



**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO**

**PRÉMIO DE RISCO DE MERCADO – ANÁLISE E  
COMPARAÇÃO ENTRE A EUROPA, EUA E ÁSIA**

**Ana Cristina Pereira da Cunha**

**2016**



**UNIVERSIDADE DOS AÇORES**

**FACULDADE DE ECONOMIA E GESTÃO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS ECONÓMICAS E  
EMPRESARIAIS**

**PRÉMIO DE RISCO DE MERCADO – ANÁLISE E  
COMPARAÇÃO ENTRE A EUROPA, EUA E ÁSIA**

**Ana Cristina Pereira da Cunha**

**Orientador: Gualter Manuel Medeiros do Couto**

**Coorientador: Pedro Miguel Silva Gonçalves Pimentel**

**Ponta Delgada, setembro de 2016**

## RESUMO

O prémio de risco de mercado é um ingrediente chave na determinação da rendibilidade dos capitais próprios ou do custo médio ponderado de capitais, aspetos importantes em finanças empresariais e avaliação de empresas.

O prémio de risco histórico é o mais utilizado, contudo existem outras abordagens a referir, nomeadamente o exigido, o esperado e o implícito, que tem vindo a ganhar maior relevância nos estudos de carácter financeiro. Apesar disso, denota-se uma falta de unanimidade quanto ao seu cálculo, promovendo resultados muito divergentes na literatura.

Neste estudo, é aplicado o modelo de Merton (1980) à Zona Euro, EUA e Ásia-Pacífico, para o período de 2002 a 2015. É identificado um momento de crise financeira, o que permite observar o impacto histórico bem como analisar a repercussão que terá no futuro. Para qualquer um dos mercados em análise, e confrontando os resultados com as rendibilidades de excesso históricas, a evidência aponta para se assumir preferências agregadas ao risco estáveis ao longo do período, contudo esta é uma questão muito subjetiva.

Em suma, acredita-se que o prémio ajusta-se aos períodos de recessão, onde parece ser mais adequado aplicar o modelo I.

**Palavras-chave:** prémio de risco histórico; preferências agregadas ao risco; restrição de não negatividade.

## ABSTRACT

The risk premium is a key ingredient in determining both the return on equity such as in determining the weighted average cost of capital, that are important in corporate finance and business valuation.

The historical risk premium is the type of risk premium most widely used, however there are another approaches referred, such as required risk premium, expected risk premium and implied risk premium. The latter is gaining more popularity in the financial studies. Nevertheless, it denoted a lack of unanimity on their calculation, promoting very different results in the literature.

In this study, it is applied Merton's model (1980) to the Eurozone, US and Asia Pacific, featuring a database from 2002 to 2015. It is identified a period of financial crisis, which allows us to observe the historical impact and analyze the consequences it will produce in the future. For any market, and comparing the results with historical excess return, the evidence point to aggregate risk preferences stable for appreciable periods of time, but this is a very subjective matter.

In short, we believe that the premium is adjusted to periods of recession, which seems to be more appropriate apply model I.

**Key words:** historical risk premium; aggregate risk preferences; non-negativity restriction.

## AGRADECIMENTOS

Esta dissertação corresponde à fase final de uma longa jornada, que nem sempre foi fácil de realizar, mas que se tornou possível com o apoio de pessoas para as quais deixo expresso o meu agradecimento como um preito de gratidão.

Primeiro, quero agradecer ao meu orientador, Professor Doutor Gualter Couto, e coorientador, Professor Doutor Pedro Pimentel, pela singular dedicação na orientação, pelo rigor na informação transmitida e críticas construtivas. Decerto, o elevado grau de profissionalismo permitiu-me executar a presente dissertação com um maior perfeccionismo.

Ao Departamento de Economia e Gestão, por permitir que este sonho se tornasse realidade.

Agradeço também aos meus pais, Maria Helena Cunha e David Cunha, todo o apoio incondicional ao longo de todos esses anos. Sem a sua dedicação, não teria conseguido chegar tão longe.

Ao meu companheiro, Nelson Maia, por toda a sua compreensão, amor e incentivo ao longo do meu percurso académico, o que me motivou a ir ainda mais longe. Sem dúvida, as suas palavras de conforto me encheram de força nos momentos mais críticos.

Uma palavra de reconhecimento ao meu irmão, David Cunha, pela sua prontidão em me ouvir a qualquer momento.

Um agradecimento em especial aos meus familiares e amigos, pela presença e força ao longo desta etapa. Tudo isto propiciou um maior enriquecimento a nível pessoal e profissional. Obrigada!

# ÍNDICE

I. Introdução .....	2
II. Revisão de literatura .....	6
II.1. Conceito de prémio de risco de mercado .....	6
II.2. Estimação do prémio de risco de mercado .....	8
II.3. Modelo de avaliação .....	11
II.4. Estudos empíricos.....	14
III. Metodologia e dados.....	24
III.1. Metodologia .....	24
III.2. Dados.....	33
IV. Estudo empírico.....	37
IV.1. Objetivo do estudo empírico .....	37
IV.2. Hipóteses de investigação .....	37
IV.3. Análise dos resultados .....	38
IV.3.1. Zona Euro.....	38
IV.3.2. Estados Unidos da América .....	53
IV.3.3. Ásia-Pacífico .....	62
IV.4. Limitações do estudo empírico .....	70
V. Conclusão .....	71
Bibliografia.....	74

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Prémio de risco histórico mensal por região.....	17
Tabela 2. Efeito dos dados diários e mensais para o cálculo da variância nos diferentes modelos com e sem restrição de não-negatividade, entre julho de 1962 e junho de 1978 .....	31
Tabela 3. O excesso de rendibilidade do mercado e rendibilidades mensais observadas e taxa juro sem risco para cada uma das estimativas de Merton, de julho de 1926 a 1978 ..	32
Tabela 4. Efeito da variância nas estimativas do RRR pelo modelo I, para diferentes restrições de limite superior e consoante estimação com dados diários ou mensais: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	40
Tabela 5. Efeito da variância, consoante estimação com dados diários ou mensais, nas estimativas do RRR com restrição de não negatividade: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	41
Tabela 6. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário ao longo dos 14 anos e em intervalos de 7 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR. ....	42
Tabela 7. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 e de 4 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	43
Tabela 8. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	45
Tabela 9. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	47
Tabela 10. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	48
Tabela 11. Estimativas do PRM, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	49
Tabela 12. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.....	52
Tabela 13. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário ao longo dos 14 anos e em intervalos de 7 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	54
Tabela 14. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 e de 4 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	56
Tabela 15. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	57
Tabela 16. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	58

Tabela 17. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	59
Tabela 18. Estimativas do PRM, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	60
Tabela 19. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2002 a 2015, S&P 500 TR.....	62
Tabela 20. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário durante 9 anos e em intervalos de 2 e de 7 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR. ....	63
Tabela 21. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 1 e de 4 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.....	64
Tabela 22. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 1 e de 2 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.....	65
Tabela 23. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.....	66
Tabela 24. Estimativas do PRM, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.....	67
Tabela 25. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.....	69

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Rendibilidades diárias do Nasdaq Eurozone TR, entre 2002 e 2015.....	39
Figura 2. Taxas de rendibilidade anual do Nasdaq Eurozone TR, entre 2002 e 2015 ...	46
Figura 3. Rendibilidades diárias do S&P 500 TR, entre 2002 e 2015.....	53
Figura 4. Taxas de rendibilidade anual do S&P 500 TR, entre 2002 e 2015 .....	57
Figura 5. Taxas de rendibilidade anual do DJ Singapore TR, entre 2007 e 2015 .....	65

---

## **CAPÍTULO I. Introdução**

---

## I. Introdução

A partir de 1980, ocorreram mudanças significativas nos mercados financeiros que, associadas à revolução tecnológica nas áreas de informática e telecomunicações, deram origem aos mercados globais de grande liquidez para títulos financeiros, especialmente para os instrumentos derivados.

A globalização é um tema atual que vem incitar alterações na diversidade e valorização de títulos de investimento, gerando uma maior preocupação por parte das organizações devido à valorização das suas ações, mas também para os investidores que procuram novas formas de investir. Neste sentido, há que ter a capacidade de decidir qual a proporção de investimento em ativos com e/ou sem risco, pois um investidor racional que selecione entre dois ativos com o mesmo nível de risco, com certeza optará pelo que apresenta maior rentabilidade esperada e estará disposto a investir num ativo com risco se o retorno compensar. A rentabilidade de excesso do ativo com risco face ao ativo sem risco leva, assim, ao aparecimento do conceito de prémio de risco.

Inúmeros estudos são efetuados procurando estimar a componente de risco relacionada com a rentabilidade esperada dos investimentos, principalmente para os mercados mais desenvolvidos. É uma análise que já remonta várias décadas e envolve os principais autores mundiais na teoria de finanças, constituindo um dos pilares centrais nos estudos em gestão financeira, mais concretamente na determinação do custo de capital próprio, da taxa mínima exigida para realizar investimentos com risco e na avaliação de empresas (Damodaran, 2012). Este tópico suscitou um maior interesse com o aparecimento do CAPM, que pretende estimar a rentabilidade exigida pelos investidores e avaliar o desempenho das carteiras. Desde então, a teoria vem analisando prémios de risco esperados (análise ex-ante) e prémios de risco históricos (análise ex-

post), mas as limitações subsequentes à aplicação prática levaram ao surgimento de alternativas, como o prémio de risco implícito. Este novo conceito é abordado por um grande leque de trabalhos que utilizam como base a fórmula modificada do modelo de Gordon (1962) e consideram o pressuposto da eficiência nos mercados. Quando se pretende estimar o prémio de mercado, o que importa é o prémio exigido, porém o mais utilizado é o prémio histórico.

O objetivo deste estudo é, então, estimar e comparar o prémio de risco para a Zona Euro, Estados Unidos da América (EUA) e Ásia-Pacífico, através do modelo de Merton (1980), numa análise ex-post. Esta análise justifica-se pela relevância do modelo, que era apenas exploratório, e com a estimação de um prémio de risco que represente as expectativas dos investidores quanto à evolução futura do mercado, já que este parâmetro é uma forma de otimizar a diversificação internacional. O estudo é ainda relevante, tendo em conta a crise financeira que ocorreu e que, conseqüentemente, teve repercussão no mercado de ações. Ora, espera-se obter uma estimativa do prémio para o futuro diferente da média histórica, já que há uma alteração no comportamento do investidor, consequência da crise assistida. Por outro lado, provavelmente todos os mercados terão comportamentos semelhantes, pois verifica-se uma correlação positiva entre os mesmos.

A presente dissertação encontra-se estruturada em cinco capítulos. Após uma breve introdução, o segundo capítulo versará sobre a revisão de literatura, onde serão abordados o conceito “prémio de risco de mercado”, o modelo que irá sustentar o estudo e uma contextualização de investigações realizadas por diversos autores. Quanto ao terceiro capítulo, este irá mencionar a metodologia utilizada e o processo de recolha e tratamento dos dados. Numa fase posterior, será apresentado o quarto capítulo com os a

análise dos resultados e respetivas limitações. Por fim, o quinto capítulo expõe as principais conclusões e pistas de investigação futura.

