B

n.º de animais		n.º de patas		total
...
5	15	20	30	50
6	14	24	28	52
7	13	28	26	54
8	12	32	24	56
9	11	36	22	58
10	10	40	20	60
...

C

n.º de patas		n.º de animais	
4	24	1	12
8	20	2	10
12	16	3	8
16	12	4	6
20	8	5	4
24	4	6	2

que mais investiram na Matemática foram as que mais prosperaram, desde logo se pensarmos no Antigo Egito ou na Grécia Antiga.

Mas será que a importância da Matemática se centra apenas na sua utilidade? Na verdade, nem tudo o que está relacionado com a Matemática tem de ser útil. A Matemática constitui, sobretudo, um exercício mental. Esse exercício pode ser agradável, sem ser necessariamente útil. Um desafio matemático, por exemplo, pode conduzir ao prazer da descoberta, sem que tenha uma utilidade imediata para a vida do quotidiano ou, mesmo, para o desenvolvimento da sociedade.

Neste texto, apresentam-se três desafios, meramente recreativos, em que se pretende descobrir o número de animais de cada espécie de uma quinta, com base no número total de patas. Trata-se de um problema clássico, que pode ser explorado com diferentes variantes. Para cada situação, os dados fornecidos são determinantes para a descoberta da solução ou das soluções possíveis. Aplicaremos ferramentas básicas da Matemática, dispensando o recurso a variáveis e a equações. Os exemplos apresentados foram explorados pelo professor João Duarte, da EBI de Arrifes, na sessão “Matemática Passo a Passo” do episódio 132 da temporada 2 do programa “Aprender em Casa”, da RTP Açores, disponível à data de publicação deste artigo na RTP Play.

No primeiro desafio, considere que o José tem o mesmo número de coelhos e de galinhas na sua quinta. Ao todo, os coelhos e as galinhas do José têm 78 patas. Quantos animais de cada espécie tem o José? Na figura A, ilustra-se um esquema que pode ajudar a encontrar a solução. Uma vez que o José tem o mesmo número de coelhos e de galinhas, podemos formar pares coelho-galinha. Como os coelhos têm 4 patas e as galinhas 2 patas, então cada par formado por um coelho e uma galinha tem, ao todo, 6 patas. Logo, dividir as 78 patas que existem na quinta por 6 dá-nos o número de pares, ou seja, o número de coelhos, que é igual ao número de galinhas. Essa divisão indica-nos que o José tem 13 coelhos e 13 galinhas. Podemos confir-

mar a resposta, verificando que $13 \times 4 + 13 \times 2 = 13 \times (4 + 2) = 13 \times 6 = 78$.

Para o segundo desafio, considere que a Maria tem 20 animais na sua quinta. Estes são coelhos e galinhas. Ao todo, os coelhos e as galinhas da Maria têm 56 patas. Quantos animais de cada espécie tem a Maria? Neste exemplo, perde-se um dado (o número de coelhos já não tem que ser igual ao número de galinhas), mas ganha-se outro (sabe-se agora que, ao todo, existem 20 animais das duas espécies). A solução pode ser obtida por tentativa e erro, com recurso a tabelas para uma melhor organização da informação, como se ilustra na figura B. Como são 20 animais, começamos por supor, por exemplo, que existem 5 coelhos e 15 galinhas. Ao contarmos as patas dos animais, obtemos $5 \times 4 + 15 \times 2 = 20 + 30 = 50$. Uma vez que 50 é inferior ao valor indicado no desafio (56), devemos aumentar o número de coelhos e reduzir o número de galinhas, pois os coelhos têm mais duas patas do que as galinhas, conduzindo a um aumento do número total de patas. Assim, como precisamos de mais 6 patas, devemos ter mais 3 coelhos, logo menos 3 galinhas, obtendo como solução 8 coelhos e 12 galinhas. Confirmamos que esse número de coelhos e de galinhas conduz a $8 \times 4 + 12 \times 2 = 32 + 24 = 56$ patas no total. De notar que não há um só caminho para chegar à resposta. Por exemplo, a primeira tentativa podia ter sido formulada com um número diferente de coelhos e de galinhas. Além disso, a escolha das restantes tentativas pode variar: pode-se acrescentar apenas um coelho e retirar uma galinha de uma tentativa para a seguinte, levando um pouco mais de tempo até encontrar a solução; pode-se também recorrer à tentativa por enquadramento (por exemplo, na primeira tentativa opta-se por 6 coelhos e 14 galinhas, concluindo que o total de patas é 52, um número inferior ao desejado; na tentativa seguinte, dá-se um salto na escolha do número de animais de cada espécie para 10 coelhos e 10 galinhas, concluindo que o total de patas é 60, um número superior ao pretendido; por fim, deduz-se que a resposta correta está entre 6 e

10 coelhos, neste caso, 8 coelhos).

No terceiro e último desafio, considere que o António tem coelhos e galinhas na sua quinta. Ao contar todas as patas dos animais, o número é 28. Quantos animais de cada espécie tem o António? Nesta situação, já não temos os dados disponíveis nos desafios anteriores (o número de coelhos não tem que ser igual ao número de galinhas e também não se sabe quantos animais das duas espécies existem ao todo). Este facto é decisivo para que exista mais de uma solução para o terceiro desafio. Começamos por focar a nossa atenção no número de patas de cada espécie, conforme se ilustra na figura C. Supondo que o António tem pelo menos um animal de cada espécie, começamos por considerar que existe 1 coelho, com 4 patas. Logo terão de existir 24 patas por parte das galinhas (ou seja, $24 \div 2 = 12$ galinhas), uma vez que ao todo existem na quinta 28 patas. Portanto, já encontramos uma solução: 1 coelho e 12 galinhas. Mas existem mais soluções para este desafio: se tivermos agora 2 coelhos, ficamos com $2 \times 4 = 8$ patas; por parte das galinhas, devemos ter $28 - 8 = 20$ patas, logo $20 \div 2 = 10$ galinhas. Assim, uma segunda solução corresponde a 2 coelhos e 10 galinhas. Seguindo o mesmo raciocínio, obtemos seis soluções ao todo. A última solução aponta para 6 coelhos ($6 \times 4 = 24$ patas) e 2 galinhas ($2 \times 2 = 4$ patas), num total de $24 + 4 = 28$ patas. Repare-se que já não é possível ter 7 coelhos, pois isso corresponderia a $7 \times 4 = 28$ patas e não poderiam existir galinhas na quinta (supomos, portanto, que o António tem pelo menos um animal de cada espécie na quinta).

Desafios como os que foram apresentados ao longo deste texto pertencem ao domínio da chamada Matemática Recreativa, que torna a Matemática mais rica por não se restringir apenas ao seu papel utilitário, para a nossa vida do dia a dia e para o progresso de toda a Humanidade. Se nos aventurarmos nos jardins da Matemática Recreativa poderemos ficar agradavelmente surpreendidos pelo prazer da descoberta, desprovido de qualquer utilidade. Os desafios da mente valem por si mesmos!