Matemática na Educação Pré-Escolar: A Ordem das Dezenas

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira
Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações da Universidade de Lisboa,
Núcleo Interdisciplinar da Criança e do Adolescente da Universidade dos Açores
cmfsantos@fc.ul.pt, ricardo.ec.teixeira@uac.pt

Número 5
Dezembro 2015
aeme
ASSOCIAÇÃO PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA ELEMENTAR
Ludus

Vária

Matemática na Educação Pré-Escolar: A Ordem das Dezenas

Carlos Pereira dos Santos, Ricardo Cunha Teixeira
Centro de Análise Funcional, Estruturas Lineares e Aplicações da Universidade de Lisboa
Núcleo Interdisciplinar da Criança e do Adolescente da Universidade dos Açores
cmfsantos@fc.ul.pt, ricardo.ec.teixeira@uac.pt

Resumo: *O nosso sistema numérico é um sistema posicional e de base dez. É posicional porque o valor dos símbolos depende da posição que ocupam. É de base dez por serem necessárias dez unidades de ordem inferior para compor uma de ordem imediatamente superior. Embora consideremos este sistema simples e natural quando o utilizamos no dia a dia, não nos devemos esquecer de como é sofisticado e engenhoso. A humanidade demorou muito a ter um sistema numérico como o que utilizamos presentemente. Houve mesmo épocas em que civilizações avançadas utilizavam diferentes sistemas em simultâneo. Alguns consideravelmente piores do que o atual. Por isso, não podemos almejar que uma criança em idade pré-escolar possa compreender totalmente o sistema decimal. De facto, a temática das ordens numéricas e, em particular, a da ordem das dezenas, é consideravelmente delicada. Neste artigo, exploraremos algumas formas de abordar o conceito de ordem das dezenas junto de crianças a partir dos cinco anos de idade. As ideias apresentadas são inspiradas no* Singapore Math*, método utilizado para o ensino da matemática inicial em Singapura, um exemplo bem-sucedido da abordagem "concreto-pictórico-abstrato"*[1].

Palavras-chave: abordagem "concreto-pictórico-abstrato", educação pré-escolar, ordem das dezenas, ordens numéricas, sistema decimal.

1 Introdução

Há 17 300 anos, a famosa gruta de Lascaux em França (Figura 1) era um local que concentrava o melhor que a humanidade fazia, tanto a nível artístico como científico. Para melhor perceber a ideia, imagine o leitor que tinha na parede da sua casa lindas pinturas de Picasso lado a lado com as mais avançadas fórmulas matemáticas. A beleza do veado fala por si, mas o que são os treze pequenos

[1]Este trabalho é uma versão revista e ampliada dos artigos [15, 16].

círculos seguidos de um quadrado vazio? A resposta é comum em vários objetos arqueológicos: catorze é sensivelmente metade de um ciclo lunar e o quadrado vazio simboliza provavelmente a Lua Nova [1]. Este tipo de informação era ciência de ponta há mais de quinze mil anos.

Figura 1: Gruta de Lascaux.

Apresentamos este exemplo para introduzir o tema que propomos abordar: a *ordem das dezenas*[2]. Repare o leitor como somos mais sofisticados hoje em dia; em vez de desenharmos 13 pequenos círculos escrevemos um "1" e um "3", em que "1" representa uma dezena em vez de uma unidade. Esta sofisticada notação numérica não apareceu de um dia para o outro, pelo contrário, sofreu um longo período de gestação. O importante conceito moderno de ordem numérica[3] é muito subtil, tendo enorme influência na forma como fazemos os nossos cálculos matemáticos.

A representação exposta em Lascaux ainda não apresenta duas ideias fundamentais do nosso sistema de numeração moderno: o *agrupamento* (que origina o conceito de *base de numeração*) e a *posição.* Os antigos egípcios já apresentavam agrupamentos no seu sistema numérico. Tal como na gruta, o número 1 era representado de forma simples por

$$|$$

e o número 4 por

$$||||$$

No entanto, um agrupamento de dez unidades já era representado por ∩, um de dez dezenas por 𓍢, um de dez centenas por 𓆼 e assim sucessivamente. Os

[2]Em bom rigor, podia dizer-se "ordens numéricas", na medida em que o mecanismo associado à compreensão da ordem das dezenas é idêntico ao associado à ordem das centenas, dos milhares, ...

[3]*Place Value*, em inglês.

egípcios agrupavam dez unidades de ordem inferior numa de ordem superior. Fazendo isso, criaram a ideia de *base 10* para a conceção de vários tipos de unidade de magnitude diferente. No entanto, o sistema egípcio diferia do nosso por um motivo muitíssimo relevante; a *posição* dos símbolos não era assim tão importante. Sendo 𓍢 cem e 𓎆𓎆 vinte, não havia nenhuma diferença substancial em representar cento e vinte por 𓍢𓎆𓎆 ou por 𓎆𓎆𓍢.