---

## **CAPÍTULO II. Revisão de Literatura**

---

## II. Revisão de literatura

### II.1. Conceito de prémio de risco de mercado

O prémio de risco, igualmente apontado como prémio de risco de mercado ou prémio de mercado, é um conceito com especial relevância em finanças, constituindo uma ferramenta de avaliação para os investidores, na seleção e gestão de carteiras.

De uma forma simples, o prémio de risco reflete qual a remuneração adicional pela tomada de risco, através da diferença entre a taxa de rendibilidade exigida pelos investidores para carteiras diversificadas e a taxa de juro sem risco sendo que, quanto maior for esta diferença, melhor será o investimento e, por conseguinte, maior a rendibilidade exigida (Fama e French, 2002). É um contributo chave na determinação da rendibilidade dos capitais próprios ou do custo médio ponderado de capitais (Damodaran, 2016), valores singulares na avaliação dos investimentos de capital, política de estrutura de capitais, valorizações de negócios empresariais, fusões e aquisições, cisões e outros processos de reestruturação. Contudo, é um parâmetro que sofre variações ao longo do tempo, consoante a perceção dos investidores em relação ao risco.

Dimson et. al (2003) clarificaram a relevância do prémio de risco tendo por base dois aspetos fundamentais, nomeadamente a recompensa pelo risco incorrido e a necessidade dos gestores conhecerem a taxa de rendibilidade que os acionistas devem exigir para projetos com riscos distintos. A sua estimação torna-se pertinente com a imperfeição dos mercados e com a aversão ao risco por parte dos investidores, no entanto, pode revelar-se extremamente complexa (Fernandez, 2016 e Campbell, 2008), pelo facto de ser usada para designar quatro conceitos diferentes e por não ser uma

variável passível de observação direta, mas com dedução possível a cada instante. Consequentemente, analistas e investidores estimam o prémio de risco a partir de diferentes modelos, o que o torna um caso de debate na literatura científica. Não obstante, o modelo mais utilizado para o seu cálculo é o *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), cujo objetivo é estimar a rendibilidade exigida pelos investidores e avaliar o desempenho de carteiras. Porém, têm surgido problemas na estimação dos seus parâmetros devido aos dados históricos dos mercados emergentes, que levam a uma elevada imprecisão em função da sua volatilidade e sensibilidade no período de estimação (Damodaran, 2016). Já Roll (1977) criticou a incapacidade do modelo ser testado empiricamente, pois subsistem dificuldades inerentes à definição de mercado de todos os ativos de risco, isto é, a carteira de mercado não é diretamente observável. Outras teorias se disseminaram entretanto, como a *Arbitrage Pricing Theory* (APT) de Ross (1976), o modelo multi-fator de Fama e French (1995) e os modelos de avaliação de opções (Hsia, 1981 e 1991 e McNulty *et al.*, 2002), com estimativas mais apuradas para a rendibilidade do mercado e que atestam que a constância temporal esperada para o prémio de risco não se verificava nos modelos teóricos inicialmente desenvolvidos. Apesar disso, Mehra (2003) mostra que nenhuma destas contribuições está livre de críticas quer no método quer nas premissas usadas. Outros autores ampliaram as suas investigações a nível internacional, permitindo a comparação de prémios de risco para diferentes países ou mercados na perspetiva histórica, como Jorion e Goetzmann (1999), Canova e Nicoló (2003), Dimson, Marsh e Staunton (2003), Salomons e Grootveld (2003) e Alpalhão e Alves (2005).

Com o propósito de definir o período de análise, Pastor e Stambaugh (2001) mostraram a importância de adotar séries históricas longas, que são úteis mesmo que o

tempo de quebra seja incerto, que haja fraca probabilidade de grandes mudanças no prémio de risco ou que este esteja associado à volatilidade, resultando em análises mais aperfeiçoadas e flexíveis. Concluíram, igualmente, que as mudanças no prémio de risco não são suscetíveis de serem extremas e que esta variável está, de facto, positivamente associada à volatilidade. Também para Dimson et. al (2003), o cálculo do prémio de risco deve ter como base um período temporal longo, de preferência superior a uma década, devido à elevada volatilidade do mercado de ações. Um outro tópico focado pelo autor é a necessidade de haver um ajustamento no prémio de risco histórico, consequência de impactos positivos com pouca probabilidade de se repetirem no tempo e que acabam por exceder as expectativas do investidor. Apesar de também defender um histórico de dados considerável, Damodaram (2012) admite a existência de um erro padrão elevado para os Estados Unidos da América e nem põe a hipótese de cálculo do prémio de risco com modelos de rendibilidade para os países emergentes, pelo facto dos dados históricos não serem credíveis.

## **II.2. Estimação do prémio de risco de mercado**

O prémio de risco de mercado é determinado pela diferença entre a rendibilidade de mercado esperada e a taxa de juro sem risco. Este surge pela aversão do investidor, que exige uma maior rendibilidade ao investir em ações mais arriscadas.

Segundo Brigham e Daves (2007), as metodologias de estimação do prémio de mercado podem ser subdivididas em dois grandes grupos, designadamente as sustentadas por dados históricos, ou análise ex-post, e as baseadas em dados prospetivos, ou análise ex-ante.

Na abordagem ex-post, o prémio de risco histórico pressupõe que, em média, os investidores estimam resultados futuros equivalentes aos ocorridos no passado, o que leva à existência de uma única taxa para todos os investidores. Neste tipo de análise, é recomendável o uso de séries anuais, pela sua estabilidade e menor volatilidade, porém autores como Jorion e Goetzmann (1999), Pastor e Stambaugh (2001) e Damodaran (2012) alertam para um número de observações onde erro-padrão se torne pouco significativo. Isto remete-nos para séries mensais que, apesar de serem mais instáveis, dão origem a uma amostra numerosa. Embora este seja o critério tendencialmente mais usado para precisar a melhor estimativa para o futuro, poderão ser encontradas grandes divergências na prática quanto ao período de tempo utilizado, uma vez que muitos investidores utilizam períodos curtos (menos de dez anos) com a justificação de que a aversão ao risco é suscetível de mudar e os dados mais recentes levarão a uma estimativa mais assertiva. Além da dimensão dos dados históricos, temos que averiguar qual a taxa de juro sem risco utilizada na determinação do prémio, que deve ser consistente com a taxa de juro sem risco utilizada no cálculo das rendibilidades esperadas. Atente-se também que as médias aritméticas e geométricas podem levar a diferentes prémios, pois a média aritmética reflete a média simples das rendibilidades anuais enquanto a geométrica incorpora o conceito do valor temporal do dinheiro. Se os rendimentos anuais não estão correlacionados no tempo e o objetivo é estimar o prémio de risco para o próximo ano, a média aritmética é a melhor alternativa, contudo estudos empíricos parecem indicar que as rendibilidades das ações estão negativamente correlacionadas ao longo do tempo (Fama e French, 1988), o que torna mais provável que a média aritmética sobrestime o prémio de risco.

As limitações decorrentes da aplicação prática da abordagem ex-post levaram ao surgimento de outras opções, como o prémio de risco implícito, através de um vasto conjunto de pesquisas que utiliza a fórmula modificada do modelo de Gordon (1962) na estimação da taxa de rendibilidade do mercado bem como no cálculo do prémio de mercado. É uma análise centrada no mercado atual, não requer cálculos a partir de dados históricos e assume que os preços de mercado estão corretamente determinados, podendo ser utilizada em qualquer mercado eficiente. Não existindo uniformidade na utilização do modelo, o prémio de risco pela abordagem ex-ante também oferece resultados divergentes.

Se compararmos as duas medidas de cálculo, observamos facilmente a dissemelhança após época de alta, pois o prémio de risco ex-post será elevado, mas o prémio de risco ex-ante será muito menor, antecipando uma queda no valor das ações. Esta diferença levou a uma grande variedade de bases de dados que apresentam diferentes prémios de risco ao longo de diferentes períodos de tempo. Inúmeras variáveis são usadas para descrever estas mudanças no prémio de mercado, como o aumento do *spread* entre obrigações de empresas e obrigações do Estado, que poderá indicar acréscimo de risco de capital e, conseqüentemente, resultará num prémio de risco maior. Lettau *et al.* (2007) utilizam outras variáveis que interligam as mudanças no prémio de risco dos EUA com mudanças na volatilidade, afirmando que uma volatilidade reduzida no consumo e no crescimento do Produto Interno Bruto (PIB) levaria a um declínio no risco macroeconómico e, conseqüentemente, a um prémio de risco menor.

Em 2014, Brigham e Daves (2014) introduzem uma terceira técnica de cálculo do prémio de risco, nomeadamente o uso de *survey premiums*, a qual já havia sido

defendida por Damodaram (2006). É uma técnica efetivada por meio de questionários a *experts* de finanças com o intuito de compreender as suas expectativas quanto ao prémio de risco e, doravante, determinar a média ponderada dos prémios exigidos individuais. Porque não se pode questionar todos os investidores, a maioria das análises debruça-se sobre os gestores de carteiras. A Morningstar e Merrill Lynch são exemplos de entidades que analisam esta ótica, mas são poucos os utilizadores destes números, uma vez que não há restrições sobre a sua razoabilidade. Ou seja, os inquiridos podem apresentar valores abaixo da taxa de juro sem risco e os prémios são de curto prazo, por registarem valores demasiado voláteis. De acordo com Fernandez (2016), o prémio de mercado pode ser visto numa quarta perspetiva, o prémio de risco exigido, que é função das expectativas dos investidores e corresponde ao acréscimo da rendibilidade da carteira de mercado relativamente à taxa de juro sem risco, como forma de compensar o risco adicional. Segundo o autor, não é possível determinar o prémio de risco exigido para o mercado como um todo, devido à existência de inúmeras taxas de crescimento dos dividendos e de prémios de risco implícitos diferentes que satisfazem os preços atuais.

### II.3. Modelo de avaliação

No presente estudo, o prémio de risco de mercado é estimado com base no modelo de Merton (1980) para os mercados europeu, americano e asiático.

Importa saber que Merton (1973) propôs um modelo denominado *Intertemporal Capital Asset Pricing Model* (ICAPM), que vem acoplar três dimensões de risco à génese do prémio de mercado, nomeadamente alterações nas taxas de juro, nas rendibilidades esperadas ou nos preços de bens de consumo. Em 1980, através de uma simplificação do seu artigo de 1973, realizou uma investigação exploratória ex-post com

o propósito de estimar o prémio de risco, a qual se mostra de interesse para os países emergentes com séries históricas curtas, usufruindo ainda de vantagens no que respeita às técnicas *naïve*. O autor parte do princípio que as mudanças na aversão ao risco são mais lentas do que as alusivas ao risco de mercado e, por isso, níveis de risco esperado elevados conduzirão a prémios de risco superiores.

