

Simetrias e Isometrias

- qual a diferença?



Helena Sousa Melo*

Volta e meia deparamos com objetos que possuem determinadas características geométricas que saltam às nossas vistas. Observadas algumas das suas características, os matemáticos ora dizem que esses objetos possuem simetrias, ora afirmam que esses objetos foram construídos através de isometrias. Mas do que falam? Qual a diferença entre simetria e isometria? Quando devemos usar um termo ou outro?

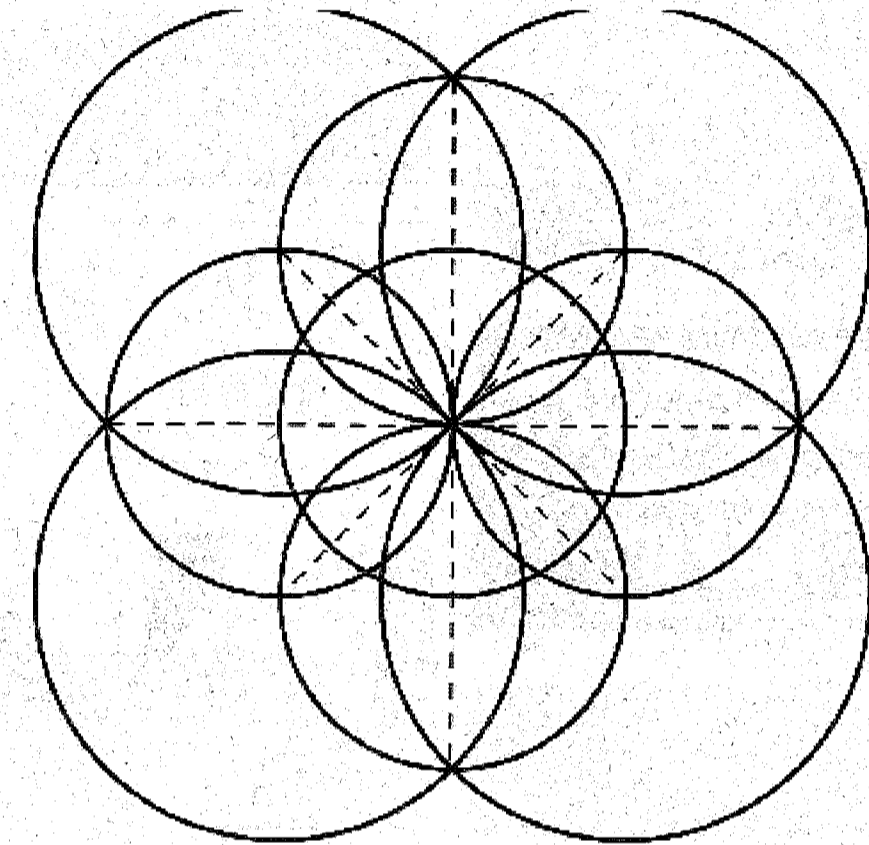
A simetria é usada pelo homem em suas produções desde os tempos mais primitivos. O ser humano não poderia deixar de colocar a simetria em suas obras, uma vez que a própria essência formal de todos os seres é a simetria. Apesar de termos vestígios deste conceito destes os tempos pré-históricos, a teoria das simetrias e a arte ornamental tem suas raízes na antiga Grécia.

Assim, a palavra simetria tem suas raízes na filosofia e estética grega, onde era usada para expressar equilíbrio, proporção, e era sinónimo de harmonia, e deriva da palavra grega *συμμετρία* (*sin* – com; *“métron”* – medida). O termo simetria só entra nas ciências em 1830, com o começo do estudo da classe dos cristais e sua análise baseou-se na teoria dos grupos, introduzida pelo matemático francês Evariste Galois (1811 – 1832).

Com o desenvolvimento das ciências naturais, tais como a cristalografia, a química, a física, entre outras, as estruturas simétricas tornaram-se uma importante área de estudo na geometria. Mas não só nesses campos observamos a existência de simetria.

Ao longo dos tempos, a simetria teve várias definições e conceitos. Fídias (c. 492 – 432 a.C.), escultor grego, define a simetria como “a devida disposição, o equilíbrio e a correspondência adequada das “formas parciais” em qualquer totalidade formal”. Eudoxo de Cnido (c. 400 – 347 a.C.) filósofo, matemático e astrónomo grego formula a doutrina das esferas homocêntricas que suponha uma terra fixa e imóvel. Escreve também uma “teoria das proporções”.

Desde o séc. VI a.C., sob a orientação de Pitágoras (c. 569 – 475 a.C.), que um grupo de matemáticos gregos estuda pela primeira vez os poliedros regulares. Platão (c. 427 – 347 a.C.) filósofo grego, também faz referências à simetria. Marcus Vi-



trivius, arquiteto romano, por volta de 80 a.C., define a simetria, numa forma bem generalizada, como “a harmonia apropriada que resulta dos membros da própria obra e a correspondência modular que resulta das partes separadas em relação à aparência de todo o corpo”.

Na “idade das trevas”, entre os séculos V e IX, um relacionamento estreito leva à minimização das ideias abertas e fortes da simetria como algo dinâmico, mais e mais, até transformá-la na vulgar e limitadíssima noção de reflexão sobre um eixo ou plano.