O sistema romano era ligeiramente mais sofisticado. Neste sistema, temos os símbolos I - 1; V - 5, X - 10, L - 50, C - 100, D - 500 e M - 1000. Na versão mais conhecida[4], os símbolos V, L e D não podiam aparecer mais de uma vez e os símbolos I, X, C e M podiam aparecer no máximo três vezes seguidas. Valia também o princípio subtrativo que estipulava que um símbolo de ordem inferior à esquerda de um de ordem superior devia ser subtraído (por exemplo, IX= 9)[5]. Além disso, a escrita dos números funcionava por ordens numéricas tal como o nosso. Quer esta última regra dizer que um número como 999 não se escrevia IM, mas sim, CM XC IX, exibindo sequencialmente as ordens das unidades, dezenas, centenas, etc. No sistema romano, um símbolo tinha sempre o mesmo valor, que *não dependia da sua posição.* Embora exibindo a base dez, o sistema ainda não era posicional, o que originava a necessidade de constante renovação de símbolos. Não era possível representar, por exemplo, 100 210 566 753 em numeração romana sem recurso a novos símbolos ou convenções.

O sistema babilónico trouxe a enorme inovação posicional. De uma forma semelhante ao que se vê na gruta, o número um era representado por

e o número 4 por

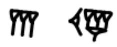
Estes traços eram óptimos para serem feitos de forma expedita com uma cunha sobre argila. Tal como no caso dos egípcios, a ideia de agrupamento estava presente. O dez tinha um símbolo próprio:

No entanto, com os babilónios, surgiu uma espantosa novidade. Os símbolos já valiam conforme a posição ocupada, não tendo um valor estático. Repare-se no nosso sistema: quando escrevemos 1234, o símbolo "1" vale mil, mas quando escrevemos 213, o símbolo "1" vale dez. O seu valor *depende* da posição. A primeira ordem é a das unidades, sendo 10 unidades uma dezena; a segunda ordem é a das dezenas, sendo 10 dezenas uma centena; a terceira ordem é a das centenas, etc. Os babilónios tiverem uma ideia muito semelhante com um factor multiplicativo diferente, em vez de 10, utilizavam o 60 para o salto de magnitude: A primeira ordem era a das unidades, sendo 60 unidades "um sessenta"; a segunda ordem era a dos sessentas, sendo 60 sessentas "um três mil

[4]Houve mais do que uma versão do sistema de numeração romano.

[5]Ao aparecer o conceito de lateralidade esquerda-direita, esta regra consistia já uma primeira ideia posicional.

e seiscentos"; a terceira ordem era a dos três mil e seiscentos, etc. Por exemplo, o número "3 sessentas e 14 unidades" ($194 = 3 \times 60 + 14$, no nosso sistema de numeração) era representado da seguinte forma:



O leitor atento pode fazer uma pergunta fundamental: como diferenciavam os babilónios, por exemplo, 3 unidades de 3 sessentas? Basicamente, pelo contexto. Isto porque os babilónios ainda não utilizavam o zero. No nosso sistema, distinguimos 3 unidades de 3 dezenas com uma engenhosa utilização do zero. Por exemplo, quando escrevemos 30, o símbolo "0", mais do que representar zero unidades, *indica que o símbolo* "3" *ocupa a casa das dezenas.* O sistema babilónico era quase tão bom como o nosso, diferenciando-se apenas nesse importante pormenor. O zero acabou por ser introduzido numa fase posterior da história do sistema de numeração babilónico, sendo representado por duas cunhas inclinadas:

Um caso verdadeiramente notável de um sistema de numeração antigo tão eficaz e engenhoso como o nosso é o sistema maia. O número um era representado por

•

e o número 4 por

••••

Estes símbolos eram gravados na pedra. Tal como no caso dos egípcios e dos babilónios, a ideia de agrupamento estava presente. O cinco tinha um símbolo próprio:

▬

Os maias, de forma totalmente independente, tiverem a mesma ideia dos babilónios ao criar um sistema de natureza posicional, mas com um factor multiplicativo diferente. Em vez de 10 ou 60, utilizavam o 20 para o salto de magnitude: a primeira ordem era a das unidades, sendo 20 unidades "uma vintena"; a segunda ordem era a das vintenas, sendo 20 vintenas "um quatrocentos"; a terceira ordem era a dos quatrocentos, etc. No entanto, o sistema de numeração desta civilização pré-colombiana destacou-se por utilizar o zero como um *marca-lugar* (uma concha). Através desse sofisticado pormenor, o sistema maia já não precisava de distinções contextuais. Por exemplo, escrito de cima para baixo, o número "9 quatrocentos, 0 vintenas e 11 unidades" ($3611 = 9 \times 400 + 0 \times 20 + 11$, no nosso sistema atual de numeração) era representado da seguinte forma:

Com esta inovação resultante da utilização do zero como um marca-lugar, já não havia problema de confusão do número anterior com o número "9 vintenas e 11 unidades" ($191 = 9 \times 20 + 11$, no nosso sistema de numeração), que era representado por:

Todos estes desenvolvimentos, além de engenhosos, estão recheados de razões ligadas a aspetos naturais, anatómicos, aritméticos, etc. Os números 5, 10 e 20 estão naturalmente relacionados com a quantidade de dedos que temos nas mãos e nos pés. O número 60 tem uma justificação aritmética. Nas feiras, a dúzia é muito utilizada por ser o número natural mais pequeno que pode ser dividido por 2, 3 e 4. Sendo assim, se três amigos comprarem uma dúzia de ovos, podem dividi-la entre si. O mesmo se forem 2, 4 ou 6 amigos, para não mencionar os extremos 1 e 12. O número 60 também tem muitos divisores, sendo o menor número natural que pode ser dividido por 2, 3, 4, 5 e 6. Esse facto é benéfico para o quotidiano. Por exemplo, nós dividimos a hora em 60 minutos, o que faz com que meia hora, um terço de hora, um quarto de hora, um quinto de hora e um sexto de hora correspondam a um número certo de minutos. Para não falar dos restantes divisores de 60. O 360 é o menor número natural a poder ser dividido por todos os naturais da primeira dezena, à exceção do 7. Por isso o usamos nas medições de amplitudes. Para não falar que está próximo da duração de um ano solar. Ao leitor interessado nos desenvolvimentos históricos dos sistemas numéricos aconselhamos a obra em português [7].

O sistema que temos, e que damos como certo e simples, é o resultado do fantástico engenho humano. Por exemplo, quando escrevemos o numeral relativo ao número treze, "13", estamos na realidade a utilizar uma numeração mista. Isso acontece porque, como vimos, o nosso sistema de numeração é posicional e os símbolos valem conforme a posição que ocupam. Neste caso, em relação a **13**, **1** vale uma dezena e **3** vale três unidades. Treze, na sua escrita matemática atual, traduz a organização uma dezena mais três unidades; dez unidades de uma ordem numérica são alvo de uma composição para uma unidade da ordem numérica seguinte. Dez é uma escolha humana, relacionada com o facto de termos dez dedos nas nossas mãos, e é por isso que o nosso sistema se diz decimal.

Da mesma maneira que a convergência para a notação posicional atual foi historicamente lenta e não foi fácil, para uma criança de 5 anos este conceito é difícil. Se experimentar dizer que o "1" do "13" vale dez, isso não terá qualquer significado para a criança, pois ela vê um "1". O professor deve procurar desenvolver estratégias eficazes na abordagem do sistema de numeração decimal, que passam inevitavelmente por ilustrar e esquematizar, seguindo uma abordagem "concreto-pictórico-abstrato", de que falaremos um pouco mais à frente.

Também é curioso verificar que temos um problema linguístico de articulação com a notação matemática, de natureza posicional. Por exemplo, em português, as palavras"onze", "doze", "treze", "catorze", "quinze", "vinte", entre outras, não têm grande significado do ponto de vista das ordens numéricas. A palavra "dezasseis" já traduz a ideia de "dez e seis". Em inglês, também há esse problema, por exemplo, com as palavras "*eleven*" ou "*twelve*". Por outro lado, se usarmos o *google* tradutor para ver o que se passa em chinês simplificado (caso não saibamos chinês!) constatamos um facto muito interessante, ilustrado na Figura 2.

1 一 Yī
2 二 Èr
3 三 Sān
4 四 Sì
5 五 Wǔ
6 六 Liù
7 七 Qī
8 八 Bā
9 九 Jiǔ
10 十 Shí
11 十一 Shíyī
12 十二 Shí'èr
13十三 Shísān
14 十四 Shísì
(…)
20 二十 Èrshí
21 二十一 Èrshíyī
(…)
75 七十五 Qīshíwǔ

Figura 2: Números em chinês simplificado.

Em chinês, a fala e a escrita posicional correspondem na perfeição! Referimo-nos, por exemplo, ao 14 como sendo "dez e quatro" ou ao 75 como "sete dez e cinco". Como na China a correspondência está explícita na língua materna, a aprendizagem do conceito de ordem numérica fica facilitada. No interessantíssimo capítulo 4 de [6], na secção *The cost of speaking english*, o leitor pode ler mais sobre a análise científica e as consequências deste facto singelo. Outros interessantes estudos exploram comparações entre vários países [14].