Assim sendo, Merton (1980) desenvolveu três modelos mutuamente exclusivos que estimam o prémio de risco instantâneo, e que adotam um comportamento singular dos investidores em relação ao risco. Mais concretamente, o modelo I defende que as preferências agregadas de risco mantêm-se relativamente estáveis por períodos de tempo consideráveis, já o modelo II assume que o declive da linha de Mercado de Capitais ou Preço de Mercado permanece relativamente estável por períodos de tempo consideráveis. Ambos permitem alterações no prémio de risco à medida que o risco se altera. Finalmente, o modelo III indica que o prémio de risco de mercado mantém-se relativamente estável por períodos de tempo consideráveis, ainda que o nível de risco varie, o que é semelhante à abordagem *naïve*, mas com retificação de dois dilemas relativos à não estabilidade da variância de mercado e às rendibilidades dos ativos com risco, que devem ser superiores à rendibilidade do ativo sem risco. No último modelo, é possível incorporar as preferências do investidor no rácio de recompensa pelo risco, uma vez que a variância da rendibilidade do mercado é uma estatística suficiente de risco e as estimativas da variância e covariâncias são mais precisas do que as estimativas da rendibilidade esperada.

Se nós observássemos uma variação de mercado ao longo do tempo, haveria uma convergência de todos os modelos para o modelo III, que assume um prémio de risco estável mesmo na presença de alterações na volatilidade. No entanto, é de esperar

estimativas diferentes para cada modelo, pelo facto de inúmeros estudos rejeitarem a hipótese da variância ser contante por períodos de tempo muito extensos (Black, 1976 e Schwert, 1989).

Tendo em conta que  $\sigma_t^2$  (variância) e  $\alpha_t$  (rendibilidade esperada de mercado) são variáveis não observáveis, devem ser estimadas. Posto isto, Merton (1980) assumiu que, para um  $\delta$  satisfatoriamente pequeno, existe um tempo de intervalo finito,  $h$ , onde a  $\text{Prob} \{ |\sigma_s^2 - \overline{\sigma_t^2}| > \delta | s \in (t, t+h) \}$  será aproximadamente zero, e  $\overline{\sigma_t^2} = \left[ \int_t^{t+h} \sigma_s^2 ds \right] / h$ . Assim, a variância pode ser tratada como uma constante para intervalos de tempo finito de dimensão  $h$ , com  $h > dt$ . De uma forma similar, a taxa de juro sem risco é também tratada como constante para o mesmo intervalo. Por outro lado, a rendibilidade esperada de ativos requer um maior cuidado, na medida em que existem múltiplas fontes de erro que influenciam a sua estimação, dando lugar ao risco de estimação na seleção de carteiras (Bawa *et al.*, 1979). Ou seja, pequenas variações na sua estimação podem originar uma reformulação da carteira com ativos distintos e uma relação de grande rotatividade de ativos ao longo dos períodos (Ceria e Stubbs, 2006). Não obstante, há forma de contornar estes erros de estimação através da construção de carteiras de variância mínima, que minimizam o risco independentemente da rendibilidade esperada (Demiguel, Garlappi e Uppal, 2009). Para Merton (1980), a rendibilidade esperada de mercado,  $\alpha_t$ , é tratada como relativamente constante para intervalos de tempo de dimensão  $h$ , onde a variação da rendibilidade esperada de mercado é semelhante às variações nos parâmetros  $\sigma_t^2$  e  $r_t$ , contudo menor que a variação nas rendibilidades de mercado observadas. Sem qualquer perda de informação, o intervalo entre as observações pode ser igual ao intervalo  $h$  e, nesse caso, todas as variáveis são expressas em unidades do intervalo de observação escolhido. Ou seja,  $t$ ,

onde  $t = 1, \dots, N$ , refere-se ao subperíodo de dimensão  $h$  dentro de um particular período  $T$ .

Dada uma série temporal de estimativas para  $\sigma_t$ , o procedimento de estimação sugerido por Merton (1980) é a regressão dos mínimos quadrados, contudo não pode ser considerado um  $Y_j$  negativo, pelo que deve ser introduzida uma restrição de não-negatividade para o rácio de recompensa, que se apresenta como uma função de distribuição normal truncada para o intervalo de variação  $[0, b]$ .

Na investigação exploratória de Merton (1980), as principais conclusões foram a a necessidade de inclusão de uma restrição de não-negatividade do prémio de risco na especificação do modelo permitindo que os rácios de recompensa pelo risco apresentassem valores positivos dentro do intervalo de variação  $[0, b]$ , e a correção da heteroscedasticidade para os estimadores com séries temporais de rendibilidades observadas. Por outro lado, é apontado como principal limitação o enviesamento dos erros na estimação da variância através de ferramentas de cálculo simples, tendo sido corroborado por Corrado e Miller (2006), que demonstraram que o prémio de risco esperado e o prémio de risco histórico apenas estão positivamente relacionados quando o risco é medido pela volatilidade implícita de uma opção.

#### II.4. Estudos empíricos

O prémio de risco é um elemento chave para qualquer avaliação, uma vez que retrata o comportamento dos investidores quanto ao nível de risco de uma economia ou mercado ou quanto ao preço a atribuir a este risco.

São inúmeros os estudos focados nesta temática, tendo como ponto de partida a mensuração das rendibilidades históricas de mercado. Ibbotson e Sinquefield (1976) são

porventura os pioneiros na determinação do prémio de risco futuro, a partir de uma série longa de rendibilidades históricas do índice S&P 500. Os autores contabilizaram um prémio de risco histórico anual de 6,10% (média geométrica) para os EUA com dados de 1926 a 1974 e, desde então, o livro anual *Sticks, Bonds, Bills and Inflation*, publicado por Ibbotson & Associates, tornou-se a maior fonte de pesquisa para muitos analistas financeiros. Mais tarde, Schwert (1990) estendeu essa informação, recuando até 1908, mais de um século de informação histórica. Em 2016, foi apresentada uma análise mais completa do S&P 500 por Ibbotson e Sinquefeld (2016), desde 1926 a 2015, o que levou a um prémio de risco histórico de 6,90% calculado com base na média aritmética. É importante referir que os autores consideram existir um comportamento estacionário com relação ao prémio de risco, ou seja, o que se verificou no passado é representativo do que se possa vir a averiguar no futuro. Contudo, este pressuposto é contrário à ideia de Booth (1999), que defende a existência de instabilidade no prémio de risco.

O prémio de mercado é afirmado como um *puzzle* por Mehra e Prescott (1985), motivado em parte pela evidência histórica das rendibilidades das ações americanas face à taxa de juro sem risco. Em 2003, Mehra (2003) argumentou que os prémios de risco históricos eram demasiado elevados comparativamente aos previstos pelos modelos económicos. Exemplificando, a média anual ex-post do prémio de risco de mercado foi estimada em 6,90% para o período de 1889 e 2000 nos EUA, uma ordem de grandeza que só poderia ser explicada por uma aversão ao risco alta. No mesmo ano, Mehra e Prescott (2003) concluíram que o prémio de risco não deveria estar acima de 1,00%, em média, o que contraria os resultados obtidos na análise de Mehra. Também Kocherlakota (1996) se havia questionado acerca do *Puzzle* do prémio de risco, paradoxo entre a aversão ao risco esperada pelos investidores racionais consoante os

modelos económicos e os prémios de mercado históricos. Para o economista, as ações não são suficientemente mais arriscadas do que as obrigações para explicar o *spread* nas suas rendibilidades. Devido a tanta contraposição, existe um extenso aglomerado de trabalhos científicos que tentam encontrar uma solução para o paradoxo, como Constantinides, Donaldson e Mehra (2002) e McGrattan e Prescott (2005), introduzindo imperfeições de mercado, como custos de transação, restrições de crédito ou mesmo impostos, mas que não resolvem totalmente as anomalias apresentadas. De outro ponto de vista, Bamberg e Heiden (2015) consideram que não existe puzzle do prémio de risco, embora não pareça a visão mais aceite. Inclusive, Damodaran (2016) argumenta que explicar um prémio histórico de 4,00% em 2011 é mais fácil do que explicar um prémio histórico de 6,00% em 1999, o que o torna menos de um *puzzle*.

Numa perspetiva histórica, Dimson, Marsh e Staunton (2003) determinaram o prémio de risco com base em 16 países para um período de 103 anos (1900 a 2002), obtendo uma média geométrica de 3,8% relativa a obrigações. Na primeira metade do século XX, 14 dos 16 países apresentaram prémios médios mais baixos quando comparados aos valores obtidos para a segunda metade, com a Austrália e o Sul de África como as únicas exceções. Estimaram um prémio de risco de 6,30% (média aritmética) para os Estados Unidos e de aproximadamente 5,00% para os maiores mercados do mundo. Dimson, Marsh e Staunton (2016) ampliaram o período em análise, agora de 1900 a 2015, detetando um prémio de risco histórico anual para os EUA de 4,30%, se considerarmos obrigações do tesouro.

Igualmente, Constantinides (2002) analisou o prémio de risco americano ao longo de mais de 100 anos, utilizando como proxy as rendibilidades do S&P 500 Composite. Para o período de 1951 a 2000, obteve um prémio de 8,70%, mas se considerarmos o

intervalo entre 1926 e 2000, esta percentagem sobe para 9,30%. Ao que tudo indica, o valor do prémio de risco parece ser sensível ao período utilizado para o seu cálculo.

Goedhart, Koller e Wessels (2015) também analisaram o prémio de risco com base no S&P 500, desde 1900 a 2014, observando que é improvável que haja um comportamento futuro nas rendibilidades idêntico ao passado e, por esta razão, deve haver um ajustamento neste prémio, subtraindo 0,80% ao valor histórico.

De outro ponto de vista, Donadelli e Proserpi (2011) utilizaram uma base de dados de 32 países, 13 desenvolvidos e 19 emergentes, entre 1988 e 2010, concluindo que os mercados emergentes possuem prémios de risco históricos e volatilidades mais elevadas do que os mercados desenvolvidos. A Tabela 1 apresenta o prémio de risco histórico mensal determinado pelos autores, para cada região.

Entre as análises efectuadas para Portugal, Alpalhão e Alves (2005) exploraram o período de 1938 a 2001, o que resultou num prémio de risco médio de 9,90% pela média aritmética (3,61% pela média geométrica). Para o subperíodo de 1993 a 2001, obtiveram um prémio médio de 12,24% (média aritmética) e 8,43% (média geométrica).

**Tabela 1. Prémio de risco histórico mensal por região.**

<b>Região</b>	<b>Prémio de Risco</b>	<b>Desvio-padrão</b>
<b>Mercados desenvolvidos</b>	0,62%	4,91%
<b>Ásia</b>	0,97%	7,56%
<b>América Latina</b>	2,07%	8,18%
<b>Europa</b>	2,40%	15,66%
<b>África</b>	1,41%	6,03%

Fonte: Damodaran (2015)

Numa dissertação de mestrado, Ana Fernandes (2013) também estudou o prémio de risco histórico médio português, abrangendo o período entre 1998 e 2012, o que lhe

levou a um prémio de 1,52% através da média aritmética e -0,30%, através da geométrica.

Apesar de todas estas análises, a verdade é que ainda predominam incertezas no que alude à análise ex-post. Na sequência de limitações decorrentes da sua aplicação prática, surgiram várias alternativas como o prémio de risco implícito, ou análise ex-ante, através de uma vasta gama de estudos que têm por base o modelo de crescimento de dividendos de Gordon (1962) e o modelo do retorno anormal (*Residual Income Model*), desenvolvido por Edwards e Bell (1961) e aprimorado por Ohlson (1995).

