Multiplicações e divisões faraónicas

Por: Maria do Carmo Martins
Professora do Departamento de Matemática
da Universidade dos Açores
maria.cc.martins@uac.pt

Nos finais do ano passado, numa serena pausa de visitas natalícias, reencontrei um tesourinho escondido na estante: o livro de Richard J. Gillings "Mathematics in the Time of the Pharaohs", editado pela MIT Press em 1972. Este livro descreve problemas matemáticos do quotidiano do povo egípcio, ocorridos mais de um milénio antes de Cristo, e apresenta as preciosas soluções encontradas pelos estudiosos daquele tempo.

O rio Nilo era simultaneamente uma fonte de abundância e de problemas: abundância porque trazia água e com ela a fertilidade a uma região árida; problemas porque a fertilização dos terrenos decorria da sua inundação pelo rio e da consequente destruição das suas delimitações. Quando o Nilo regressava ao seu caudal normal havia que restabelecer o seu a seu dono, ou seja, restituir os terrenos aos respetivos proprietários. Esta tarefa implicava voltar a determinar as localizações, as formas e as dimensões de cada terreno nas margens do Nilo. Isto levou ao desenvolvimento de várias áreas da matemática, nomeadamente, da Geometria.

As soluções encontradas pelos estudiosos eram tão importantes para a civilização egípcia que foram cuidadosamente registadas em papiros para a posteridade. Um destes notáveis documentos é o papiro de Rhind, encontrado junto ao túmulo de Ramsés II e que foi adquirido pelo antiquário escocês Alexander Henry Rhind em 1858, daí o seu nome. É também conhecido como papiro de Ahmes, escriba que o copiou em meados de 1650 a.C., de um trabalho ainda mais antigo. Detalha a solução de diversos problemas de aritmética, frações, cálculo de áreas, de volumes, progressões, repartições proporcionais, regra de três simples, equações lineares, trigonometria básica e geometria. Este documento faz parte do acervo do Museu Britânico desde 1865.

Neste meu primeiro artigo de 2016 vou abordar os métodos da multiplicação e da divisão que vêm descritos no papiro de Rhind, usado pelos antigos egípcios, em contraste com o que aprendemos hoje em dia no primeiro ciclo do ensino básico.

Os algoritmos da multiplicação e da divisão que aprendemos é fruto de uma longa evolução resultante da experimentação de diversas técnicas de operar números. Por sua vez, os egípcios abordavam estas operações de maneira bem diferente da nossa. Por exemplo, para multiplicar 5 por 11 eles recorriam apenas a adições: 5 x 11 = 11+11+11+11+11 = 55. De facto, a multiplicação de dois números naturais não é mais do que uma adição de parcelas iguais.

O método anterior é particularmente fácil quando os números envolvidos na multiplicação são relativamente pequenos. Contudo, a sua utilização prática é morosa quando os números são elevados. O método desenvolvido pelos egípcios é bastante eficaz embora na História da Matemática seja comummente referido como "um tanto ou quanto desajeitado e estranho, devido à pobreza da notação aritmética egípcia." Não deixa de ser inquietante que os egípcios, dotados de tanta habilidade nas suas manipulações aritméticas, foram incapazes de conceber notações e algoritmos simples. Todavia, nenhum povo, ao longo de um milénio, foi capaz de melhorar a notação e algoritmos egípcios.

Vamos então aprender o método egípcio para fazer multiplicações que se baseia na Regra do Dobro. Esta regra consiste em fazermos sucessivas duplicações do número em causa.

Vejamos como exemplo a multiplicação de 13 por 7. Fique o leitor descansado, pois iremos ilustrar o método recorrendo no nosso sistema decimal em vez de usar hieróglifos. Em primeiro lugar há que decidir qual o multiplicador e qual o multiplicando (multiplicador x multiplicando = produto). Geralmente toma-se para multiplicador o número mais pequeno. A título ilustrativo vamos mostrar os dois casos: (a) quando 7 é o multiplicador e (b) quando 13 é o multiplicador. Para o caso (a) constrói-se a Tabela 1. Repare-se que 1+2+4 = 7, o multiplicador, e que 13+26+52 = 91, exatamente o resultado pretendido. Mas como construir a tabela?