Na escrita dos numerais usamos um esquema consideravelmente mais sofisticado, imaginativo e expedito do que o que vemos na gruta de Lascaux. Além disso, essa escrita está uniformizada no mundo. Em relação à língua isso já não se passa assim. Não temos uma uniformização e isso tem alguns reflexos nas aprendizagens nos diferentes locais do mundo. Em particular, no que diz respeito ao caso português, os educadores devem estar bastante atentos a este facto. Exploraremos formas de passar boas mensagens relativas a esta importante questão no universo da educação pré-escolar e dos primeiros anos do 1.° ciclo do ensino básico.

2 A importância da representação

Uma ideia muito importante relativa ao ensino da matemática nos primeiros anos diz respeito à intermediação da passagem de tratamentos concretos para tratamentos abstratos, através do que se pode chamar de esquemas, de acordo com a abordagem "concreto-pictórico-abstrato" de origem em teorias construtivistas do conhecimento [4]. Para se perceber melhor o que se pretende dizer, 3 morangos é algo concreto; ao contrário, o numeral "3" é abstrato na medida em que é aplicável a milhares de situações quotidianas envolvendo essa quantidade. Uma das mais admiráveis características do ser humano é a faculdade de conseguir pensar e manipular conceitos abstratos de uma forma desligada da realidade. Na matemática, os números e as formas são exemplos de objetos abstratos. Se se tratasse de 3 cruzes, estaríamos perante um esquema. Quando se propõe uma atividade a uma criança que consiste em desenhar um número de bolinhas correspondente ao número de carros que vê numa imagem estamos perante uma atividade de natureza esquemática ou pictórica. Nesse sentido, o que se vê na gruta de Lascaux diz respeito a uma fase esquemática na história dos sistemas de numeração.

Em relação aos conjuntos representados na Figura 3, qual é o exemplo em que é mais fácil contar os objetos?

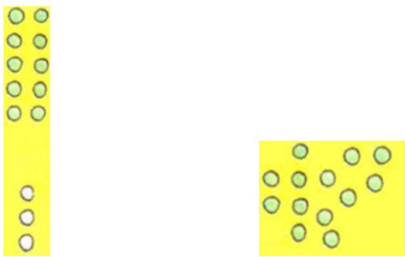


Figura 3: Organização *versus* desorganização.

O leitor não terá dificuldade em concordar que é o exemplo da esquerda. A razão para isso é simples: a representação da quantidade já está próxima da forma como organizamos o número 13 na sua representação decimal. Aliás, uma das estratégias que usualmente utilizamos para contar é a *contagem organizada*, que consiste em organizar os objetos de forma a facilitar a contagem em termos visuais. Neste sentido, as representações são fundamentais nas primeiras aprendizagens da ordem das dezenas. A Figura 4 ilustra alguns exemplos.

Os exemplos expostos são retirados de [13, 9, 10], excelentes livros do bem cotado ensino inicial de Singapura. Em cima, à esquerda, vemos as representações lado a lado com os numerais. A criança pode intuir o que significa realmente a representação numérica. Nos restantes exemplos, vemos a ideia da composição da dezena representada através de um colar e de uma caixa. Há uma ação associada ao importante processo de composição (fechar um colar, encher uma caixa). Compor a dezena é fundamentalmente dar estatuto de *coisa una* a um grupo de dez objetos.

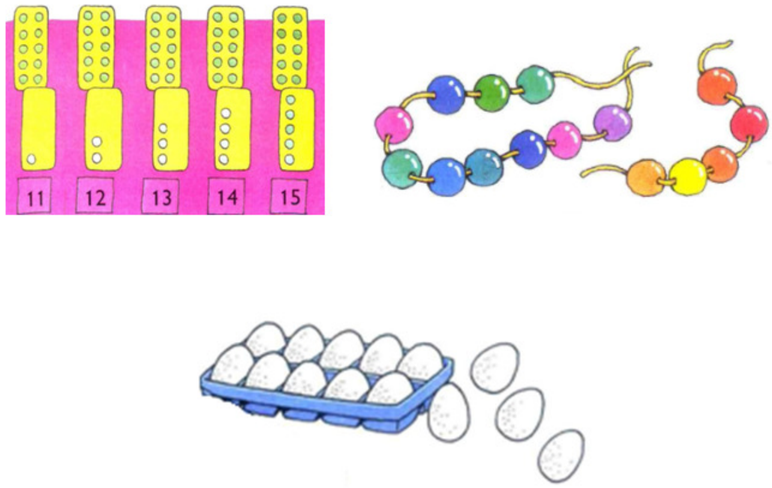


Figura 4: Representações numéricas.

Na Figura 5 vemos o mesmo tipo de apresentação em simultâneo, ou seja, segundo múltiplas perspetivas. Repare-se nos cartões sobrepostos (amarelo e rosa); esta importante ideia de sobreposição tem como finalidade passar a mensagem de que o símbolo “1” do numeral “14” vale uma dezena.