Jagannathan, McGrattan e Scherbina (2000) utilizaram uma variante do modelo de Gordon (1962), incluindo a taxa de obrigações, taxa de dividendos e taxa de crescimento de dividendos, que nesta formulação pode mudar a qualquer instante. Sugeriram uma média de 6,80% para o prémio de risco dos EUA, de 1926 a 1970 e, a partir daí, o prémio teve uma média de 0,70%, documentando a nítida tendência de decréscimo do prémio de risco no mercado americano, possivelmente consequência da progressiva redução de imperfeições do mercado.

Harris e Marston (2001) assumiram que a taxa de crescimento dos dividendos deveria corresponder às expectativas do investidor, o que originou uma estimativa do prémio de risco na ordem dos 7,14% para o período de 1982 a 1998, tendo por base o índice S&P 500. Os autores mostram que o prémio de longo prazo varia constantemente, sendo grande parte desta dinâmica explicada pela disponibilidade imediata de proxies prospetivas para o risco, como o *spread* de taxas de juro, o índice de confiança do consumidor reportado pelo *Conference Board*, o grau de discrepância entre previsões de analistas financeiros ou a volatilidade implícita emitida pelos preços

de opções. Com a média obtida, a verdade é que esta análise acaba por se juntar ao *equity premium puzzle*.

Este não é o caso do estudo de Fama e French (2002), que continuam a inferir o prémio de risco implícito utilizando dividendos e taxas de crescimento dos lucros, conforme estipulado pelo modelo de Gordon. O prémio de risco médio derivado pelo modelo de crescimento de dividendos, entre 1951 e 2000, foi de 2,55% por ano, quase três vezes menor que a média histórica de 7,43%, que por sua vez se encontra mais próxima do resultado obtido pelo modelo de crescimento dos lucros, 4,32%. Para o período de 1872 a 2000, obtiveram um prémio anual de 3,54%, quase 60% inferior à média histórica, de 5,57% por ano. Estas diferenças entre a estimativa ex-ante e a histórica devem-se à grande quantidade de ganhos inesperados na análise ex-post que levou a que as rendibilidades observadas fossem superiores às rendibilidades incluídas no modelo. Tal como Campbell (1991) e Cochrane (1994), Fama e French (2002) observaram que as taxas de crescimento dos dividendos e dos lucros para o período 1950-2000 eram muito imprevisíveis, pelo que a média histórica é a melhor estimativa para o futuro se o rácio dividendo-preço for estacionário. Ora, num ambiente estacionário, é esperado que ambos os modelos ex-ante e ex-post convirjam no longo prazo, mas num ambiente não estacionário o resultado pode ser diferente. Não obstante, concluíram que as estimativas segundo o modelo de Gordon são mais precisas, uma vez que apresentam menor desvio-padrão.

Vivian (2005) replicou o estudo de Fama e French para o Reino Unido, obtendo resultados similares, uma vez que a taxa de crescimento dos dividendos decresceu na última parte do século XX (1951-2002). Mais precisamente, o prémio de risco pelo

modelo de crescimento dos dividendos rondou os 4,60%, ao contrário do prémio de risco histórico, de 7,79%.

Para Portugal, Neves (2002) analisou a década de 90 pelo modelo de atualização de dividendos com crescimento constante, estimando um prémio de risco implícito, de 1997 a 2000, entre 5,30% e 7,30%. Os seus resultados apontam também para que a estimativa ex-ante seja inferior à ex-post, embora não haja grandes divergências nos valores obtidos.

Também Alpalhão e Alves (2005) averiguaram qual o prémio de risco português implícito para o período de 1993 a 2001, pelo que chegaram a um valor de 1,41%, mas com prémios teóricos negativos para alguns anos.

Igualmente baseado no modelo de Gordon, Campbell (2008) considerou mais razoável colocar uma ponderação maior nas médias de longo prazo (75%) do que nos dados recentes (25%), calculando um prémio de risco implícito no final de março de 2007 pela média geométrica, de 3,90% para o mundo, 4,10% para os EUA e 3,60% para o Canadá.

Ainda, Damodaran (2016) faz referência à estimativa prospetiva do prémio de risco através do modelo de Gordon. O autor argumenta que, se assumirmos que a taxa de crescimento esperada para os dividendos equivale à taxa de juro sem risco no longo prazo, então o *dividend yield* será uma medida do prémio de risco (Rozeff, 1984). Esta abordagem também pode ser analisada sob a ótica de lucros e, neste caso, a taxa de crescimento esperada seria uma função do *payout ratio* e do *return on equity* (ROE). Se assumirmos que o ROE é igual à rendibilidade exigida do ativo (custo do capital próprio), ou seja, que o ativo não gera retornos excedentes, então a rendibilidade exigida

do ativo é igual ao quociente entre os lucros esperados e o valor do ativo. Conforme o estudo de Damodaran, o prémio médio implícito, entre 1960 e 2015, foi de 4,11%.

Sob a perspetiva de mitigar problemas associados ao modelo de crescimento dos dividendos, Claus e Thomas (2001) recorreram ao modelo de lucro residual (*Abnormal Earnings Model*) e obtiveram um prémio americano de 3,39%, para o intervalo de 1985 a 1998.

Outra forma de estimar o prémio de risco, como vimos, é através do *survey*, onde investidores e gestores são convidados a avaliar o prémio de risco para o futuro. Conforme defende Damodaran (2016), “*se o prémio de risco é o que os investidores exigem para investir em ativos de risco hoje, a maneira mais lógica para estimá-lo é questionar esses investidores o que exigem como rendibilidades esperadas*”.

Welch (2000) questionou 226 economistas acerca da magnitude do prémio de risco. Para um horizonte de dez anos, as previsões apontam para um prémio médio anual de cerca de 7,00% e, para horizontes de um a cinco anos, a média é de 6,00% a 7,00%. Tal como outras estimativas, há uma ampla variação, que vai desde 2,00% para os pessimistas até aos 13,00% para os otimistas. Curiosamente, os economistas acreditam que as suas estimativas estão acima daquilo que é o consenso e tentam ajustar os prémios para baixo por forma a refletir essa visão. Na sua pesquisa de 2001, questionou 510 professores de finanças e economia, obtendo um prémio de 5% a 5,50%, relativo à estimativa aritmética para 30 anos. Em 2008, reportou um prémio de risco de mercado pela média geométrica de cerca de 5% no final de 2007. Esta estimativa foi obtida com cerca de 400 respostas, para um horizonte de um a trinta anos.

Em outra instância, Graham e Harvey têm vindo a conduzir questionários anuais a diretores financeiros dos EUA, com o objetivo de estimar o que os mesmos consideram

um prémio de risco razoável para os próximos dez anos. No seu questionário de 2015, indicaram um prémio médio de 4,51%. Os autores verificaram que as expectativas a um ano são mais voláteis que as expectativas a 10 anos, concluindo que o prémio de risco a 10 anos é mais importante e apropriado quando se tomam decisões financeiras (Graham e Harvey, 2002).

Em relação à análise de Fernandez *et al.* (2016), foi conduzido um questionário extensivo de analistas e académicos de 71 países, obtendo estimativas de prémio na ordem dos 5,30% para os EUA e 5,90% para Singapura. Em 2014, Fernandez *et al.* utilizaram questionários para 88 países, sendo que nos EUA a média foi de 5,40% e em Singapura, de 5,70%.

Em síntese, o prémio de risco de mercado é uma ferramenta essencial na tomada de decisão de qualquer investidor, pois representa a remuneração adicional por contrair risco. Quando falamos em prémio de risco, podemos referir-nos a quatro conceitos, designadamente prémio exigido, prémio histórico, prémio esperado e prémio implícito. A verdade é que não existe um consenso quanto ao seu cálculo, podendo então ser determinado a partir de dados históricos (abordagem ex-post) ou com base em prospetivas (abordagem ex-ante).

Aqui, o prémio será determinado pelo modelo de Merton (1980), que se incorpora na abordagem ex-post, mas que será de grande relevância por incorporar uma restrição de não negatividade no rácio de recompensa pelo risco.

---

## **CAPÍTULO III. Metodologia e dados**

---

### III. Metodologia e dados

O presente capítulo versa sobre a estimação do prémio de risco para os mercados europeu, americano e asiático, através do modelo de Merton (1980), numa análise ex-post.

#### III.1. Metodologia

Merton (1980) propôs a especificação geral abaixo indicada para o prémio de risco de equilíbrio com o pressuposto de que a variância das rendibilidades do mercado é uma boa medida estatística do risco:

$$\alpha - r = Yg(\sigma^2) \quad (3.1.1)$$

onde:

$\alpha$ : Rendibilidade esperada de mercado;

$r$ : Taxa de juro sem risco;

$Y$ : Rácio de recompensa pelo risco, com interpretação variável de acordo com a especificação particular da função  $g$ ;

$g$ : Função de  $\sigma^2$ , com  $g(0) = 0$  e  $dg/d\sigma^2 > 0$ ; e

$\sigma^2$ : Variância da rendibilidade de mercado.

A partir da especificação geral, o autor desenvolveu três modelos, como já referido anteriormente, que determinam o prémio de risco instantâneo e assumem diferentes preferências agregadas de risco.

Modelo I: Preferências agregadas de risco constantes

$$\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2 \quad (3.1.2)$$

Modelo II: Preço de mercado do risco constante

$$\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t \quad (3.1.3)$$

Modelo III: Prémio de risco de mercado esperado constante

$$\alpha_t - r_t = Y_3$$

(3.1.4)

onde:

$\alpha_t$ : Rendibilidade instantânea esperada do mercado, no momento  $t$ ;

$r_t$ : Taxa de juro sem risco instantânea, no momento  $t$ ;

$\sigma_t^2$ : Variância instantânea da rendibilidade do mercado, no período  $t$ ;

$\sigma_t$ : Desvio-padrão instantâneo da rendibilidade do mercado, no período  $t$ ;

$Y_1$ : Função utilidade constante da aversão ao risco relativa, representativa dos investidores;

$Y_2$ : Preço de mercado do risco; e

$Y_3$ : Prémio de risco de mercado.

Com base em séries temporais de estimativas para  $\sigma_t$ , o procedimento de estimação sugerido é a regressão dos mínimos quadrados. Assim, dadas  $N$  observações dentro do período de tempo  $T$  para o qual  $Y_j$  é constante, as estimativas pelos mínimos quadrados para  $Y_j$ , ou seja  $\hat{Y}_j$ , com  $j = 1,2,3$  são obtidas conforme as equações descritas.

Modelo I:

$$\hat{Y}_1 = [\sum_1^N X_t] / [\sum_1^N \sigma_t^2] + 0,5$$

(3.1.5)

Modelo II:

$$\hat{Y}_2 = \{\sum_1^N [X_t / \sigma_t] + 0,5 \sum_1^N \sigma_t\} / N$$

(3.1.6)

Modelo III:

$$\hat{Y}_3 = \{\sum_1^N [X_t / \sigma_t^2] + 0,5N\} / \sum_1^T [1 / \sigma_t^2]$$

(3.1.7)

onde:

$X_t \equiv \ln[R_{M,t} / R_t]$  representa o excesso de rendibilidade instantânea;

$R_{M,t} \equiv M_{t+h}/M_t$  representa a rendibilidade da carteira de mercado entre  $t$  e  $t+h$ , assumindo uma distribuição lognormal para  $R_{M,t}$ ; e

$R_t \equiv \exp\left[\int_t^{t+h} r_t ds\right]$  representa a rendibilidade do ativo sem risco entre  $t$  e  $t+h$ .