(1) A primeira linha contém sempre o número 1 na coluna da esquerda e o multiplicando, neste caso 13, na coluna da direita;

(2) As linhas seguintes resultam da duplicação dos números da linha anterior. A segunda linha obtém-se calculando 2x1 = 2 e 2x13 = 26, enquanto que a terceira linha resulta da duplicação dos valores da segunda, ou seja, 2x2 = 4 e 2x26 = 52;

(3) O processo termina quando se chega a uma linha cujo dobro do valor da coluna da esquerda é superior ao multiplicador. Neste caso, 2x4 = 8 que é maior do que o multiplicador 7.

Isto corresponde a escrever 7x13 = (1+2+4) x 13 = 13+26+52 = 91.

Para o caso (b), em que se escolhe 7 como multiplicando, aplicam-se os 3 passos do algoritmo descritos acima e constrói-se a Tabela 2. A primeira linha começa com 1 e com o multiplicando 7. Termina-se a duplicação em 8 porque 2x8 = 16 que é superior a 13. Note-se que, ao contrário do caso anterior, 1+2+4+8 = 15 que não corresponde ao multiplicador 13. Como fazer então? Tem de se escolher de entre os números 1, 2, 4 e 8 quais os que adicionados dão 13. Neste caso 1+4+8 = 13, ou seja, não se considerou o 2. Para assinalar quais os números que entram na adição, coloca-se uma marca (que indicamos com \) à esquerda destes números. O produto 13x7 resulta da adição dos elementos da coluna da direita apenas das linhas marcadas, isto é, 7+28+56 = 91. Isto corresponde a escrever 13x7 = (1+4+8) x 7 = 7+28+56 = 91.

E como faziam os egípcios a divisão? Como é sabido, a divisão é o processo inverso da multiplicação. Suponhamos que se pretende dividir 184 por 8. Em vez de tentar encontrar um algoritmo para dividir 184 por 8, os egípcios determinavam por qual número se deve multiplicar 8 para se obter 184. Desta forma podiam utilizar o mesmo método de construção da tabela de multiplicações, mas neste caso identificando quais os números da coluna da direita que adicionados dão 184. O quociente pretendido é obtido adicionando os números correspondentes na coluna da esquerda. Exemplo (Tabela 3). Pretende-se saber o número desconhecido y tal que y x 8 = 184. A tabela começa com 1 e o multiplicando 8 e contém cinco linhas, pois 2x128 (valor posicionado na última linha na coluna da direita) é 256 e este é superior a 184. Agora, há que identificar quais os números desta coluna que somam 184. Ora 8+16+32+128 = 184, pelo que colocamos a marca nos números desta coluna que entram na adição. O resultado da divisão obtém-se adicionando os multiplicadores parciais (da coluna da esquerda) das linhas marcadas, isto é, 1+2+4+16 = 23, que é o quociente pretendido. Claro está que este método só funciona para divisões exatas, ou seja, aquelas em que o resto é zero, mas pode ser facilmente generalizado para calcular divisões inteiras (em que o resto é diferente de zero).

Será que este método funciona para a multiplicação ou para a divisão (inteira) de quaisquer dois números? A resposta é sim! O que os matemáticos egípcios usaram pode ser interpretado como a representação do multiplicador em base binária, um sistema de numeração que só inclui os símbolos 0 e 1. Este sistema contrasta com o que utilizamos no nosso dia-a-dia e que usa 10 símbolos (sistema decimal). Por exemplo, no sistema decimal, 13 = 10+3 = 1x10^1+3x10^0, ou seja, os números são representados à custa de potências de base 10. No sistema binário os números são representados usando potências de base 2. Por exemplo 13 (na base decimal) corresponde a 1101 no sistema binário, ou seja, 1x2^3+1x2^2+0x2^1+1x2^0. O que torna o sistema binário interessante é exatamente a utilização de apenas 2 símbolos em vez dos 10 que usamos no nosso quotidiano. A marca introduzida nas tabelas anteriores corresponde ao símbolo 1 e a sua ausência ao símbolo 0. Se lermos as marcas da coluna esquerda na Tabela 2 de baixo para cima e as representarmos com 0 e 1, obtemos 1101 que corresponde ao número 13 em base binária.

