

# Verão, Férias, Música e... Matemática



Helena Sousa Melo\*

No verão estamos inquietos que chegue o período das férias para podermos ficar longe da rotina do quotidiano e fazer o que nos dá mais gosto. Nas férias, queremos passear, ver lugares diferentes, conversar, ouvir música e a última coisa que desejamos é pensar no serviço, nas responsabilidades, nos afazeres diários, e, também, na Matemática que nos persegue dia a dia, quer na contagem do tempo, quer no trabalho, quer em casa, quer nas compras, pois esta está em tudo que nos rodeia. Por isso, a Matemática não entra em férias, também acompanha-nos nos momentos de lazer, quando apreciamos os motivos em uma calçada, a arquitetura, a natureza e também a música, tão agradável, tão envolvente e tão cheia de Matemática.

Desde as eras mais longínquas o homem produz sons. Esses sons, numa sequência melódica, originam a música. Mas como surgem as escalas, as notas, os compassos de que temos conhecimento nos dias de hoje? Surgem de uma observação matemática. Os antigos, inspirados nos pitagóricos, dividiram a Matemática em quatro partes, conhecida por quadrivium (quadrí quatro, vium caminho), que compreendia: a geometria – grandezas em repouso, a astronomia – grandezas em movimento, a aritmética – números em repouso e a música – números em movimento. Estas eram matérias ensinadas nas universidades medievais.

A música era para os pitagóricos um sinal da harmonia do cosmos, bem como uma via para conseguir o equilíbrio interno. Os pitagóricos foram os primeiros a fundamentá-la cientificamente. Consideravam que a música tinha uma aritmética escondida. Para os pitagóricos, “tudo é número”. Este pensamento atravessou gerações. Um facto curioso é a influência na música de Mozart da numerologia, uma teoria que utiliza a matemática básica. Podemos verificar tal influência na sua obra “Flauta Mágica”.

Pitágoras teria notado que ao esticar uma corda, produzia determinado som, o tom, e fazendo outras marcas nessa mesma corda observou que os sons produzidos eram ora agradáveis, ora não. Este descobriu que as marcas que produziam sons agradáveis estavam relacionadas com as frações 1:2, 2:3 e 3:4. Quando o comprimento da corda esticada é reduzi-

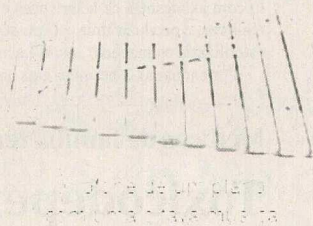
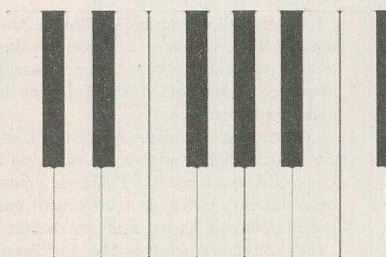
do para a sua metade produz um som mais agudo relacionado com o primeiro som, temos “a oitava acima”. Uma oitava é então o intervalo entre uma nota musical e outra com a metade ou o dobro da sua frequência. Surge, com Pitágoras, um primeiro grupo de notas, uma primeira escala musical.

A Escala é pois uma sequência discreta de sons que se sucedem dentro da oitava. Muitos são os tipos de escalas existentes em todas as partes do mundo. A escala musical mais utilizada hoje foi desenvolvida pela civilização ocidental e baseia-se num conjunto de doze sons, a chamada escala cromática igualmente temperada. No piano, por exemplo, apercebemo-nos dessa escala cromática quando, sem pular nenhuma, tocamos todas as 7 teclas brancas e 5 pretas teclas.

Neste sistema de temperamento igual, a oitava é assim dividida nos doze intervalos de semitons. A correspondência entre duas frequências separadas por um semitom é sempre a mesma relação matemática, uma constante igual à “raiz duodécima” de 2 que corresponde a aproximadamente 1,059463. Esse valor é o factor de proporção, ou razão, entre as duas notas consecutivas da escala temperada que estão em progressão geométrica, ou seja, todas as oitavas formam uma sequência numérica em que cada termo, a partir do segundo, é igual ao produto do termo anterior por 1,059463.