Para a estimação dos rácios de recompensa, o intervalo  $h$ , no qual se assume que a taxa de variação no mercado pode ser tratada como constante, será de um mês, à semelhança da escolha de Merton, que foi influenciada pela disponibilidade de dados. Por outro lado, torna-se uma escolha razoável por ser um período suficientemente pequeno, onde a variação na variância do mercado é muito menor que a variação nas rendibilidades observadas. A taxa de juro sem risco será, também, considerada como constante durante este intervalo. Posto isto, as rendibilidades a trabalhar serão mensais tanto para os índices Nasdaq Eurozone Total Return (TR), S&P 500 TR e DJ Singapore Total Stock Market TR como para os índices de Obrigações do Tesouro a 10 anos, desde 2002 a 2015.

Outra condição necessária é determinar o valor de  $T$ , que deverá ser significativamente maior que o parâmetro  $h$ . Não existindo razões que levem à escolha de um período específico onde o rácio de recompensa pelo risco seja assumido como constante, estimar-se-á os modelos assumindo diferentes valores para  $T$ . Ou seja, será considerada a estabilidade do rácio para a totalidade de amostra, em dois intervalos de sete anos, em um período de seis e o outro de oito anos, um período de dois e os restantes de quatro anos, de dois em dois anos e intervalos anuais. Já na análise de Merton (1980), relativa às rendibilidades mensais do índice *New York Exchange* (NYSE), o  $T$  variou de 1 a 52 anos (entre 1926 e 1978).

Outro ponto será averiguar a relevância de uma restrição de não-negatividade através de estimativas de  $\bar{Y}_j$  para os mesmos períodos  $T$  em que  $\hat{Y}_j$  foi estimado. Ora, se é verdade que as taxas de rendibilidade do mercado podem ser negativas, então  $\hat{Y}_j$

poderia também ser negativo para um particular período de tempo. No entanto, não é isto que se constata, uma vez que  $Y_j$  deve ser positivo e, portanto, uma descrição completa precisa incluir a condição de que  $Y_j > 0$ . Através do Teorema de Bayes, conseguimos incorporar esta restrição para o rácio de recompensa pelo risco, obtendo a distribuição do tipo  $F[Y_j|\hat{Y}_j, \Omega_j^2; b]$ ,  $j = 1,2,3$ , para  $Y_j$ , que se apresenta como uma função de distribuição normal truncada para o intervalo  $[0, b]$ , com parâmetros específicos  $\hat{Y}_j$  e  $1/\Omega_j^2$ .

$$F[Y_j|\hat{Y}_j, \Omega_j^2, b] = \Omega_j \exp\left[-\Omega_j^2(Y_j - \lambda_j)^2/2\right] / \{\sqrt{2\pi}[\Phi(p_j) - \phi(\eta_j)]\} \quad (3.1.8)$$

onde:

$$0 \leq Y_j \leq b;$$

$\Phi$  – Função densidade normal acumulada;

$$\lambda_j \equiv \hat{Y}_j, j = 1,2,3;$$

$$\Omega_j^2 \equiv \sum_1^N [\sigma_t]^{4-2j};$$

$$p_j \equiv \Omega_j(b - \lambda_j); e$$

$$\eta_j \equiv -\lambda_j \Omega_j = -\hat{Y}_j \Omega_j.$$

Nesta sequência, o estimador correto de  $Y_j$  na estimação do prémio de risco esperado de mercado,  $\bar{Y}_j = E[Y_j|\hat{Y}_j, \Omega_j^2; b]$ ,  $j = 1,2,3$  é:

$$\bar{Y}_j = \hat{Y}_j + e^{-\frac{1}{2}\eta_j^2} \{1 - \exp[-b\Omega_j^2(\bar{y}_j - \hat{Y}_j)]\} / \{\sqrt{2\pi}\Omega_j[\Phi(p_j) - \phi(\eta_j)]\} \quad (3.1.9)$$

onde:

$$\bar{y}_j \equiv b/2; e$$

$\bar{Y}_j$  – Estimativa com base na função distribuição, truncada no intervalo  $[0, b]$ .

Na ausência de outra informação, uma escolha razoável será definir o limite superior da função de distribuição normal a tender para infinito, isto é,  $b = \infty$ . Nesse caso, a função para  $Y_j$  é reescrita como:

$$F[Y_j | \bar{Y}_j, \Omega_j^2, \infty] = \Omega_j \exp \left[ -\Omega_j^2 (Y_j - \lambda_j)^2 / 2 \right] / \{ \sqrt{2\pi} [1 - \Phi(\eta_j)] \},$$

(3.1.10)

com  $0 \leq Y_j \leq \infty$

Da equação (3.1.9), o limite aplicado a  $\bar{Y}_j$ , pode ser representado pela equação descrita.

$$\bar{Y}_j = \hat{Y}_j + \exp[-\eta_j^2 / 2] / \{ \sqrt{2\pi} \Omega_j [1 - \Phi(\eta_j)] \}$$

(3.1.11)

A variância utilizada na estimação dos rácios é enunciada pela soma dos quadrados de rendibilidades logarítmicas instantâneas diárias ( $\alpha_k$ ), uma vez que se obtêm valores com maior precisão. Será expressa em períodos mensais  $t$ , tendo por base  $M$  observações diárias da rendibilidade instantânea ( $k$ ).

$$\hat{\sigma}_t^2 = \sum_{k=1}^M (\alpha_k - \bar{\alpha})^2$$

(3.1.12)

Porém, e porque estamos perante observações diárias, deverão ser feitos ajustamentos para fins-de-semana e feriados, dividindo as rendibilidades instantâneas diárias pela raiz quadrada do número de dias entre transações. Além disso, é necessário proceder a um acerto para efeitos de não transação, já que é desconhecido o intervalo de tempo preciso entre transações consecutivas. Isto é, se supormos que o preço de fecho desta semana não foi resultado de uma transação às 16H00 e sim de uma última transação às 13H00, e o da semana anterior resultou de uma transação às 16H00, então o intervalo entre preços é de 165 e não 168 horas conforme assumido, o que causará

uma subestimação na variância de 1,79%. No espaço de 6 horas (entre as 10h00 de abertura e as 16h00 de fecho do índice), se ocorrer uma primeira transação às 10h00, o intervalo entre preços é de 5 horas e a magnitude do erro já será de 16,7%. Assim, conclui-se que, para um intervalo maior ou igual a uma semana, geralmente esse erro irá ter um efeito desprezível, mas na presença de observações diárias, pode ter efeitos não desprezíveis. Esses valores são particularmente importantes em carteiras, onde é mais provável que uma quantidade notável de títulos não possua a sua última transação no tempo de fecho. Desde que o preço de fecho seja determinado usando os últimos preços de transação e as ações tendam a ser positivamente correlacionadas, então as variações diárias observadas no índice apresentam uma correlação positiva. No entanto, esta constatação não é real, já que dificilmente o preço de fecho de todas as ações ocorre à mesma hora. Para resolver este problema, Merton propõe o método abaixo indicado, considerando que o efeito de não-transação desaparece após três dias.

$$X_k = \mu\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}\varepsilon_k, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (3.1.13)$$

$$\hat{X}_k = \mu\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}[\delta_0\varepsilon_k + \delta_1\varepsilon_{k-1} + \delta_2\varepsilon_{k-2} + \delta_3\varepsilon_{k-3}] \quad (3.1.14)$$

em que:

$$0 \leq \delta_j \leq 1, j = 0, 1, 2, 3 \text{ e } \delta_0 = 1 - \delta_1 - \delta_2 - \delta_3;$$

$X_k$  – A alteração real diária no valor do índice; e

$\hat{X}_k$  – A mudança observada no valor do índice para o mesmo período temporal.

O procedimento de ajuste advém da divisão das estimativas mensais da variância pela soma dos quadrados de  $\delta_j$ ,  $E(\sigma_t^2) = [\sum_{j=0}^3 \delta_j^2] \times \sigma_t^2$ . Note-se que os parâmetros  $\delta_j$  foram estimados através de procedimentos não lineares na equação:

$$\hat{X}_k = A + B\hat{X}_{k-1} + B^2\hat{X}_{k-2} + B^3\hat{X}_{k-3}$$

(3.1.15)

Da equação (3.1.14) e (3.1.15), temos que:

$$B = [\delta_1 + \delta_1\delta_2 + \delta_2\delta_3]/[1 + \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2]$$

(3.1.16)

$$B^2 = [\delta_2 + \delta_1\delta_3]/[1 + \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2]$$

(3.1.17)

$$B^3 = \delta_3/[1 + \delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_3^2]$$

(3.1.18)

No entanto, este ajuste a efeitos de não transação deixa de ser possível para o mercado americano segundo o pressuposto de Merton (1980), uma vez que se obteve um  $B < 0$ . Isto é, com  $B$  negativo, a solução possível para  $\delta_j$  é também negativa, não sendo uma solução exequível, razão pela qual optou-se por não aplicar esta correção. Não obstante, e comparativamente ao mercado europeu, onde foi feita a correção, a diferença é marginal. Neste sentido, é possível que a diferença entre a variância com ajuste e a variância sem ajuste seja negligenciável.

Devido à falta de informação histórica, e por forma a utilizar o maior número de dados mensais, no seu estudo empírico, Merton criou um estimador de variância com rendibilidades mensais logarítmicas dos seis meses antes e depois do mês em que a variância é calculada, sendo que a rendibilidade do período  $t$  não é tida em consideração para a sua estimação.

$$\sigma_t^2 = \left\{ \sum_{k=1}^6 (\ln[R_{M,t+k}])^2 + \sum_{k=1}^6 (\ln[R_{M,t-k}])^2 \right\} / 12$$

(3.1.19)

O efeito dos dados diários e mensais para o cálculo da variância é evidenciado na Tabela 2, tendo em conta as estimativas com e sem restrição de não-negatividade determinadas por Merton. Entre julho de 1962 e junho de 1978, a restrição de não-negatividade apenas é relevante para o Modelo I, já que existe uma diferença entre  $\bar{Y}_1$  e  $\hat{Y}_1$  de cerca de 25%, no caso de estimar a variância com dados mensais. Pelo contrário, a mesma diferença para os modelos II e III é insignificante. Merton analisou a mesma situação, mas agora para o período entre julho de 1926 e junho de 1978, com  $T = 52$  anos, concluindo que a diferença percentual entre  $\bar{Y}_j$  e  $\hat{Y}_j$  é insignificante com séries de dados longas, porém não é desprezível ao assumir intervalos pequenos nos quais  $Y_j$  é constante.

Por último, e para compreender a necessidade de incluir a restrição de não-negatividade, as estimativas de  $\bar{Y}_j$  e  $\hat{Y}_j$  para o período de 1962 a 1978 foram comparadas com as obtidas para o período de 1965 a 1978. Vemos, então, que a diferença percentual elevada entre os períodos ilustra a dificuldade em estimar com precisão os parâmetros e sublinha a importância de usar séries temporais longas. Contudo, mesmo com um amplo histórico, pode não ser razoável presumir que os parâmetros a estimar foram estacionários durante todo esse período, pelo que a restrição deve ser incorporada no modelo. Quando  $T$  é reduzido, a restrição de não-negatividade torna-se ainda mais importante para obtenção de estimativas mais precisas de  $\bar{Y}_j$ , já que há maior probabilidade de detetar prémios de risco de mercado negativos.

