

Gatos pretos, berlindes e barras



Por: Ricardo Cunha Teixeira

Professor do Departamento de Matemática e Estatística Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores ricardo.ec.teixeira@uac.pt

A resolução de problemas com recurso a ferramentas matemáticas pode constituir um interessante desafio, cujo sucesso depende, em grande medida, da motivação para encontrar as soluções. De facto, quem quiser alcançar algum sucesso a desbravar os terrenos férteis da Matemática deve encarar esse desafio com perseverança. Esta atitude é fundamental pois as boas colheitas nesta área do conhecimento obtêm-se com esforço e dedicação.

A este propósito, refira-se a citação atribuída a Charles Darwin, investigador conhecido pelas suas contribuições para a teoria da evolução. Darwin terá afirmado que “um matemático é um homem cego, numa sala às escuras, à procura de um gato preto, que não se encontra lá”. O que significa a procura pelo gato preto? O investigador poderia estar a defender que a Matemática é uma criação humana e que um matemático é capaz de produzir realidades que nunca ninguém viu. Contudo, a leitura desta citação pode conduzir a outras interpretações. Numa interpretação alternativa, a procura pelo gato preto pode simbolizar a perseverança (o nunca desistir!), atitude necessária para se ter sucesso a Matemática, em particular, na resolução de problemas.

Para George Pólya, autor do livro “How to solve it” (traduzido para português pela editora Gradiva, com o título “Como resolver problemas”), um problema pode ser modesto, mas se desafiar a curiosidade e mobilizar as faculdades inventivas, quem o resolver pelos seus próprios meios experimentará o prazer e o triunfo da descoberta.

Desafia-se, assim, o leitor a “procurar o gato preto” e a experienciar “o prazer da descoberta” na resolução de problemas! Apresenta-se um primeiro problema envolvendo berlindes. Um saco tem berlindes vermelhos, amarelos e azuis. Metade dos berlindes são azuis. Os berlindes vermelhos são a quarta parte dos berlindes amarelos. Há mais 12 berlindes azuis do que vermelhos. Quantos berlindes estão no saco? Ao ler o enunciado do problema surgem naturalmente as seguintes perguntas. O que é que se sabe? O que é que se quer saber? Que estratégia se pode aplicar? Enquanto o leitor fica a pensar na resolução deste desafio, apresentam-se algumas informações sobre o modelo de barras, uma ferramenta

eficaz de apoio à resolução de problemas, que começou por ser aplicada nas escolas de Singapura. Atualmente, esta dinâmica é usada um pouco por todo o mundo, em particular nos Açores.

O modelo de barras foi introduzido, na década de 80 do século passado, por uma equipa de investigadores liderada por Kho Tek Hong. O objetivo foi o de melhorar a capacidade de resolução de problemas dos alunos ao fornecer uma representação pictórica que ajudasse na visualização das diferentes relações numéricas.

