



Por: Aurea Sousa
 Professora Auxiliar do Departamento de Matemática e Estatística da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores
 aurea.st.sousa@uac.pt

Cálculo de probabilidades à disposição da ciência e do método científico

O termo probabilidade deriva do Latim *probare* (provar ou testar) e é utilizado frequentemente, pois nos mais variados aspetos da nossa vida podem surgir dúvidas e incertezas. Porém, muitas vezes há decisões importantes e até, por vezes, vitais que têm de ser tomadas. Quando nos referimos a um determinado acontecimento como sendo impossível, muito improvável, improvável, possível, provável, ou muito provável estamos a usar uma linguagem de probabilidades. Frases tais como “é provável que chova”, “é improvável a finalização de uma determinada tarefa esta semana”, “certamente os stocks de um determinado produto irão esgotar”, “a probabilidade de uma pessoa acertar no EuroMilhões é quase nula” são ditas frequentemente, no nosso dia a dia, muitas vezes de forma espontânea e intuitiva.

O cálculo das probabilidades teve a sua gênese na Idade Média, com as primeiras tentativas de matematização dos jogos “de azar” (jogos de cartas, dados e de roleta), muitas vezes praticados como apostas, razão pela qual os estudantes se deparam com diversos exemplos desse âmbito no estudo da “Teoria das probabilidades”. Entre os acontecimentos que caracterizaram o século XVII, encontra-se o desenvolvimento do cálculo das probabilidades, em que a ligação das probabilidades com os conhecimentos estatísticos conferiu uma nova dimensão à ciência Estatística, cuja importância já tem sido bem ilustrada ao longo de diversas edições do Correio dos Açores. Desta vez, irei enfatizar a importância da teoria das probabilidades, não só na Estatística, mas também em outras ciências, enfrentando o desafio de abordar alguns conceitos importantes neste âmbito, utilizando uma linguagem facilmente perceptível, mesmo por parte de quem não esteja familiarizado com estes conceitos.

moeda; contar o número total de peças defeituosas da produção diária de um determinada máquina; sortear um estudante de uma determinada turma; retirar, com ou sem reposição, bolas de uma urna que contém 8 bolas brancas e 9 pretas; registar o número de recém-nascidos do género masculino (ou do feminino) numa série de nascimentos, contar o número de veículos automóveis que atingem os 100Km/h em menos de 6 segundos, em 10 veículos testados. A repetição de uma experiência aleatória várias vezes e sempre nas mesmas condições permite, em geral, verificar que os resultados globais apresentam uma certa “regularidade estatística”, tendo por base o facto de que a aleatoriedade presente produz um padrão de comportamento, ao fim de muitas repetições da experiência aleatória.

Por “Espaço de resultados” entende-se o conjunto de todos os resultados possíveis de uma experiência aleatória, o qual é representado geralmente pela letra grega Ω (“Omega”). A Tabela 1 apresenta alguns espaços de resultados referentes a algumas das experiências aleatórias supracitadas.

Qualquer subconjunto do espaço de resultados é designado por evento (acontecimento). Um acontecimento é convencionalmente representado por uma letra maiúscula (A, B, C, ...) e pode ser elementar (qualquer subconjunto de Ω composto por apenas um elemento) ou composto (qualquer subconjunto de Ω composto por mais de um elemento). Por exemplo, no caso do lançamento de um dado, diz-se que o acontecimento A - “Saída da face par” ($A = \{2, 4, 6\}$) se realizou ou que ocorreu um sucesso se sair uma face par (isto é, 2, 4, ou 6). Em contrapartida, diz-se que o acontecimento A não se realizou ou que ocorreu um insucesso se sair uma face ímpar (por exemplo, 3).

A probabilidade de um acontecimento se

realizar se aumenta o número de experiências realizadas, sob condições idênticas, a frequência relativa tende a estabilizar para um valor que será a probabilidade do acontecimento.

Os acontecimentos que podem ocorrer com igual probabilidade dizem-se equiprováveis. Por exemplo, no caso do lançamento de uma moeda ao ar, não podemos afirmar com certeza se vai sair cara ou coroa, mas é possível determinar a probabilidade de saída de cada uma dessas faces, uma vez que em dois resultados possíveis (número total de resultados possíveis) pode ocorrer “cara” ou “coroa”. Assim, dizemos que no caso de uma moeda não viciada a probabilidade de sair cara é igual à probabilidade de sair coroa e que ambas estas probabilidades são de $1/2$, dividindo o número de resultados que nos interessam pelo total de possibilidades) ou seja de 0,5, ou ainda de 50%. Assim, o leitor facilmente se apercebe de que as probabilidades podem ser expressas em frações, em números decimais ou em percentagens. No caso do lançamento de um dado, poderemos dizer, por exemplo, que a probabilidade de se obter uma face diferente de seis é de 5 em 6 ($5/6$), uma vez que há cinco faces diferentes de 6 ($\{1, 2, 3, 4, 5\}$) em 6 resultados possíveis ($\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$).