**Tabela 2. Efeito dos dados diários e mensais para o cálculo da variância nos diferentes modelos com e sem restrição de não-negatividade, entre julho de 1962 e junho de 1978.**

	Dados mensais		Dados diários	
	$\widehat{Y}_j$	$\overline{Y}_j$	$\widehat{Y}_j$	$\overline{Y}_j$
<b>Modelo I</b>	1,5914	2,118	0,3733	1,5181
<b>Diferença percentual</b>	24,86%		75,41%	
<b>Modelo II</b>	0,1123	0,1214	0,1804	0,1818
<b>Diferença percentual</b>	7,50%		0,77%	
<b>Modelo III</b>	0,0052	0,0053	0,0082	0,0083
<b>Diferença percentual</b>	1,89%		1,20%	

Fonte: Merton (1980)

A Tabela 3 evidencia os valores médios do excesso de rendibilidade do mercado, as rendibilidades mensais observadas e bilhetes do tesouro para cada uma das estimativas de Merton, de julho de 1926 a 1978. Note-se que, ao comparar o prémio de risco dado pelos três modelos com o prémio de risco naïve, existe uma inconsistência para efeitos de comparabilidade, pois os modelos de Merton assumem rendibilidades contínuas, que por sua vez produzem estimativas de prémios instantâneos. Na tabela, o prémio de risco histórico é calculado de forma discreta, pois eliminar esta inconsistência seria obter um prémio histórico através de rendibilidades mensais instantâneas e, portanto, inferior ao valor apresentado. Apesar das disparidades verificadas, é improvável que qualquer um dos modelos seja rejeitado pelos dados de rendibilidade observada, uma vez que as rendibilidades observadas são séries com demasiado ruído para detetar dissemelhanças entre os modelos de rendibilidade esperada.

**Tabela 3. O excesso de rendibilidade do mercado e rendibilidades mensais observadas e taxa juro sem risco para cada uma das estimativas de Merton, de julho de 1926 a 1978.**

	Média anual	Mensal			
		Média	Desv.Pad.	Máx.	Mín.
<b>Modelo I:</b> $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$	8,278%	0,665%	1,032%	7,161%	0,048%
<b>Modelo II:</b> $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$	12,042%	0,520%	0,570%	3,628%	0,297%
<b>Modelo III:</b> $\alpha_t - r_t = Y_3$	10,362%	0,825%	-	-	-
<b>Bilhetes do Tesouro:</b> $r_t$	2,513%	0,207%	0,184%	0,810%	-0,240%
<b>Exc. rendibilidade NYSE:</b> $R_{M,t}/[1 + r_t] - 1$	8,150%	0,655%	5,881%	38,408%	-29,137%

Fonte: Merton (1980)

### III.2. Dados

Nesta etapa, foram recolhidos todos os dados necessários à estimação dos rácio de recompensa pelo risco de Merton (1980), apresentados no Capítulo III.1.

Como *proxy* do mercado de ações da Zona Euro, foi selecionado o índice Nasdaq Eurozone Total Return (TR), uma vez que é um índice de valor ponderado. Isto é, diariamente existem variações no preço de uma ação individual que se refletem no valor do índice, sendo este impacto proporcional ao valor de mercado da empresa. É um índice *free float*, termo utilizado para se referir ao número de ações de livre negociação no mercado. Cada título precisa ter um *free float* de pelo menos 20% para ser incluído, excluindo-se as que estão detidas por acionistas com mais de 5% do capital total da empresa, as pertencentes a controladores ou as da tesouraria. É, ainda, acrescido ao valor do índice de preços o reinvestimento dos dividendos e outros benefícios distribuídos pelas empresas, na data em que a ação começa a ser negociada já com esse benefício descontado do seu valor. Com isto, as cotações diárias do Nasdaq Eurozone Total Return, cedidas pela base de dados *Quandl*, permitem determinar a renbilidade do mercado de ações da zona euro. A taxa de juro sem risco é representada pelas obrigações do Estado com maturidade a 10 anos, na união monetária europeia, cuja cotação diária se pode consultar no *Barclays Bank*. Este índice de obrigações é projetado para representar os principais emissores da área do euro, como França.

Alemanha, Itália, Holanda e Espanha. A taxa de cupão deverá ser fixa e são excluídas obrigações de cupão zero. Além disso, as obrigações elegíveis devem ter prazo entre 9,75 e 10,25 anos e uma vida calculada de 7 anos ou mais na data de reequilíbrio, bem como um montante mínimo em circulação de dois biliões. O *rating* mínimo da moeda local a longo prazo para inclusão no índice é Baa3/BBB ou superior.

Para o mercado norte-americano, foi selecionado o índice S&P 500 Total Return, exatamente com as mesmas características que o índice anterior. Isto é, é um índice de valor ponderado, já que utiliza a proporção real do ativo no mercado, é *free float* por incorporar ações de livre circulação no mercado e de retorno total, pois considera o reinvestimento dos dividendos e outros benefícios. A opção por este índice deve-se ao facto de ser amplamente considerado como o melhor indicador de ações de grande capitalização. Este inclui as 500 maiores empresas dos EUA, cobrindo cerca de 80% deste mercado. Neste sentido, as suas cotações diárias, cedidas pela base de dados *Yahoo Finance*, permitem determinar a renibilidade do mercado de ações dos EUA. A taxa de juro sem risco é representada pelas obrigações do tesouro dos EUA com maturidade a 10 anos, cuja cotação diária se pode consultar no *Barclays Bank*. A taxa de cupão deverá ser fixa e são excluídas obrigações de cupão zero. Além disso, as obrigações elegíveis devem ter prazo entre 9 e 10,5 anos e uma vida calculada de 7 anos ou mais na data de reequilíbrio, bem como um montante mínimo em circulação de cinco biliões. O peso máximo de cada título no índice é de 30% pelo que, se for determinado um peso maior, apenas será considerada a 30%.

Por último, o mercado da Ásia-Pacífico foi representado pelo índice Dow Jones Singapore Total Stock Market Total Return, uma vez mais com características idênticas aos anteriores. Esta base de dados encontra-se disponível no *Google Finance*, contudo

apenas detém informação desde dezembro de 2006. A *proxy* da taxa de juro sem risco é dada pela média das taxas de obrigações do governo a dez anos. Estes dados encontram-se disponíveis no *site* da Autoridade Monetária de Singapura (*Monetary Authority of Singapore*).

Merton (1980) desenvolveu três modelos mutuamente exclusivos que estimam o prémio de risco instantâneo e que assumem diferentes preferências agregadas ao risco. O modelo I defende que as preferências agregadas ao risco se mantêm relativamente estáveis para períodos de tempo consideráveis enquanto que para os modelos II e III, o que se mantém estável é o preço de mercado ou o prémio de risco, respetivamente. De acordo com a teoria financeira, não é racional estimar prémios de risco negativos para o futuro, porque assim os investidos estariam dispostos a pagar para assumir risco. Por isso, o autor introduz uma restrição de não negatividade no seu modelo, que terá maior influência nos anos em que os resultados se mostrarem desfavoráveis.

Este modelo será, então, aplicado a três blocos económicos, designadamente a Zona Euro, EUA e Ásia-Pacífico, tendo como *proxy* do mercado de ações os índices Nasdaq Eurozone Total Return, S&P 500 Total Return e Dow Jones Singapore Total Stock Market Total Return. São, pois, índices de retorno total, que consideram o reinvestimento dos dividendos e outros benefícios. Para o mercado de obrigações, torna-se importante seleccionar um índice que abarque títulos de maturidade a 10 anos.

---

## **CAPÍTULO IV. Estudio empírico**

---

## **IV. Estudo empírico**

### **IV.1. Objetivo do estudo empírico**

Esta dissertação tem como objetivo estimar o prémio de risco histórico através do modelo de Merton (1980). Pretende-se, com isto, avaliar a importância de um período temporal significativo na estimativa do prémio de risco, verificar a necessidade de incorporar uma restrição de não negatividade no rácio de recompensa pelo risco, analisar a variância e prémios de risco para cada mercado e interligar os resultados obtidos, procurando semelhanças e dissemelhanças entre os respetivos blocos económicos.

A escolha pelos mercados foi motivada pela escassez de estudos nestes locais que aplicam este modelo, o que se revela um estudo útil na temática do prémio de risco de mercado. Do mesmo modo, o período analisado abrange o cenário de crise financeira, o que permite analisar o impacto no prémio de risco e fazer uma repartição em subperíodos por forma a isolar o efeito da crise. Isto permitirá compreender pormenorizadamente como se comportam os investidores quando se deparam com uma conjuntura desfavorável, comparando os resultados com aquilo que foi a média histórica.

### **IV.2. Hipóteses de investigação**

Nesta etapa, questiona-se a estabilidade do prémio de risco de mercado e qual a sua melhor estimativa no futuro. Com efeito, o estudo empírico é realizado por forma a dar resposta aos seguintes pontos:

1. Tendência do prémio de risco entre 2002 e 2015;
2. Importância da restrição de não negatividade no modelo de Merton (1980);

3. Melhor estimativa do prémio de risco de mercado para o futuro.

### IV.3. Análise dos resultados

#### IV.3.1. Zona Euro

O modelo de Merton (1980) foi aplicado à Zona Euro, com utilização de dados históricos desde 2002 a 2015.

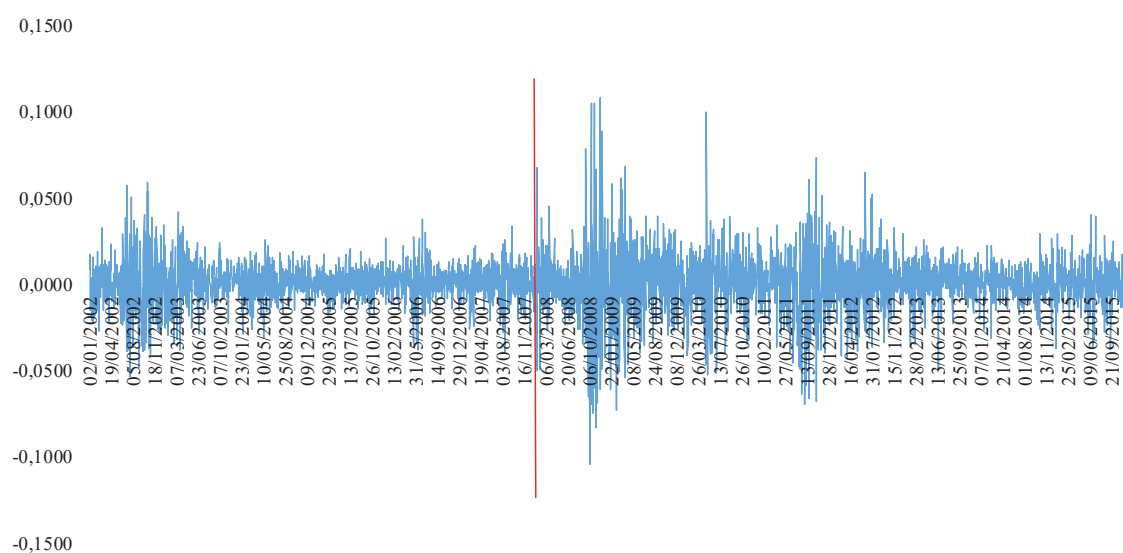
O intervalo entre observações,  $h$ , no qual a variância do mercado e a taxa de juro sem risco são constantes, é de 1 mês, tal como preconizado por Merton (1980).