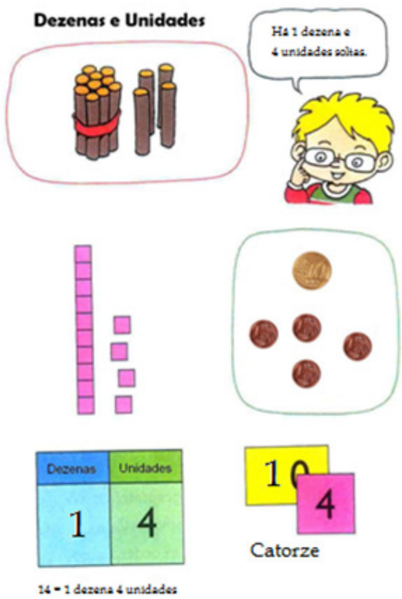


Figura 5: Apresentação em simultâneo.

A mesma ideia pode ser encontrada, por exemplo, em [11]. Foi desse trabalho que se retirou o exemplo da parte esquerda da Figura 6. Um esquema semelhante a um típico calendário é ilustrado na parte direita da mesma figura.

Figura 6: Mais representações.

Segue-se uma ideia desenvolvida por João Duarte, professor na Escola Básica Integrada dos Arrifes, nos Açores (Figura 7).[6]

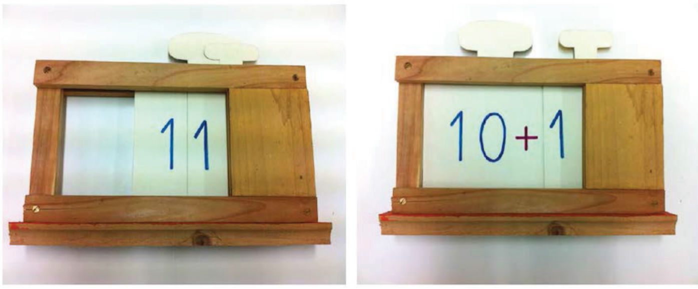


Figura 7: Um dispositivo em madeira com algarismos móveis.

Ainda em relação à temática dos dispositivos com algarismos móveis, apresentamos outra ideia interessante [12]. Como se pode ver na Figura 8, a simples utilização de copos de plástico proporciona o dinamismo pretendido (deve-se retirar as vírgulas, que nos EUA são usadas para separar as diferentes classes numéricas).

Figura 8: Copos com algarismos.

[6]O vídeo `https://youtu.be/d8_F8IhLv6o` explica como utilizar este tipo de material.

Neste exemplo, o material está pensado para crianças do 1.° ciclo, no entanto, com um pouco de imaginação a ideia pode ser adaptada para a educação pré-escolar. Para fazer essa adaptação, deve considerar-se apenas os números de 10 a 19 (Figura 9), antes de se avançar para números superiores ou iguais a 20. Isto deve ser feito para respeitar uma ideia pedagógica importante: quando se apresenta pela primeira vez um conceito, este não deve aparecer no âmbito de muitos casos diferentes. Deve tentar afastar-se qualquer "ruído", ou seja, deve tentar *isolar-se o mais possível a ideia a trabalhar*. Podemos também acrescentar algumas imagens bonitas, bem como cores. É boa prática associar um carácter uno à dezena: um ramo, uma árvore, uma caixa.

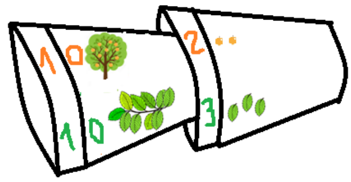


Figura 9: Copos com algarismos para o pré-escolar.

3 Atividades típicas

Uma atividade muito indicada para trabalhar o conceito de ordem numérica é a atividade *Separa/Pinta* 10 *e diz o número*.

Figura 10: *Pinta* 10 *e diz o número*.

Tipicamente a criança pinta 10 objetos (no caso da Figura 10, dez ovos para colocar na caixa [13]) e depois diz o número (olhando para a dezena composta e para as unidades soltas que sobraram). Este tipo de atividade também pode ser desenvolvido com objetos que a criança possa manipular (Figura 11, [9]). É perfeitamente possível começar a trabalhar desta forma com crianças de 5 anos utilizando números entre dez e vinte.

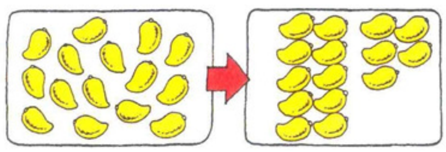


Figura 11: *Separa* 10 *e diz o número*.

Em [2], aconselha-se a utilização de materiais manipuláveis estruturados, como é o caso do material dourado ou material base 10 (Figura 12).

