Matemática à mesa: as proporções no bolo de Natal

Por: Maria do Carmo Martins
Professora do Departamento de Matemática
da Universidade dos Açores
mika@uac.pt

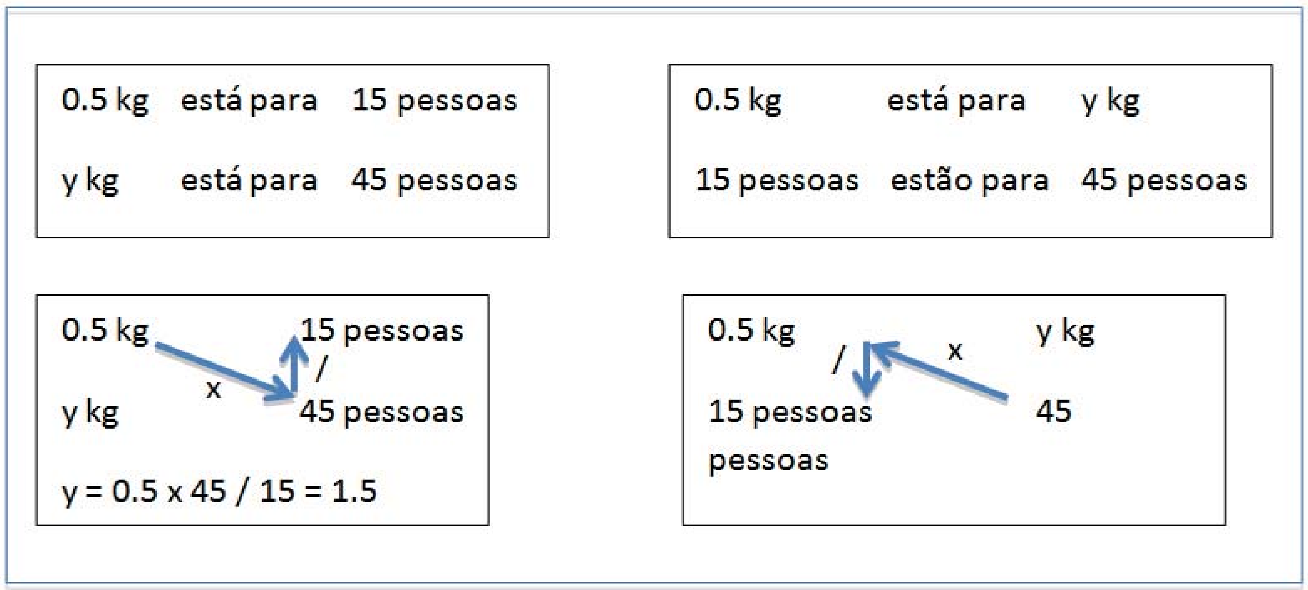

Figura 1

Por estes dias começamos a preparar cuidadosamente as festividades Natalícias. Esforçamo-nos para ter e proporcionar uns momentos bem passados e apresentar uma mesa recheada com verdadeiras iguarias. Para tal, há tradições que não descuramos entre as quais fazer o indispensável bolo de Natal com frutas cristalizadas, frutos secos e especiarias. Este assume mesmo contornos de um pequeno projeto que requer tempo e dedicação na cozinha e que, segundo consta, deve ser confecionado com alguma antecedência, pois quanto mais velho for o dito bolo, melhor.

O leitor estará a questionar-se se este artigo é sobre matemática (costume meu) ou culinária (inovação da minha parte). Bem, e que tal recorrer ao Natal para tornar a matemática um pouco mais apetecível? Indubitavelmente trata-se de uma tarefa ambiciosa. Proponho-lhe experimentar umas deliciosas bolachas de nozes ou uma receita de bolo de Natal que nunca falha! Espero mostrar-lhe que não sobrevivemos sem a matemática e a culinária, e se pudermos apreciar o resultado da união perfeita entre as duas, melhor ainda!

Hoje falarei sobre a **proporcionalidade,** um conceito fundamental, não só no contexto escolar, como também no nosso quotidiano. Tão antigo como a própria matemática, envolve relações entre quantidades (grandezas), relacionando-se com outros conceitos matemáticos. Resolver problemas que envolvam proporções recorda-nos logo da muito falada *regra de três símbolos*.