Outro ponto a ter em conta é a dimensão  $T$ , para a qual o rácio de recompensa pelo risco,  $Y_j$ , é entendido como estável. Esta deverá ser superior a  $h$ , por isso assumiu-se a estabilidade dos rácios na totalidade dos 14 anos, em dois intervalos de 7 anos, em um de 6 e outro de 8 anos, em um período de 2 anos e os restantes de 4, de dois em dois anos e períodos anuais. A opção por um período de 6 anos (2002 a 2007) e um de 8 anos (2008 a 2015) resulta da crise financeira vivida nos EUA e Europa em 2008 e considerada a pior desde a Grande Depressão de 1929, cujo ápice ocorreu no dia 15 de setembro, quando o banco Lehman Brothers, o quarto maior dos Estados Unidos, declarou falência. A subdivisão em um período de 2 anos (2002 e 2003) justifica-se pela introdução da moeda euro em janeiro de 2002 e os restantes períodos de 4 anos (2004-2007, 2008-2011, 2012-2015) para, uma vez mais, captar o efeito isolado da crise. Para uma melhor compreensão, a Figura 1 clarifica o comportamento das rendibilidades diárias do Nasdaq Eurozone TR, onde o intervalo 2008-2015 apresenta a maior volatilidade.

Na falta de outra informação, será razoável atribuir um limite  $b = \infty$  para a restrição de não negatividade no modelo. Além disso, não sendo este trabalho focado no tema da

variância de mercado, à semelhança de Merton (1980), optou-se por um modelo de estimação simples, onde a variância é estimada a partir das rendibilidades diárias, com ajustamentos para fins de semana e feriados bem como para efeitos de não transação. Apesar de nenhuma consideração ser dada para a mensuração dos erros na variância, uma indicação dos seus efeitos é feita usando estimativas de rendibilidades diárias e mensais para o período 2002 a 2015.

**Figura 1. Rendibilidades diárias do Nasdaq Eurozone TR, entre 2002 e 2015.**



A Tabela 4 retrata as estimativas dos rácios de recompensa pelo risco (RRR) em função da restrição de limite superior e da estimação da variância (consoante utilização de dados diários ou mensais). Para um limite superior baixo e  $\hat{Y}_1$  diferente de  $\bar{y}_1 = b/2$ , os dados exercem pouca influência na estimativa posterior,  $\bar{Y}_1$ , o que significa que a diferença registada entre os rácios, para os dois estimadores da variância, é também muito pequena. Conforme o limite superior  $b$  se torna mais elevado, os dados exercem maior influência na estimativa de  $\bar{Y}_1$  assim como o efeito dos diferentes estimadores da

variância se intensifica. No entanto, verifica-se que as diferenças de  $\bar{Y}_1$ , para  $b = 6$  (-1,10106%) e  $b = \infty$  (-1,10113%), são praticamente nulas. O tipo de dados utilizado no cálculo da variância (diários ou mensais) origina uma diferença de 39,79% no rácio  $\hat{Y}_1$ , no entanto, para o rácio com restrição,  $\bar{Y}_1$ , ronda apenas os -1,10%.

**Tabela 4. Efeito da variância nas estimativas do RRR pelo modelo I, para diferentes restrições de limite superior e consoante estimação com dados diários ou mensais: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	$\Omega_1^2$	$\hat{Y}_1$	$\bar{Y}_1$		
			$b = 0,5$	$b = 1$	$b = 2$
Variância estimada com dados mensais	0,7510	0,0562	0,2470	0,4730	0,7922
Variância estimada com dados diários	0,7249	0,0402	0,2469	0,4729	0,7951
Diferença percentual	3,60%	39,79%	0,06%	0,00%	-0,37%

	$\bar{Y}_1$				
	$b = 3$	$b = 4$	$b = 5$	$b = 6$	$b = \infty$
Variância estimada com dados mensais	0,9161	0,9394	0,9413	0,9414	0,9414
Variância estimada com dados diários	0,9239	0,9495	0,9518	0,9519	0,9519
Diferença percentual	-0,84%	-1,06%	-1,10%	-1,10%	-1,10%

Em conformidade com a Tabela 5, os modelos II e III apresentam uma discrepância de valores elevada entre as estimativas de variância (dados diários ou mensais) para ambos os rácios, sendo, no entanto, mais acentuadas na ausência de restrição de não negatividade. Estas comparações não podem ser consideradas para análise dos erros de

medição da variância, mas servem como um alerta para as diferenças significativas entre os modelos.

**Tabela 5. Tabela 5. Efeito da variância, consoante estimação com dados diários ou mensais, nas estimativas do RRR com restrição de não negatividade: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$	$\hat{Y}_1$	$\bar{Y}_1$
Variância estimada com dados mensais	0,0562	0,9414
Variância estimada com dados diários	0,0402	0,9519
Diferença percentual	39,79%	-1,10%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$	$\hat{Y}_2$	$\bar{Y}_2$
Variância estimada com dados mensais	0,0761	0,0986
Variância estimada com dados diários	0,1697	0,1725
Diferença percentual	-55,19%	-42,81%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$	$\hat{Y}_3$	$\bar{Y}_3$
Variância estimada com dados mensais	0,0069	0,0072
Variância estimada com dados diários	0,0130	0,0130
Diferença percentual	-47,08%	-44,76%

Ainda, a restrição de não negatividade é significativa somente no modelo I, onde para o mesmo estimador de variância, a diferença entre  $\hat{Y}_1$  e  $\bar{Y}_1$  ronda os 95%. No modelo II, esta diferença entre os rácios é considerável apenas considerando a variância estimada com dados mensais, em aproximadamente 23%. Para as restantes estimativas, o efeito da restrição de não negatividade é desprezível. Dado que os  $Y_j$ 's assumem valores de variadas ordens de grandeza, uma possível explicação para a diferença

encontrada no Modelo I prende-se com o efeito exercido pelo limite superior que, sendo idêntico para todos os modelos (neste caso, a tender para infinito), irá exercer maior ou menor impacto tendo em conta a ordem de grandeza da estimativa.

Através da Tabela 6, conclui-se que os rácios de recompensa estimados são mais elevados quando considerada a restrição de não negatividade ( $b = \infty$ ), tanto para os 14 anos como intervalos de 7 anos.

**Tabela 6. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário ao longo dos 14 anos e em intervalos de 7 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	Intervalo 14 anos		Intervalo de 7 anos	
	2002 - 2015	2002 - 2008	2009 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	0,0402	-1,3353	1,2121	-0,0616
$\bar{Y}_1$	0,9519	0,9939	1,8286	1,4112
Diferença percentual	-95,78%	-234,36%	-33,71%	-104,37%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,1697	0,1830	0,2130	0,1980
$\bar{Y}_2$	0,1725	0,1942	0,2196	0,2069
Diferença percentual	-1,61%	-5,76%	-3,03%	-4,31%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0130	0,0132	0,0123	0,0128
$\bar{Y}_3$	0,0130	0,0133	0,0124	0,0128
Diferença percentual	0,00%	-0,08%	-1,38%	-0,71%

Assim sendo, é normal que  $\bar{Y}_2$  e  $\bar{Y}_3$  convirjam para  $\hat{Y}_2$  e  $\hat{Y}_3$  respetivamente, com necessidade de menores intervalos onde o rácio de recompensa pelo risco seja considerado constante e de forma mais rápida que o Modelo 1, levando a diferenças de ordens de grandeza irrisórias entre as duas estimativas. Já Merton (1980) havia

demonstrado existir esta relação de convergência de  $\bar{Y}_j \rightarrow \hat{Y}_j$  conforme o número de observações,  $N$ , aumenta.

Recorrendo à Tabela 7, verifica-se que os rácios de recompensa pelo risco estáveis para um período de 2 anos e os restantes de 4 anos apresentam diferenças médias entre a estimativa sem restrição e a com restrição, que vão desde os 16,50% (Modelo III) até aos 47,31% (Modelo I), pelo que estas diferenças dependem do excesso de rendibilidade do período a que dizem respeito. Quer isto dizer que, quanto menor for o intervalo na qual o  $Y$  é considerado estacionário, as diferenças entre  $\hat{Y}_j$  e  $\bar{Y}_j$  deixam de ser desprezíveis.

**Tabela 7. Estimativas do RRR, considerando que  $Y$  é estacionário em intervalos de 2 e de 4 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	2002 - 2003	2004 - 2007	2008 - 2011	2012 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$					
$\hat{Y}_1$	-2,983	6,263	-1,358	2,812	1,7789
$\bar{Y}_1$	1,6497	6,5570	0,8703	3,5632	3,3758
Diferença percentual	-280,84%	-4,48%	-256,00%	-21,08%	-47,31%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$					
$\hat{Y}_2$	-0,0706	0,4194	-0,0145	0,2244	0,1697
$\bar{Y}_2$	0,1397	0,4202	0,1100	0,2427	0,2408
Diferença percentual	-150,50%	-0,20%	-113,18%	-7,53%	-29,52%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$					
$\hat{Y}_3$	0,0034	0,0185	0,0056	0,0119	0,0108
$\bar{Y}_3$	0,0086	0,0185	0,0101	0,0123	0,0129
Diferença percentual	-60,37%	-0,01%	-44,41%	-3,22%	-16,50%

As diferenças encontradas entre a estimativa sem restrição e a estimativa com restrição são desprezíveis para períodos onde o prémio de risco se identifica positivo.

Mais concretamente, os períodos 2004-2007 e 2012-2015 apresentam diferenças até um máximo de 21,08%, enquanto nos restantes verifica-se uma variação elevada, desde 44,41% a 280,84%. Nos períodos 2002-2003 e 2008-2011, as diferenças percentuais entre as duas estimativas de rácio são substanciais para os três modelos pelo facto do excesso de rendibilidade se ter mostrado negativo nestes anos. Ou seja, a rendibilidade média anual de mercado foi inferior à rendibilidade média do ativo sem risco e, em muitos dos anos, verificou-se mesmo negativa, exatamente onde se espera que a restrição de não negatividade seja importante. Para o período 2004-2007, a restrição não se mostra importante, pelo facto de não ter havido rendibilidades de excesso com valor médio negativo, mas de 2012 a 2015, conclui-se que o efeito da restrição de não negatividade é considerável para o Modelo I e desprezível para os restantes dois. Isto na medida em que se apuram tanto rendibilidades de excesso positivas como negativas, bem como grandes variações na variância, que por sua vez se mostra elevada, especialmente no ano 2014, quando o mercado apresenta uma rendibilidade de excesso média negativa. Tendo em conta as fórmulas dos estimadores, em um período onde as rendibilidades de excesso negativas ocorrem quando a variância é elevada, como 2014, as diferenças entre as duas estimativas serão superiores no Modelo I e inferiores no Modelo III.