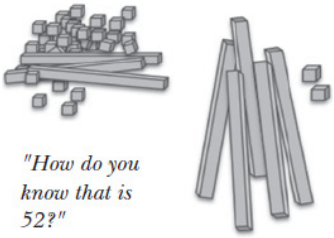


Figura 12: Representando um número com o menor número de peças possível.

Também se podem utilizar as clássicas barras *Cuisenaire* [5, 8] para trabalhar este tema [5, 8]. O educador vai colocando a barra laranja (10) ao lado das outras como se ilustra na Figura 13. À medida que faz isso, vai perguntando o número que está representado. Por exemplo, a barra laranja ao lado da branca é o número 11 $(10 + 1)$. O educador pode ir saltitando ao longo da escada.

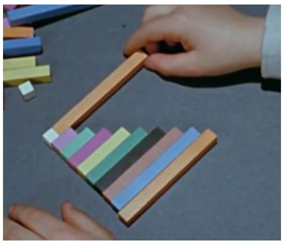


Figura 13: Atividade de exploração com as barras *Cuisenaire*.

O trabalho com a moldura do 10 também é uma ideia a ter em conta (Figura 14).[7]

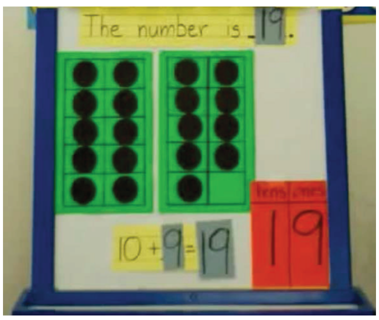


Figura 14: Atividade de exploração com a moldura do 10.

[7]Veja-se um exemplo em `https://youtu.be/PGgLPEdu2EA`.

Em [3], é analisado o *Base Ten Game* que consiste em lançar alguns dados, contar as pintas e arrumar paus de gelado numa tabela em conformidade com o número de pintas. Não se podem colocar mais do que 9 paus de gelado numa coluna (Figura 15). Sempre que isso acontece, tem se se prender os grupos de 10 com um elástico (mais uma vez o ato de compor).

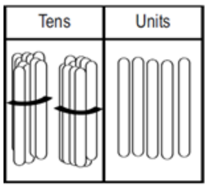


Figura 15: *Base Ten Game*.

As atividades podem ser construídas com abordagens concretas e abstratas em simultâneo. A Figura 16, acompanhada de um breve guião, ilustra mais um exemplo da utilização de um dispositivo com algarismos móveis.

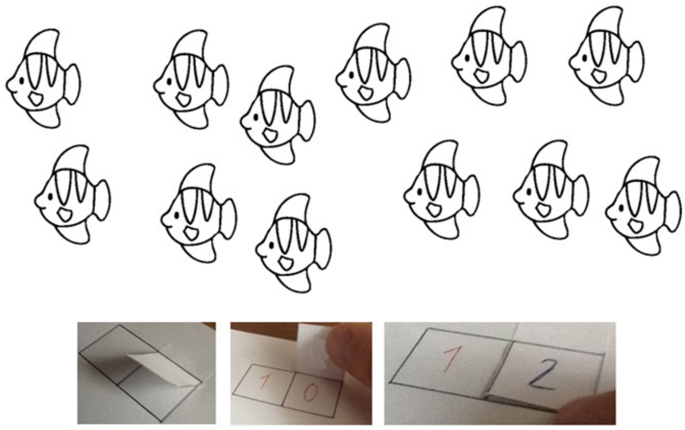


Figura 16: Utilização de um dispositivo com algarismos móveis.

Guião: Convida-se a criança a olhar para a imagem dos peixes. Pede-se que conte 10 peixes (em voz alta e apontando ao mesmo tempo). A criança deverá pintar 10 peixes de vermelho. Em seguida, convida-se a criança a escrever o numeral correspondente (10) nas quadrículas previamente preparadas. A criança deverá fazer essa tarefa com uma caneta de cor vermelha. O educador repete a informação “10 peixes pintados de vermelho”, apontando com o dedo. Depois, pergunta quantos peixes não foram pintados, pedindo para que a criança os conte em voz alta. A criança deverá pintar esses peixes de azul. Pede-se à criança para que escreva o numeral (2) na quadrícula sobreposta à quadrícula do zero. A criança deverá fazer essa tarefa com uma caneta de cor azul. Por fim, pede-se à criança para que conte em voz alta todos os peixes (12). No final, chama-se a atenção da criança para o facto de existirem 12 peixes, 10 vermelhos e 2 azuis. Repete-se “É isso que é doze, dez mais dois”. Quando o educador diz “Dez mais dois”, deve fazer o movimento de sobreposição do 2 sobre o 0. A criança deverá ficar com a perceção clara que o “1” do “12” é o “1” do “10”.