A volta da simetria começa realmente com Leonardo da Vinci (1452 – 1519), que costumava determinar de maneira sistemática todas as simetrias possíveis dos edifícios monumentais com vista a projetar de maneira harmoniosa eventuais extensões e acrescentos, sem destruir a simetria da parte central. A simetria começa a ressurgir com toda a sua adaptabilidade, e do renascimento em diante, a simetria é algo implícito na noção de desenho.

Podemos então definir a *simetria* como a operação que mantém, através de determinadas transformações geométricas, um dada figura geométrica, isto é, um conjunto de pontos do plano, invariante. Um objeto que possui simetria pode ser convertido nele próprio, a partir de uma das suas partes, ficando numa posição indistinta da outra. Uma figura geométrica com simetria possui uma certa regularidade no plano.

A palavra isometria deriva da palavra grega *ισομετρία* (“iso” – mesma; “métron” – medida). A *isometria* é uma transformação geométrica que, aplicada a uma figura geométrica,

mantém as distâncias entre pontos. Ou seja, os segmentos da figura transformada são geometricamente iguais aos da figura original, podendo variar a direção e o sentido. No plano euclidiano distinguimos as seguintes transformações isométricas: reflexão em reta, translação, rotação e reflexão deslizante. Esse resultado, de 1831, também é conhecido por “Teorema da classificação das isometrias” e deve-se ao historiador e geômetra francês Michel Chasles (1793 – 1880).

Uma *isometria* passa a ser designada por *simetria de uma figura geométrica* se, e só se, essa isometria deixa a figura, após a transformação, invariante. O conjunto de todas as simetrias de uma figura geométrica com a operação de composição é o grupo de simetrias dessa figura, e tal figura é denominada de *ornamento*.

Podemos dizer que um ornamento possui: *simetria axial*; *simetria translacional*; *simetria rotacional* (de ordem n), se, respetivamente, a reflexão numa reta, a translação, a rotação de ordem n , faz parte das simetrias desse ornamento. Se a rotação for de 180 graus, dizemos que há *simetria central*.

Distinguimos os seguintes tipos de grupo de simetrias:

O *Grupo de rosácea* (ou grupo cristalográfico de dimensão 0) é um grupo, finito, que não contém translações de vetor não-nulo, ou seja, não possui simetria translacional no seu grupo de simetrias. Possui 2 grupos: o *grupo cíclico*, com apenas rotações, e o *grupo diedral*, com reflexões e rotações. Os ornamentos correspondentes denominam-se *rosáceas*. A existência e

completa classificação desse grupo de simetria foram atribuídas a da Vinci;

O *Grupo de friso* (ou grupo cristalográfico de dimensão 1) é um grupo, infinito, que tem translações de vetor não-nulo, numa só direção. Os ornamentos são denominados frisos. Existem 7 grupos de simetria dos frisos e esses foram deduzidos, independentemente, em 1924, pelo professor húngaro George Pólya (1887 – 1985) e pelo mineralogista suíço Paul Niggli (1888 – 1953);

O *Grupo de papel de parede* (ou grupo cristalográfico de dimensão 2) é um grupo, infinito, que tem translações em 2 direções diferentes. Os ornamentos são designados *pavimentos*. Existem 17 grupos distintos. Entre 1885 e 1890, E.S. Fedorov, estudando cristalografia, demonstrou a existência de unicamente 17 grupos de simetria do plano. Em 1924, Pólya e Niggli redescobriram esses grupos;

O *Grupo espacial* (ou grupo cristalográfico de dimensão 3) é um grupo que tem translações em 3 direções diferentes. Os ornamentos denominam-se *cristais*. Existem 230 grupos espaciais distintos. A determinação do grupo de simetrias no espaço foi realizada, por volta de 1830, pelo médico e mineralogista alemão Johann F.C. Hessel (1796 – 1872), mas o seu trabalho não teve reconhecimento dos seus pares, tendo mesmo permanecido no desconhecido até à sua reedição em 1897. Hessel classificou, em 1831, os 32 grupos tridimensionais que correspondem aos grupos finitos de simetria. Mais tarde, em 1848, a mesma determinação foi redescoberta por Auguste Bravais (1811 – 1863), que de um modo mais elegante, demonstra, geometricamente, a existência das 32 classes cristalinas e das 14 redes tridimensionais as quais levam o seu nome.

Vários matemáticos desenvolveram estudos sobre cristalografia, uns com base na geometria, outros com base em outras ciências e desde então têm sido estudados exaustivamente e aplicados não só na cristalografia, como também em diversas manifestações artísticas, bem como na arquitetura. O holandês M.C. Escher (1898 – 1972) é um dos artistas que usou a classificação matemática dos pavimentos.

Como vimos, quer a noção de simetria, quer a noção de isometria, são muito importantes nas artes, em matemática, e em diversas ciências, cada qual com seu papel definido.

* hmelo@uac.pt
Professora Auxiliar
Centro de Matemática Aplicada
e Tecnologias de Informação
Departamento de Matemática
Universidade dos Açores