Com o conhecimento das relações entre os sons podemos construir um instrumento musical de entre os vários tipos existentes. Estes são classificados de acordo com a maneira pela qual produzem o som. Assim temos os instrumentos de sopro, de cordas, de percussão, de teclas e não esqueçamos dos eletrónicos. Um instrumento de construção bastante simples e interessante, em que nos apercebemos da matemática envolvida, é o xilofone.

O xilofone, palavra de origem grega (ξύλον – “madeira, φωνή – “som”) é geralmente o nome que se dá a vários instrumentos musicais de percussão, entre eles, o próprio xilofone, a marimba, o balafon, que pode diferir no seu aspeto geral ou no tipo de madeira utilizado. Constituído



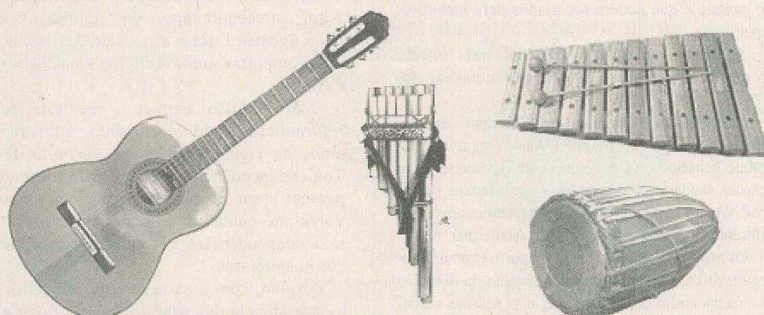
de uma sequência de placas de madeira ordenadas, do som mais grave, à esquerda, para o mais agudo, à direita, onde cada placa está sobre um tubo de alumínio, percutem-se essas placas de madeira utilizando baquetas, com cabeças, que podem ser de borracha ou madeira dura, ou outro tipo de material de acordo com o timbre desejado. As placas são feitas com todo o cuidado, em madeira seca, cortadas em diferentes tamanhos com precisão e montadas sobre uma moldura trapezoidal longa. Normalmente a disposição das placas é feita em dois planos. No primeiro plano são colocadas as placas correspondentes às teclas brancas do piano e no segundo plano, as correspondentes às teclas pretas. No entanto podemos posicionar as placas num só plano. As madeiras utilizadas geralmente são o carvalho, a nogueira e o jacarandá, onde conseguimos os melhores tons do xilofone. Podemos construir em casa um xilofone observando alguns re-

quisitos preliminares tais como a utilização de uma vara maciça de madeira, com poucos nós; cortes paralelos, de diversos comprimentos, satisfazendo a progressão geométrica entre as placas; e, a colocação das placas na sua base trapezoidal.

Para podermos efetuar o corte de cada placa, devemos saber o seu comprimento. Consideremos, por exemplo, uma vara de uma polegada por polegada e meia, onde iniciáremos o seu corte com uma placa de 10cm de comprimento, que corresponde a um som mais agudo. A próxima placa deve ter o comprimento de 10,6cm (arredondando o produto de  $10 \times 1,059463$ ), para a próxima, o comprimento de 11,2cm (arredondando o produto de  $10,6 \times 1,059463$ ), depois as placas devem ter os comprimentos iguais a 11,9cm, 12,6cm, 13,4cm, 14,2cm, 15cm, 15,9cm, 16,8cm, 17,8cm, 18,9cm e a placa correspondente a oitava abaixo 20cm, assinalando assim, cada um dos doze semitons existentes numa oitava.

Apesar de muita matemática envolvida, esta não é complicada e até é divertida. Podemos também construir um instrumento de corda, pois este satisfaz as mesmas relações matemáticas para os trates – pequenas divisões de metal feitas nos braços desse instrumentos, bem como instrumentos de sopro, como a “flauta de pan”, em que os tubos são cortados com as mesmas dimensões das utilizadas para as placas do xilofone, ou proporcionais a estas. De modo geral, todos os instrumentos obedecem à mesma relação entre as frequências, ou seja, a raiz duodécima de dois. Que tal aproveitar as férias e dar início a um conjunto musical?

\* hmelo@uac.pt  
Professora Auxiliar  
CMATI – Centro de Matemática Aplicada e Tecnologias de Informação  
Departamento de Matemática  
Universidade dos Açores



Fonte: Wikipédia