

# Uma grande família de Primos



Helena Sousa Melo\*

A matemática também é social, possui grupos, amigos, famílias. A família que iremos focar é a de primos. Temos os primos gémeos, os primos de Euclides, os primos de Fermat, os primos de Mersenne, os primos de Fibonacci, os primos pitagóricos, os primos fatoriais, os primos Titanic, e se formos averiguar mais um pouco, encontramos ainda outros primos desta grande família.

É claro que estamos nos referindo aos números primos, existentes na Matemática e conhecidos desde há muito. Os números primos, sendo uma fonte abundante de investigação, estimulam a curiosidade pelos seus mistérios e constantes desafios. Mas o que é um número primo?

Um número primo é um número natural que admite como seus divisores distintos apenas o próprio número e o número 1. Por exemplo, o número 5 é um número primo, pois admite como divisores apenas o número 1 e o próprio 5. O número 1 não é considerado um número primo pois não satisfaz uma das condições de número primo, que é a de ter divisores naturais distintos. No conjunto dos números naturais, considerando os seus divisores, se um número não for primo, então será denominado de composto. Por exemplo, o número 56 é um número composto, pois admite mais de dois divisores distintos que são os números 1, 2, 4, 8, 7, 14, 28 e o próprio 56, claramente não satisfazendo a condição de número primo. Os números compostos podem ser expressos como produto de fatores de números primos, por exemplo,  $56 = 2^3 \cdot 7$ .

Os números primos aparecem desde os tempos mais remotos. Salienciamos que o conjunto dos números primos já era do conhecimento dos antigos egípcios. Registos no papiro de Ahmes, cerca de 1650 a.C., dão evidências de um conhecimento da teoria dos números primos, dos números compostos, entre outros saberes. Mas o seu estudo só começou, acreditamos, por volta de 500 a.C. com os gregos. Os matemáticos da escola pitagórica, fundada por Pitágoras de Samos (aprox. 569 a. C. – 475 a.C.) tinham interesse por todos os

11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

números devido às suas propriedades numéricas e místicas. Os pitagóricos atribuíam qualidades aos números. Por exemplo, o número 5 simbolizava o casamento pois era a adição do primeiro número feminino, o número 2, que personificava a opinião, com o primeiro masculino, o número 3, que exprimia a harmonia.

O matemático grego Euclides de Alexandria (aprox. 325 a.C. – 265 a. C.), no livro IX da sua obra Os Elementos, prova a existência de infinitos números primos. Um dos processos para calcular os números primos é conhecido como Crivo de Eratóstenes. Um método relativamente simples, já existente há mais de 2200 anos, apresentado pelo grego Eratóstenes de Cirene (aprox. 276 a. C. – 197 a. C.). Constituído por uma tabela sequencial de números naturais maiores do que 1, inicia com o corte de todos os múltiplos de 2, e a cada passo, corta todos os múltiplos dos números subsequentes que ainda não foram cortados, ou seja, corta os múltiplos de 3, depois os de 5 e assim por diante. É suficiente fazermos os cortes até a raiz quadrada do último número da tabela considerada. Por exemplo, se a tabela for até 100, como a aqui apresentada, basta fazer os cortes utilizando os números, ainda não cortados, até 10. Na tabela dada, (/) indica o corte dos múltiplos de 2, (v) dos múltiplos de 3, (-) dos de 5, e (|) dos de 7. Os assinalados por (O) são os números primos.

Assim, os números primos entre 1 e 100 são o 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97. Nesta pequena lista notamos que alguns primos têm por diferença apenas duas unidades, neste caso eles são denominados de primos gémeos, por exemplo, 3 e 5, 5 e 7, 11 e 13. Conse-

tenusa de um triângulo retângulo pode admitir, tendo como valores dos seus catetos também números inteiros. Os primeiros primos pitagóricos até 50 são o 5, 13, 17, 29, 37 e 41. Consegue encontrar outros? Não esquecer que estes primos são números em que o seu quadrado pode ser expresso como a soma dos quadrados de dois outros números inteiros, mesmo que um deles não seja um número primo, por exemplo.

O conjunto dos números primos é um dos temas de inves-

tigação da Teoria dos Números, um ramo da Matemática que pesquisa as propriedades dos números em geral. Este conjunto, pela ausência aparente de qualquer padrão ou regularidade, desperta muito interesse à sua volta, bem como, quais as suas possíveis aplicações.

A criptografia (do grego *kryptós*, “escondido”, e *gráphein*, “escrita”), a arte da escrita secreta, é uma das suas aplicações. Os fatores primos de números extremamente grandes são utilizados como chaves de criptografia, pois o processo de fatoração, encontro dos seus divisores primos, não é nada fácil. Para podermos decifrar um determinado código é necessário uma chave e quanto mais segura esta for, mais difícil será decifrá-la. Por isso, os fatores primos de números com a ordem de grandeza elevada são usados no código de transações bancárias e nos serviços de segurança de vários países.

Passemos a um exemplo. Consideremos um número muito grande, da ordem dos 59 algarismos. Os seus fatores primos, cujo produto é igual a , são apenas três, o primo 13.821.503, o primo 61.654.440.233.248.340.616.559 e o primo 14.732.265.321.145.317.331.353.282.383. Quanto maior for a ordem, mas tempo levará um computador a efetuar os cálculos, mais segura torna-se a chave.

Muito ainda ficou por referir e ainda mais poderíamos contar sobre os membros desta fascinante família, mas o discurso já vai longo e deixamos assim, uma pitada de curiosidade e mistério no ar.

**Um número primo é um número natural que admite como seus divisores distintos apenas o próprio número e o número 1. Por exemplo, o número 5 é um número primo, pois admite como divisores apenas o número 1 e o próprio 5. O número 1 não é considerado um número primo pois não satisfaz uma das condições de número primo, que é a de ter divisores naturais distintos...**

gue encontrar outros pares com esta condição?

Embora este método ainda seja utilizado, outros algoritmos e fórmulas foram desenvolvidas para encontrar primos. No século XVII, os números primos tiveram muito avanço com Pierre de Fermat (1601 – 1665) e Marin Mersenne (1588 – 1648).

Os números primos de Fermat são da forma, admitindo para valor de  $n$  um número natural, e os primos de Mersenne, com  $p$  primo. Observamos que nem todos os números obtidos por estas duas fórmulas são primos. Por exemplo, o número de Fermat é divisível por 641 e o número de Mersenne é divisível por 23. No entanto, conseguimos obter uma infinidade de números primos.

Por curiosidade mencionemos os primos pitagóricos. Estes números são da forma  $4n + 1$ , com  $n$  natural, e são os valores inteiros que a hipotenusa de um triângulo retângulo pode admitir, tendo como valores dos seus catetos também números inteiros.

\*hmelo@uac.pt  
CMATI - Centro de Matemática Aplicada e Tecnologias de Informação  
Departamento de Matemática