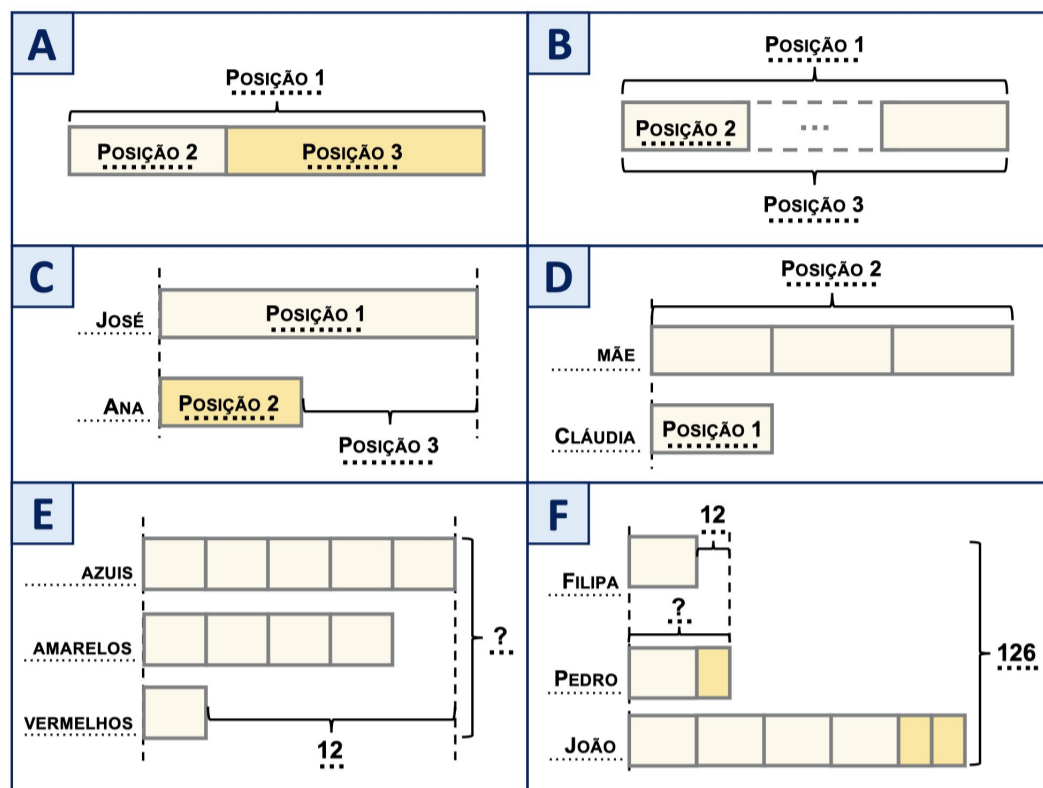
Em seguida, exemplificam-se os modelos básicos mais comuns. Os exemplos apresentados foram explorados pelas professoras Elisabete Barbosa e Maria Leonor Rodrigues, da EBI Canto da Maia, nas sessões “Matemática Passo a Passo” do 2.º ano, ao longo da temporada 2 do programa Aprender em Casa, da RTP Açores, disponível na RTP Play.

A figura A ilustra o modelo todo-partes com uma barra, que representa o todo, dividida em duas partes. Deve aplicar-se uma adição quando se desconhece o todo (posição 1). Por exemplo, a Ana tem 7 canetas vermelhas e 15 canetas azuis. Quantas canetas tem a Ana? Coloca-se 7 na posição 2, 15 na posição 3 e ? na posição 1. Este esquema conduz à expressão $7+15=...$, que permite resolver o problema. Por seu turno, aplica-se uma subtração quando se desconhece uma das partes (posição 2 ou 3). Por exemplo, numa árvore estavam 48 pássaros. Voaram 17 pássaros. Quantos pássaros ficaram na árvore? Coloca-se 48 na posição 1, 17 na posição 2 e ? na posição 3. Este esquema conduz à expressão $48-17=...$, que dá resposta ao problema.

A figura B ilustra o modelo da multiplicação e divisão, formado por uma barra que representa o todo dividido em partes/grupos iguais. Recorre-se a uma multiplicação quando se desconhece o todo (posição 1). Por exemplo, num parque estão 5 bicicletas. Cada bicicleta tem 2 rodas. Quantas rodas têm as bicicletas ao todo? Coloca-se 2 na posição 2, 5 na posição 3 e ? na posição 1. Este esquema conduz à expressão $5 \times 2=...$, que permite resolver o problema. Por seu turno, recorre-se a uma divisão quando se desconhece o número de elementos de cada grupo (posição 2). Por exemplo, 5 amigos distribuíram igualmente 40 berlindes entre si. Quantos berlindes recebeu cada amigo? Coloca-se 40 na posição 1, 5 na posição 3 e ? na posição 2. Este esquema conduz à expressão $40:5=...$, que dá resposta ao problema. Recorre-se também a uma divisão quando se desconhece o número de grupos (posição 3). Por exemplo, o Tiago tem 28 aviões. Ele pretende guardá-los em caixas iguais.

Cada caixa leva 7 aviões. Quantas caixas são necessárias? Coloca-se 28 na posição 1, 7 na posição 2 e ? na posição 3. Este esquema conduz à expressão $28:7=...$, que permite encontrar a solução.