Quando ensinamos o que é o 12, temos que mostrar o 10 e tapar o “0” das unidades com um “2”. Desta forma, o “1” do 10 já não parece tão estranho. A criança viu previamente o 10. As atividades em que se compõe a dezena e se utiliza um dispositivo com algarismos móveis podem ser empregues nos mais variados contextos. Apresentamos mais um exemplo de uma atividade, da autoria de Marylene Medeiros, aluna do Mestrado em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, da Universidade dos Açores (Figura 17).

Figura 17: Vamos contar laranjas!

Guião: Coloque 16 laranjas na árvore. Peça à criança para contar 10 laranjas, à medida que as coloca dentro da grade, uma a uma, de modo a completar os dez espaços disponíveis. Pergunte “Quantas laranjas estão dentro da grade?” e “Quantas laranjas ainda ficaram na árvore?”. À medida que responde, a criança regista as suas respostas no dispositivo com algarismos móveis. Por fim, pede-se à criança para que conte em voz alta todas as laranjas (16). No final, chama-se a atenção da criança para o facto de existirem 16 laranjas, 10 dentro da grade e 6 na árvore. Repete-se “É isso que é dezasseis, dez mais seis”. Quando o educador diz “Dez mais seis”, deve fazer o movimento de sobreposição do 6 sobre o 0. A criança deverá ficar com a perceção clara que o o “1” do “16” é o “1” do “10”. Repete-se o mesmo procedimento para outros números.

No 1.º ciclo do ensino básico, as ações de compor e decompor uma unidade de certa ordem numérica são as ações mais importantes que existem. Explicam todos os algoritmos tradicionais e não tradicionais. Sendo assim, muito esforço deve ser dedicado a esta temática, desde logo na educação pré-escolar, com crianças de 5 anos.

4 Relação com a adição e a subtração

A partir de certa altura (5-6 anos), deverão ser propostas tarefas de decomposição. Com o objetivo de introduzir o tema, observe-se a Figura 18 retirada de [13].

Figura 18: *Number bonds.*

Esta é uma atividade clássica de decomposição utilizada no método de Singapura. São apresentados à criança uma imagem e um esquema todo-partes (*number bond*). A criança tem de fazer um trabalho "detetivesco" e explicar "onde vê" a decomposição na imagem. No caso concreto, algo do género "Estavam 5 animais na relva. 2 eram leões e 3 eram leoas.". Este tipo de atividade é executado em grandes doses com crianças de 5 e 6 anos. O todo escolhido deve ser inferior ou igual a 10. Pretende-se que as crianças interiorizem as decomposições aditivas em duas parcelas dos números da primeira dezena.

A pergunta que se impõe relaciona-se com a importância desta memorização. Qualquer pessoa habituada à matemática pode intuir facilmente a razão. Usando um argumento mais técnico, que podemos encontrar por exemplo em [18], as crianças (e os adultos!) poderão usar o conhecimento sobre as decomposições para executar cálculos mais sofisticados. Imagine-se o cálculo mental $7 + 8$. O número 8 está a precisar de 2 para compor a dezena. Uma vez que 7 se pode decompor em 2 e 5, a resultado do cálculo é igual a 15. Utilizou-se uma decomposição do 7. Veja-se a Figura 19 respeitante a esta ideia retirada de [9].

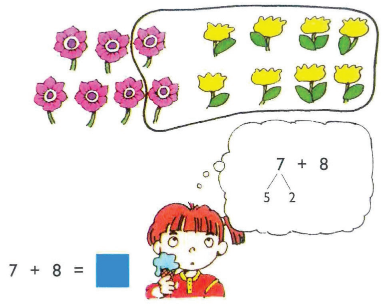


Figura 19: Adição mental.

Repare-se que não houve contagem continuada (contagem pelos dedos). Este método dá elevada importância à memorização das decomposições da primeira dezena e incentiva a sua utilização para fazer "pontes", compondo a dezena mais próxima. Observe-se que decompor não é o mesmo que adicionar. Se se partir das partes (2 e 5) para tentar obter o todo, estamos de facto a adicionar. O que acontece no exemplo exposto é o oposto, parte-se do todo (7) e separa-se de forma conveniente (2 e 5) para que se possa compor a dezena.

Além disso, qualquer uma das duas parcelas pode ser alvo de decomposição, como se ilustra na Figura 20.

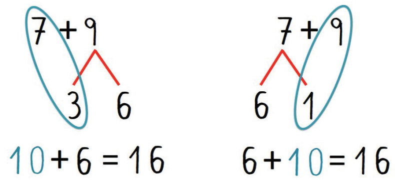


Figura 20: Diferentes formas de calcular $7 + 9$.