Não deixa de ser curioso que quase 3000 anos depois os sistemas digitais tão presentes na nossa vida (computadores, telemóveis, etc.) utilizam exatamente esta mesma base binária. A beleza e a simplicidade de duplicar são infindáveis, não só na matemática como na felicidade que se conjuga aos pares! Feliz dia de compadres!

1	13
2	26
4	52

Tabela 1

\1	7
2	14
\4	28
\8	56

Tabela 2

1	8/
2	16/
4	32/
8	64
16	128/

Tabela 3

Cantar às estrelas no Convento dos Franciscanos

O jardim do Convento dos Franciscanos é o local que irá acolher a 8ª edição do Cantar às Estrelas na cidade de Lagoa, já este Sábado, a partir das 20h30. A concentração de grupos far-se-á no largo da igreja da Matriz de Santa Cruz. Esta é uma iniciativa da autarquia em parceria com a Paróquia da Freguesia de Santa Cruz e Sociedade Filarmónica Estrela D´Alva.

Para a autarca, Cristina Calisto Decq Mota, "esta é uma tradição que deve ser preservada, sendo ela uma tradição açoriana, onde tecemos esforços para que a mesma seja realizada com grande participação sendo que esta 8ª edição contará com a participação de mais de 20 grupos, um número certamente muito satisfatório para o Município numa iniciativa que só tem 8 anos".

Na "Noite das Estrelas" irão desfilar os grupos participantes: Escola Básica e Integrada de Lagoa; Grupo de Catares e Tradições dos Remédios; Grupo de Cantares Tradicionais de Santa Cruz; Grupo de Cantares da Associação de funcionários da Câmara Municipal de Lagoa; CATL's Lagoa; Escola Básica e Integrada de Água de Pau; Grupo de Cantares Vozes do Monte Santo; Grupo Musical Filhos da Terra; Grupo de Jovens Som do Vento; Grupo Folclórico Jovem Pauense; Grupo de Cantares da Santa Casa da misericórdia de Santo António – Lagoa; Grupo Folclórico "O Grujola"; Coro Infantil da Associação Musical de Lagoa; Grupo Amigos de São Martinho do Cabouco; Grupo de Cantares e Serenatas de São Pedro de Vila Franca do Campo; Grupo de Cantares "As Campesinas" de Ponta Garça; Grupo de Cantares da Casa de Povo da Maia; Grupo de Cantares Vozes do Mar do Norte da Vila de Rabo de Peixe. O início e o final do desfile, do Cantar às Estrelas, será dado pelas filarmónicas locais, nomeadamente pela Sociedade Filarmónica Estrela D´Alva e a Sociedade Filarmónica Lira do Rosário.

Cursos de Língua Portuguesa para Imigrantes

O Governo açoriano promove este ano a realização da quarta edição dos Cursos de Língua Portuguesa para Imigrantes, iniciativa que visa promover a plena integração dos imigrantes na sociedade, através da aquisição de competências linguísticas que os valorizem pessoal e profissionalmente. De acordo com uma nota do GAcS, as candidaturas podem ser apresentadas até 31 de Março, por entidades de natureza pública, privada ou cooperativa, bem como por estabelecimentos de ensino público na Região Autónoma dos Açores.

Os Cursos de Língua Portuguesa para Imigrantes, uma iniciativa do Governo dos Açores levada a efeito pelas direcções regionais das Comunidades e da Educação, que já abrangeram mais de 150 formandos, de cinco ilhas, serão leccionados, preferencialmente, em horário pós-laboral, num período de 150 horas.

Os interessados podem obter mais informações sobre o Curso de Língua Portuguesa para Imigrantes e o respetivo formulário de candidatura na página da Direcção Regional das Comunidades no Portal do Governo dos Açores, no endereço eletrónico http://www.azores.gov.pt/Portal/pt/entidades/pgra-ssrpre-drcomunidades .