A figura C ilustra o modelo de comparação com contexto aditivo. Deve considerar-se uma barra para cada personagem/entidade. Recorre-se a uma adição quando se



desconhece o valor da barra maior (posição 1). Por exemplo, a Ana tem 25 berlindes. O José tem mais 32 berlindes do que a Ana. Quantos berlindes tem o José? Coloca-se 25 na posição 2, 32 na posição 3 e ? na posição 1. Este esquema conduz à expressão $25+32=...$, que permite resolver o problema. Por outro lado, recorre-se a uma subtração quando se desconhece o valor da barra menor (posição 2). Por exemplo, o José tem 57 berlindes. A Ana tem menos 32 berlindes do que o José. Quantos berlindes tem a Ana? Coloca-se 57 na posição 1, 32 na posição 3 e ? na posição 2. Este esquema conduz à expressão $57-32=...$, que permite encontrar a solução. Por fim, recorre-se também a uma subtração quando se desconhece a diferença dos valores das barras (posição 3). Por exemplo, a Ana tem 25 berlindes e o José 57. Quantos berlindes tem a Ana a menos do que o José? Coloca-se 57 na posição 1, 25 na posição 2 e ? na posição 3. Este esquema conduz à expressão $57-25=...$, que dá resposta ao problema.

A figura D ilustra o modelo de comparação com contexto multiplicativo. Deve considerar-se uma barra para cada personagem/entidade. Recorre-se a uma multiplicação para aplicar um operador multiplicativo (dobro, triplo, quádruplo, ...). Por exemplo, a Cláudia tem 5 anéis. A mãe tem o triplo dos anéis da Cláudia. Quantos anéis tem a mãe da Cláudia? Coloca-se 5 na posição 1 e ? na posição 2. Neste caso, a barra da mãe da Cláudia é três vezes maior do que a barra da Cláudia. Este esquema conduz à expressão $3 \times 5=...$, que permite resolver o problema. Por seu turno, recorre-se a uma divisão para aplicar um operador partitivo (metade, terça parte, quarta parte, ...). Por exemplo, a mãe da Cláudia tem 15 anéis. A Cláudia tem a terça parte dos anéis da mãe. Quantos anéis tem a Cláudia?

Coloca-se 15 na posição 2 e ? na posição 1. Neste exemplo, a barra da Cláudia continua a ser três vezes menor do que a barra da mãe. Este esquema conduz à expressão $15:3=...$, que dá resposta ao problema.

O modelo de barras permite, portanto,

esquematizar a informação do enunciado, de modo a ser mais fácil deduzir as operações que devem ser usadas para chegar à solução. Esta poderosa ferramenta é particularmente útil na resolução de problemas com um maior grau de dificuldade.

De regresso ao problema lançado no início deste texto, apresenta-se uma resolução com o apoio do modelo de barras (ver figura E). Os berlindes vermelhos são, claramente, os que se encontram em menor quantidade. Então começa-se por desenhar a barra relativa aos berlindes dessa cor. Como os berlindes vermelhos são a quarta parte dos berlindes amarelos, a barra relativa aos berlindes amarelos tem que ser quatro vezes maior do que a barra dos berlindes vermelhos. Por sua vez, como metade dos berlindes são azuis, então a barra correspondente a esses berlindes tem que ter tantas partes como as que formam as barras dos berlindes das outras duas cores. Por fim, regista-se com uma chave-ta o facto de existirem mais 12 berlindes azuis do que vermelhos. Observando o esquema, fica claro que $12:4$ é o número de berlindes vermelhos. Assim, para obter o total de berlindes basta multiplicar o número de partes iguais por esse valor (10×3), obtendo-se um total de 30 berlindes! De facto, o modelo de barras facilitou muito a resolução e nem foi preciso recorrer a variáveis e a sistemas de equações, como à primeira vista o enunciado poderia dar a entender.

Antes de concluir o texto, lança-se um último desafio, que, à semelhança do anterior, foi resolvido pela professora Elsa Marques, da EBI Canto da Maia, no episódio 170 (4.º ano) da temporada 2 do Aprender em Casa, disponível na RTP Play. A Filipa, o João e o Pedro têm, ao todo, 126 berlindes. A Filipa tem menos 12 berlindes do que o Pedro. Os berlindes do João são o dobro dos berlindes da Filipa e do Pedro em conjunto. Quantos berlindes tem o Pedro? A figura F ilustra um esquema que pode ajudar na resolução deste problema. Procure o gato preto e experiencie o prazer da descoberta!