A caracterização de um fenómeno aleatório pressupõe a definição de um modelo de probabilidade, com base na identificação de todos os resultados possíveis (espaço de resultados) quando se realiza o fenómeno aleatório e na atribuição de um número não negativo a cada resultado (probabilidade de ocorrência), verificando-se que a soma das probabilidades atribuídas a cada um dos acontecimentos elementares, que compõem o espaço de resultados, é 1. Algumas distribuições de probabilidade importantes podem ser encontradas na literatura (distribuições discretas: e.g., Bernoulli, binomial, hipergeométrica, Poisson; distribuições contínuas: e.g., exponencial, lognormal, normal, t-Student, f-Snedecor, qui-quadrado) e permitem modelar determinados fenómenos.

Embora os jogos de azar tenham motivado o desenvolvimento das teorias das probabilidades, estas têm atualmente aplicações dignas de registo, não só na construção das lotarias e no estudo dos jogos de azar, mas também, em outras áreas, tais como a Estatística, a Biologia (principalmente em genética), a Medicina (e.g., estudos relativos à incidência de doenças e à vacinação), Ciências Sociais, Meteorologia, Finanças, Marketing, Econometria, Física Quântica (e.g., teoria dos erros experimentais, abordagem probabilística dos fenómenos físicos), Química, Seguros (e.g., cálculos atuariais, sobretudo os relativos aos seguros de vida), Engenharia (e.g., controlo de qualidade, teoria das filas de espera, teoria da informação, teoria do risco) entre outras. Já Einstein (em 1905) escreveu sobre uma sucessão de acontecimentos aleatórios (evolução de partículas suspensas num líquido estacionário) em matéria de probabilidades. Na área da Biologia, merece uma especial referência a utilização das probabilidades por Mendel, o qual é considerado o “pai” da Gené-

tica.

As primeiras utilizações da Estatística (censos, para fins de alistamento militar e de cobrança de impostos, realizados há mais de 4000 anos) não envolviam nenhum trabalho probabilístico, pois todos os elementos da população eram observados ou medidos. Adolphe Quételet, em 1850, foi o primeiro a observar apenas uma pequena parte (amostra) do universo envolvido (população) e generalizar, a partir de uma análise probabilística, os resultados da amostra a toda a população. Essa conceção só atingiu um nível prático no início do sec. XX, e atualmente a inferência estatística (Estatística Inferencial) é frequentemente utilizada nas mais diversas áreas científicas, permitindo quantificar probabilisticamente as incertezas envolvidas ao extrapolarmos para um universo os resultados obtidos a partir de uma amostra.

A estimação do valor de um parâmetro de uma população, a partir de uma amostra, pode ser efetuada utilizando ou a estimação pontual (por exemplo, utilizar a média da amostra como estimativa da média da população) ou a estimação por intervalos, que consiste em construir um intervalo de estimação (ou intervalo de confiança) a que o parâmetro a estimar pertence com uma probabilidade conhecida, procedimento usual no âmbito das sondagens que recorrem a métodos probabilísticos. Por outro lado, frequentemente é útil a formulação de hipóteses, as quais se referem muitas vezes a distribuições de probabilidade ou a alguns dos parâmetros populacionais e devem ser testadas utilizando testes estatísticos, a partir de dados observados numa ou várias amostras. Assim, o estudo das probabilidades, que começou como um “truque” para facilitar a vitória nos jogos (vantagem competitiva), atualmente pode nos ajudar a nível da tomada de decisões. Em última análise, o conceito de probabilidade impulsiona a reflexão e os avanços científicos, contribuindo indubitavelmente para o conhecimento, pelas aplicações que tem nas mais variadas áreas científicas. Os resultados do cálculo de probabilidades são frequentemente utilizados a nível da tomada de decisões e do desenvolvimento de estratégias, até mesmo por parte de governos, empresas e organizações profissionais.



Tabela 1. Espaço de resultados para algumas das experiências aleatórias

Experiência aleatória \square	Espaço de resultados (Ω) \square
Lançamento de uma moeda \square	$\Omega = \{cara, coroa\}$ \square
Lançamento de um dado \square	$\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ \square
Nascimento de uma criança \square	$\Omega = \{“Feminino”, “Masculino”\}$ \square

A formalização moderna de Probabilidade assenta nos conceitos de experiência aleatória (e seus possíveis resultados) e de acontecimento. Experiência aleatória é uma experiência cujo resultado exato que se irá observar não pode ser predito, devido à intervenção do acaso, mas conhece-se o universo dos resultados possíveis, isto é, conhece-se todos os resultados suscetíveis de serem obtidos. Algumas possíveis experiências aleatórias são atirar ao ar uma moeda 20 vezes e contar o número de caras nos 20 lançamentos; o lançamento de um dado ou de uma

realizar pode assumir valores entre 0 (acontecimento impossível) e 1 (acontecimento certo), permitindo-nos quantificar quão provável é a ocorrência de um determinado acontecimento. Quando o valor da probabilidade de um evento ocorrer é alto, dizemos que a ocorrência do evento é muito provável e quando é próxima de zero dizemos que este é improvável ou pouco provável. Um acontecimento cuja probabilidade de ocorrência é de 100% é designado por acontecimento certo (por exemplo, se alguém comprar todos os números de uma rifa). À me-