Nas várias áreas do saber e da vida, a **proporcionalidade** é a relação mais simples e comum entre grandezas. Existem várias forma de comparar duas grandezas. Por exemplo, quando se escreve A < B (lê-se "A menor do que B") ou A > B (lê-se "A maior do que B") ou A = B (lê-se "A igual a B") estamos a comparar duas grandezas A e B. Mas essa comparação não nos diz muito no caso das grandezas serem diferentes. Sabemos que A é maior ou menor do que B, mas quão maior ou menor? Daí recorrer-se muitas vezes à **razão (divisão)** entre duas grandezas. Recordemos o conceito de razão: (I) a razão (divisão) entre 8 e 4 é expressa por 8/4 (ou 8:4), sendo que a referida razão é 2. Escrevemos então 8/4 = 2; (II) a razão entre 2 e 3 é 2/3 = 0.666666...

Em termos formais, a razão entre A e B é representada por A/B, supondo que B é diferente de zero. O número A é designado por numerador (ou antecedente), enquanto B é o denominador (ou consequente). Refira-se um exemplo prático: o uso de uma escala em desenho. Quando o arquiteto entrega um projeto para execução, o construtor procede à conversão meticulosa entre as medidas do desenho e as da realidade. Deste modo, a escala de um desenho é a razão entre o comprimento no projeto (em numerador) e o comprimento real correspondente (no denominador). Este número indica-nos quantas vezes é mais pequeno (ou maior) o modelo do que a realidade. Se num projeto arquitetónico, cada centímetro desenhado equivale a 120 centímetros de dimensão real, dizemos que esse modelo está numa escala de 1:120, ou seja, tudo na realidade é 120 vezes *maior* que no projeto.

Há situações em que temos a necessidade de relacionar duas razões, por exemplo, para verificar se o aumento do açúcar num bolo é acompanhado "da mesma forma" pelos restantes ingredientes, a fim de um bolo de maiores dimensões manter o mesmo nível de doçura. Outro exemplo é quando redimensionamos uma fotografia digital e queremos que ela cresça em largura e em altura "da mesma forma", de modo a manter as dimensões dos elementos que representa. A este "da mesma forma" dá-se o nome de **proporção**. Ou seja, passarmos uma foto de 10 cm x 8 cm para uma de 15 cm x 12 cm a proporção mantém-se, pois, 10/8 = 15/12 = 1.25. Assim, uma proporção é uma igualdade entre duas razões, isto é, a/b = c/d (lê-se, "a está para b, assim como c está para d").

O que é mais útil não é verificar se a proporção entre as dimensões das duas figuras se mantém, mas sim, se quisermos, por exemplo, aumentar a largura de 10 cm para 25 cm, qual deve ser a altura de modo a que a proporção entre os lados da foto se mantenha?

Diz-se que uma grandeza A é diretamente proporcional a uma grandeza B se existir um número C, diferente de zero, tal que A = C x B. Ao número C chamamos constante de proporcionalidade. Por outras palavras, quando existe proporcionalidade direta, a razão entre os valores correspondentes das duas grandezas relacionadas é uma constante. Graficamente a proporcionalidade direta entre duas grandezas é representada por um linha reta. Exemplifiquemos: se abastecer o depósito do seu carro com 50 euros de gasolina e fizer (em média) 350 km, quantos quilómetros fará se abastecer com 75 euros? Certamente o leitor irá equacionar o problema fazendo 350/50 = 7 e depois pensar qual o número que dividido por 75 dá 7, ou seja, y/75 = 7. Esta equação pode ser resolvida facilmente multiplicando ambos os lados da igualdade (membros) por 75, obtendo-se y = 7 x 75 = 525. A resposta é então que consegue fazer 525 km abastecendo com 75 euros de combustível.

Este é um problema comum e que (quase) toda a gente tem necessidade de resolver. A solução envolvendo a resolução de uma equação do primeiro grau, por mais simples que seja, não é a mais apelativa, nem, se calhar, a que chega a mais pessoas (quer se goste ou não se de matemática). Por isso introduziu-se um procedimento (uma regra) que resolve o problema abstraindo-se dos detalhes da questão. Assim, surge a **regra de três símbolos (simples)**, que fornece uma receita para a resolução de problemas envolvendo proporcionalidade direta entre duas grandezas.

