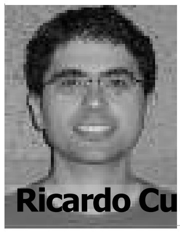
Quadrados mágicos para todos os gostos



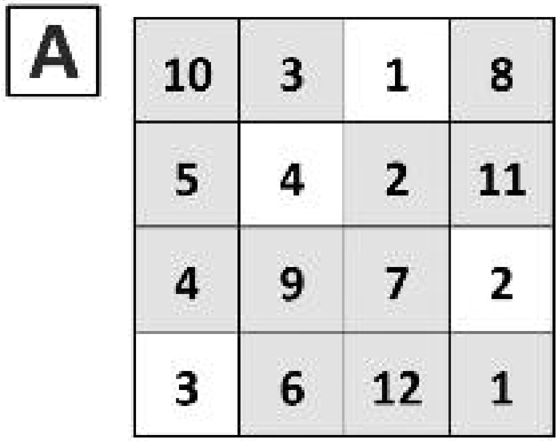
Ricardo Cunha Teixeira

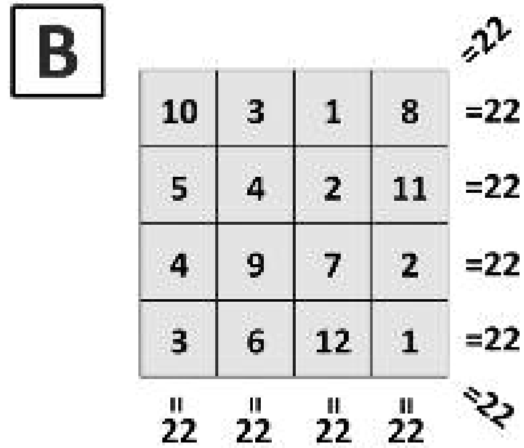
Voltamos ao tema dos quadrados mágicos. Recordamos que um quadrado mágico é uma tabela quadrangular NxN, com N linhas e N colunas, sendo N um determinado número natural (o seu estudo tem particular interesse para valores de N iguais ou superiores a 3). A tabela deve ser preenchida com números inteiros de forma a que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado seja sempre a mesma. Esse valor chama-se constante mágica. Se os números utilizados na construção do quadrado mágico forem os primeiros NxN números naturais (usam-se todos os números de 1 a NxN, sem repetição de qualquer número), diz-se que esse quadrado é puro e a sua constante mágica é dada por N(NxN+1)/2. Existem quadrados mágicos igualmente interessantes que não satisfazem esta regra (por exemplo, quando se repetem números ou quando se utilizam números superiores a NxN).

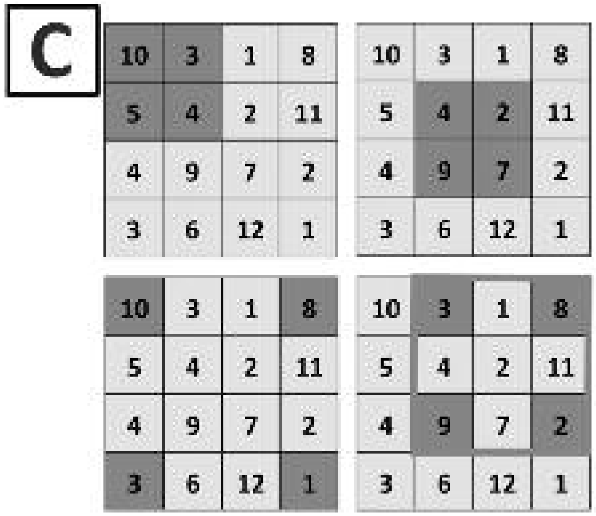
Vejamos alguns exemplos curiosos. Começamos pelo Quadrado Mágico do Aniversariante (figura A). Se o leitor fizer as contas, verificará que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado é sempre 22 (figura B). Este é, portanto, um quadrado mágico ideal para quem tem 22 anos. Contudo, a sua utilização é muito mais flexível do que à primeira vista se possa pensar. Isto porque também é possível utilizar este quadrado mágico para felicitar qualquer amigo com mais de 22 anos. Se quisermos que o quadrado da figura A tenha constante mágica igual a x, com x>22, basta adicionar a cada um dos números das quatro casas brancas o valor x-22. Por exemplo, imagine-se que o seu amigo tem 40 anos e que quer personalizar o postal de aniversário que lhe vai oferecer com um quadrado de constante mágica igual a 40. Apenas é necessário alterar quatro números do quadrado mágico da figura A: os quatro números que estão nas casas assinaladas a branco. Deve-se proceder da seguinte forma: calcula-se a diferença 40-22=18 e adiciona-se esse valor a cada um dos números localizados nas casas brancas. Na primeira linha, obtém-se 1+18=19; na segunda linha, 4+18=22; na terceira, 2+18=20; e, por fim, na última linha, 3+18=21. O novo quadrado mágico obtido por este processo tem constante mágica igual a 40! De facto, a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do novo quadrado passa a ser igual a 40.