Uma boa memorização das decomposições da primeira dezena auxilia obviamente as adições. Trata-se, na prática, de incentivar a composição da dezena para obter o total. A compreensão do conceito de ordem numérica é absolutamente imprescindível para este tipo de cálculo mental. E não é só nas adições. Quanto às subtrações passa-se exatamente o mesmo. Por exemplo, para subtrair 4 de 12, pode ser feita uma "ponte" na dezena: uma vez que 12 é composto por uma dezena e duas unidades, após conveniente decomposição do 4, pode retirar-se primeiro 2 obtendo-se a dezena e depois novamente 2 obtendo-se 8 (Figura 21).

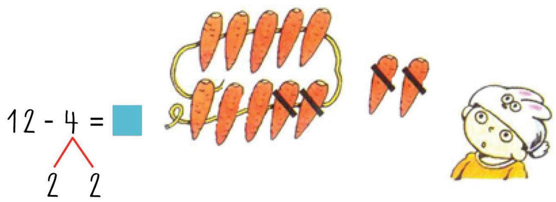


Figura 21: Subtração mental, por decomposição do subtrativo.

No exemplo anterior, fizemos a decomposição do 4 (subtrativo). Em alternativa, também poderíamos ter decomposto o 12 (aditivo): para tal, decompõe-se o 12 em 10 e 2 (uma dezena e duas unidades) e, em seguida, retira-se 4 a 10, obtendo-se 6. Adiciona-se no final 6 a 2, obtendo-se 8 (Figura 22).

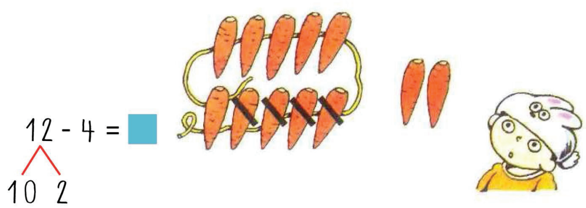


Figura 22: Subtração mental, por decomposição do aditivo.

Este tipo de estratégia aplica-se a uma infinidade de situações. Perceba-se bem o quão próximo este esquema mental está da atividade anteriormente descrita *Separa* 10 *e diz o número*. Na dita atividade, uma quantidade apresenta-se totalmente desarrumada e a criança organiza-a. Num contexto de adição, a quantidade apresenta-se repartida por duas parcelas (por exemplo, 8 + 5) e a criança reorganiza-a de modo a obter a soma. Neste segundo caso, basta "empurrar" duas unidades do 5 para o 8. Sobre a utilização dos esquemas todo-partes na educação pré-escolar, aconselhamos [17].

Referências

[1] BBC-News, 2000. `http://news.bbc.co.uk/2/hi/science/nature/975360.stm`

[2] Berman, J. "A five minute assessment of place value", *Australian Primary Mathematics Classroom*, 16, 24–28, 2011.

[3] Broadbent, A. "Understanding place-value: A case study of the base ten game", *Australian Primary Mathematics Classroom*, 9, 45–46, 2004.

[4] Bruner, J. *The process of education*, Harvard University Press, 1960.

[5] Cuisenaire Company.`www.cuisenaire.co.uk`

[6] Dehaene, S. *The number sense*, New York: Oxford University Press, 1997.

[7] Estrada, M., Sá, C. *História da Matemática*, Universidade Aberta, 2000.

[8] Mathematics at Your Fingertips, NFB Full Video, 1961.`http://www.youtube.com/watch?v=JrMty8v2DqI`

[9] Hong, K. *Primary mathematics Textbook 1A*, American Edition: Curriculum Planning & Development Division Ministry of Education of Singapore, Times Media Private Limited, 1981.

[10] Hong, K. *Primary mathematics Textbook 1B*, American Edition: Curriculum Planning & Development Division Ministry of Education of Singapore, Times Media Private Limited, 1981.

[11] Irons, J. "Number representations that assist children to succeed in mathematics", Queensland University of Technology, 2002.

[12] Magical Maths. `http://www.magicalmaths.org`

[13] Marshall Cavendish Int (S) Pte Ltd, *Earlybird Kindergarten Math, STD ED, Textbook B*, Singapore, 2003.

[14] Miura, T., Okamoto, Y., Chungsoon K., Steere M., Fayol M. "First graders' cognitive representation of number and understanding of place value: Cross-national comparisons - France, Japan, Korea, Sweden, and the United States", *Journal of Education Psychology*, 85, 24–30, 1993.

[15] Santos, C. "A Ordem das Dezenas: Parte I", *Gazeta Valsassina*, 55, 14–15, Abril, 2014.

[16] Santos, C. "A Ordem das Dezenas: Parte II", *Gazeta Valsassina*, 56, 34–35, Junho, 2014.

[17] Santos, C., Teixeira, R. "Matemática na educação pré-escolar: Esquemas todo-partes", Jornal das Primeiras Matemáticas, 4, 55–70, 2015.

[18] Thompson, I. "The role of counting in the idiosyncratic mental calculation algorithms of young children", *European Early Childhood Education Research Journal*, 3, 5–16, 1995.