Vamos exemplificar a aplicação da regra através da resolução de mais um problema. Se numa receita de um bolo para 15 pessoas se usa *0.5 kg de açúcar, quanto açúcar será necessário utilizar se se pretender fazer um bolo para 45 pessoas*? As coisas a decidir são: quais são os valores que vão entrar nas proporções e por que ordem. Pode parecer estranho, mas qualquer escolha é considerada correta, desde que se seja coerente ao longo da resolução. Por exemplo, podemos pensar que 0.5 kg de açúcar está para 15 pessoas, assim como y kg de açúcar está para 45 pessoas; igualmente é correto tomar-se 0.5 kg de açúcar está para y kg de açúcar, assim como 15 pessoas então para 45 pessoas. A Figura 1 ilustra visualmente estas duas decisões, bem como o modo de obter a solução usando a regra de três símbolos. A regra é a seguinte: dispõem-se os três símbolos conhecidos, no nosso caso, 0.5, 15 e 45 e a variável que representa o valor desconhecido, neste caso y; o valor de y é calculado multiplicando os valores que estão em diagonal (0.5 x 45), e dividindo pelo terceiro valor (15). Ou seja, y = 0.5 x 45 / 15 = 1.5. Portanto, necessitaríamos de 1.5 kg de açúcar para confecionar o bolo para 45 pessoas.

Lembro-me que quando aprendi este tópico, na escola Gaspar Frutuoso, havia uma compilação de resultados que éramos obrigados a saber: (1) na proporção a/b = c/d, o produto dos meios (b e c) é igual ao produtos dos extremos (a e d), ou seja, a/b = c/d implica que b x c = a x d, resultado conhecido por Propriedade Fundamental das Proporções; (2) numa proporção, um extremo é igual ao produto dos meios a dividir pelo outro extremo, ou seja, a/b = c/d implica que a = (bc)/d; (3) numa proporção, um meio é igual ao produto dos extremos a dividir pelo outro meio, ou seja, a/b = c/d implica que b = (ad)/c. Verdade seja dita, ao visualizarmos graficamente a regra e aplicando álgebra elementar deduzimos facilmente estes resultados sem os termos de decorar. Infelizmente, no ensino, muitas vezes despejam-se uma série de resultados em vez de se ensinar o aluno a pensar e a deduzir! Culpa dos programas e da falta de tempo para amadurecer tais pérolas preciosas numa formação decente em termos das bases matemáticas.

Como exercício prático ajuste as receitas seguintes ao número de pessoas que deseja dar a provar os seus dotes culinários.

Receita das bolachas de nozes: 1 kg de farinha; 6 ovos; 0,5 kg de açúcar amarelo; 4 colheres (sopa) de mel; 2,5 dl de azeite; 250 g de margarina (derretida); canela q.b.; erva doce (pode ser moída, em grão ou das duas) q.b.; sementes de sésamo q.b.; nozes picadas grosseiramente q.b.

Modo de fazer: Junta-se tudo menos a farinha. Quando bem mexido, coloca-se a farinha e volta-se a mexer. Depois é fazer umas bolinhas, achatar e colocar no tabuleiro untado ou forrado com papel vegetal. Pincelar com ovo e colocar sementes de sésamo ou outras para enfeitar... Consoante o tamanho das bolachas, esta proporção dá para oferecer um lanche a 10 amigos. Se quiser impressionar 20 amigos o que tem de fazer? Exatamente, terá de duplicar a receita. E se quiser apenas matar o desconsolo do pessoal lá de casa, num total de 5? Na cozinha, fazemos este tipo de raciocínio: aumentamos ou reduzimos a doze, alterando proporcionalmente a quantidade dos ingredientes!

E como canta Rui Veloso, *o prometido é devido*, segue uma receita do nosso bolo de Natal.

Receita do bolo de natal: 1/2 kg de açúcar; 1/2 kg de farinha (+100g) ; 1/2 kg de fruta cristalizada; 1 frasco de melaço de cana, 1 cálice de vinho do Porto; raspa de limão; 6 ovos; 125 g de manteiga; especiarias: canela, cravinho moído, noz moscada, frutos secos (figos, passas, nozes,...). Com esta receita irá confecionar um bolo de tamanho razoável. No entanto, como gostamos que oferecer nesta quadra natalícia o nosso bolo de frutas, temos de ser mais generosos e fazer um bolo maior, aumentando proporcionalmente os ingredientes. Certamente que o esforço valerá a pena e o nosso bolo será altamente apreciado e elogiado! Votos de um bom Natal!