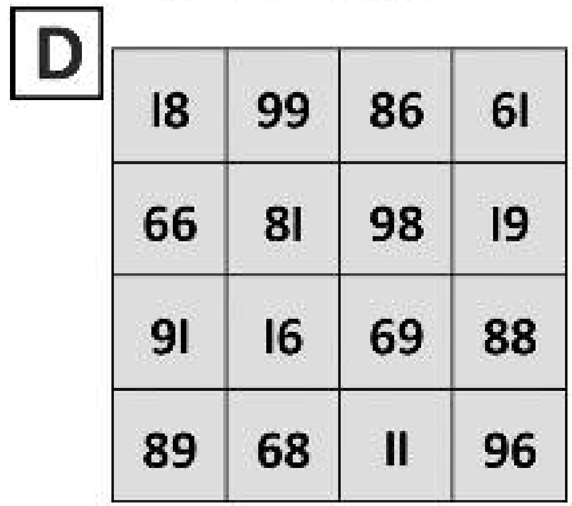
Atribui-se a Martin Gardner (1914-2010), conhecido divulgador de Matemática Recreativa, a ideia de construir quadrados mágicos com estas características. Seguem-se mais algumas curiosidades sobre o quadrado mágico da figura A. De notar que os 12 números das casas coloridas não se repetem: utilizam-se todos os números, do 1 ao 12, uma e uma só vez. De acordo com a fórmula que se recordou no primeiro parágrafo deste artigo, um quadrado mágico puro de ordem N=4 tem constante mágica igual a N(NxN+1)/2 = 4(4x4+1)/2 = 34. Se partirmos do quadrado da figura A e se adicionarmos 12 aos números das casas brancas, obtemos um quadrado mágico puro (a constante mágica é igual a 34, utilizando-se na construção do quadrado todos os números naturais, do 1 ao 16, uma e uma só vez). Por outras palavras, os aniversariantes com 34 anos são presenteados com uma quadrado mágico puro!

DR









Também é possível obter a constante mágica, ou seja, a idade do aniversariante, com outras combinações de quatro números, que não as tradicionais: a figura C ilustra alguns exemplos (estas combinações funcionam para o quadrado mágico da figura A e para todos os que se obtêm dele pelo processo que se referiu). Este pode ser um desafio engraçado para apresentar ao aniversariante: tentar encontrar todas as combinações possíveis que conduzam à constante mágica (que é igual à sua idade)!

Na figura D, apresenta-se um Quadrado Mágico Reversível. Este quadrado aparece no livro "Self-working Number Magic", de Karl Fulves, publicado em 1983. Para começar, uma observação atenta a cada linha, coluna ou diagonal do quadrado permite concluir que, em cada uma dessas filas, são utilizados os mesmos algarismos: 1, 6, 8 e 9. Um olhar ainda mais atento permite detetar duas ocorrências de cada um desses algarismos por fila.

O leitor pode também confirmar que a soma dos números de cada linha, de cada coluna e de cada uma das duas diagonais do quadrado da figura D é igual a 264. Mas, se virar a folha de jornal "de pernas ao ar", ficará agradavelmente surpreendido: obtém-se um novo quadrado mágico (a soma dos números de cada linha, coluna e diagonal também é constante). Mas a surpresa não se fica por aqui: a soma mágica do novo quadrado continua a ser 264!

Existem muitos outros quadrados mágicos interessantes, que poderão ser objeto da nossa atenção numa próxima oportunidade.

Departamento de Matemática da Universidade dos Açores,
rteixeira@uac.pt