Ao reduzirmos os períodos, a probabilidade de se obterem prémios de risco negativos torna-se mais elevada, levando a que os valores obtidos com a incorporação da restrição sejam mais consistentes com a teoria financeira. Isto é, assumindo a racionalidade dos mercados financeiros, não faz sentido estimar prémios negativos para anos subsequentes, pois se assim fosse, os investidos estariam dispostos a pagar para assumir risco. O que aconteceria é que os investidores iriam começar a aplicar o

dinheiro em ativos isentos de risco, levando à descida do preço das ações e consequente subida do preço dos ativos sem risco. Isto levaria novamente ao equilíbrio, eliminando assim o prémio de risco negativo. Contudo, a introdução da restrição de não negatividade não se mostra apenas importante nos casos em que  $\hat{Y}_j$  se assume como negativo, como se verifica no período de 2008-2011, onde a diferença entre as duas estimativas pelo modelo III é de 44,41%, mas  $\hat{Y}_3$  é positivo.

Pela Tabela 8, conseguimos perceber que existem dois momentos onde a diferença entre o rácio com restrição e o sem restrição se revela intensa, designadamente 2002-2003 e 2008-2009, os quais são períodos notados por rendibilidades de excesso médias muito negativas e volatilidade elevada.

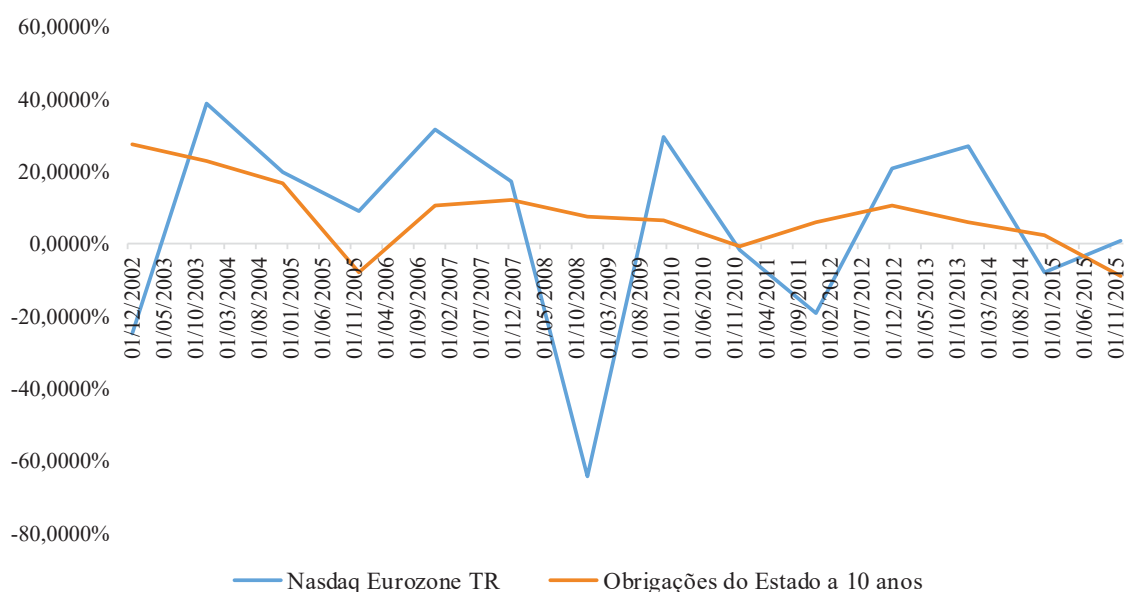
**Tabela 8. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 anos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	2002 - 2003	2004 - 2005	2006 - 2007	2008 - 2009	2010 - 2011	2012 - 2013	2014 - 2015	Média
Modelo 1:								
$\hat{Y}_1$	-2,983	7,3229	5,6369	-1,5692	-1,0637	4,2608	0,3918	1,7137
$\bar{Y}_1$	1,6497	8,4572	6,5067	1,1883	1,5997	4,9771	3,6979	4,0110
Dif. percentual	-280,84%	-13,41%	-13,37%	-232,05%	-166,49%	-14,39%	-89,40%	-57,27%
Modelo 2:								
$\hat{Y}_2$	-0,0706	0,3537	0,4850	-0,0448	0,0158	0,3584	0,0905	0,1697
$\bar{Y}_2$	0,1397	0,3727	0,4899	0,1476	0,1688	0,3765	0,2005	0,2708
Dif. percentual	-150,50%	-5,08%	-1,00%	-130,38%	-90,62%	-4,82%	-54,85%	-37,33%
Modelo 3:								
$\hat{Y}_3$	0,0034	0,0137	0,0245	0,0032	0,0079	0,0211	0,0057	0,0114
$\bar{Y}_3$	0,0086	0,0140	0,0245	0,0122	0,0141	0,0214	0,0090	0,0148
Dif. percentual	-60,37%	-2,11%	-0,05%	-73,53%	-44,19%	-1,78%	-36,11%	-23,38%

Através da Figura 2, constata-se haver consistência com a informação presente na Tabela 8. Nitidamente, existem dois períodos críticos no que concerne a rendibilidades negativas para o mercado europeu. O intervalo 2002-2003 regista a primeira delapidação de valor, no entanto, a maior derrapagem ocorre entre 2008-2009, com os valores de rendibilidade mais baixos do período em análise.

Com isto, não é de admirar que ao assumir rácios de recompensa estáveis ao longo de períodos anuais, 2002 e 2008 sejam os que apresentam maior diferença entre a estimativa sem restrição e a com restrição de não negatividade. A diminuição do número de períodos onde o rácio é considerado estável aumenta a probabilidade de se registarem prémios de risco negativos, tornando os valores com restrição mais consistente aos olhos da teoria financeira.

**Figura 2. Taxas de rendibilidade anual do Nasdaq Eurozone TR, entre 2002 e 2015.**



Dado que o desvio-padrão é uma medida de estabilidade das estimativas do rácio de recompensa pelo risco, através deste podemos concluir sobre a importância da restrição de não negatividade. Conforme constatado por Merton (1980), as estimativas com restrição detêm uma maior estabilidade, o que se conclui pela Tabela 9. Neste caso, onde a estabilidade dos rácios é assumida em períodos anuais, os resultados sem qualquer restrição são em média 89% mais instáveis do que os restantes, no entanto, ambos conferem uma grande imprecisão, que se irá reverter nos prémios de risco de mercado.

**Tabela 9. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	Média	Desv.Pad.	Máx.	Mín.
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	2,5435	6,0733	15,7876	-6,6674
$\bar{Y}_1$	5,9308	4,1761	16,7291	1,0757
Diferença percentual	-57,11%	45,43%	-5,84%	19,80%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,1697	0,3762	0,7099	-0,5916
$\bar{Y}_2$	0,3570	0,1795	0,7155	0,1061
Diferença percentual	-52,46%	109,59%	28,57%	69,08%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0104	0,0173	0,0309	-0,0289
$\bar{Y}_3$	0,0185	0,0082	0,0343	0,0064
Diferença percentual	-43,73%	111,68%	33,98%	72,83%

Como ilustração final da necessidade de incluir restrição de não negatividade, as estimativas de  $\hat{Y}_j$  e  $\bar{Y}_j$  foram determinadas para os períodos de 2002-2008 e 2002-2007.

Com base na Tabela 10, observa-se que os resultados obtidos nestes intervalos são completamente distintos. Isto mostra a dificuldade de obter estimativas mais precisas dos parâmetros num modelo de rendibilidade esperada e sublinha a importância na seleção de períodos de análise longos. Contudo, nem sempre estão disponíveis bases de dados com grande histórico e se estão, poderá não ser racional assumir que as variáveis são estacionárias durante um período tão longo. Confrontado as Tabelas 7 e 8, observam-se também grandes diferenças entre os rácios consequência de uma diminuição de 24 observações, isto é, ao passar de um intervalo de 4 anos (2004-2007) para um de 2 anos (2004-2005). No modelo I, o efeito desta alteração provoca uma subida de 28,98% na estimativa com restrição e 16,92% na estimativa sem restrição. Já no modelo II, regista um declínio de 11,32% para  $\bar{Y}_2$  e de 15,65% para  $\hat{Y}_2$ . O modelo III apresenta uma variação negativa de 24,15% e 25,74% para  $\bar{Y}_3$  e  $\hat{Y}_3$ , respetivamente.

**Tabela 10. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	2002 - 2008	2002 - 2007	2008 - 2015
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$			
$\hat{Y}_1$	-1,3353	1,0727	-0,3153
$\bar{Y}_1$	0,9939	2,2999	0,9796
Diferença percentual	-234,36%	-53,36%	-132,18%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$			
$\hat{Y}_2$	0,1830	0,2561	0,1400
$\bar{Y}_2$	0,1942	0,2606	0,1573
Diferença percentual	-5,76%	-1,73%	-11,05%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$			
$\hat{Y}_3$	0,0132	0,0150	0,0097
$\bar{Y}_3$	0,0133	0,0150	0,0101
Diferença percentual	-0,08%	-0,03%	-3,67%

Tendo analisado as estimativas empíricas dos rácios de recompensa pelo risco, serão examinadas agora as propriedades da rendibilidades de excesso esperadas para cada um dos modelos. A Tabela 11 coloca em evidência os valores dos prémios de risco de mercado (PRM) para intervalos inferiores a 14 anos. No entanto, verificam-se resultados completamente desvirtuados da realidade, como é o caso da estimativa com restrição pelo modelo I, de 35,42%, utilizando a média dos 14 rácios de recompensa pelo risco.

**Tabela 11. Estimativas do PRM, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	T = 14	T = 7 <sup>1</sup>	T = 6/8 <sup>1</sup>	T = 2/4 <sup>1</sup>	T = 2 <sup>1</sup>	T = 1 <sup>1</sup>
Modelo 1:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_1 \sigma_t^2$	0,2083%	-0,3186%	1,4571%	9,6094%	9,2431%	13,9943%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	5,0415%	7,5567%	8,3020%	18,9496%	22,8629%	35,4204%
Dif. Percentual	-98,33%	-104,22%	-82,45%	-49,29%	-59,57%	-60,49%
Modelo 2:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_2 \sigma_t$	12,4395%	14,6456%	13,9947%	12,4395%	12,4395%	12,4395%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	12,6544%	15,3489%	14,9269%	18,0598%	20,5068%	27,8013%
Dif. Percentual	-1,70%	-4,58%	-6,24%	-31,12%	-39,34%	-55,26%
Modelo 3:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_3$	16,7835%	16,4289%	15,3968%	13,7196%	14,5182%	13,2113%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	16,7843%	16,5549%	15,6888%	16,6257%	19,3183%	24,5620%
Dif. Percentual	0,00%	-0,76%	-1,86%	-17,48%	-24,85%	-46,21%

<sup>1</sup>Os valores apresentados para T com diferentes intervalos resultam da média ponderada dos valores estimados para cada intervalo.

onde:

$T = 14$  – rácios considerados estáveis ao longo dos 14 anos (2002 a 2015);

$T = 7$  – rácios considerados estáveis por períodos de 7 anos (2002-2008 e 2009-2015);

$T = 6/8$  – rácios considerados estáveis por um período de 6 anos (2002-2007) e um de 8 anos (2008-2015);

$T = 2/4$  – rácios considerados estáveis por um período de 2 anos (2002-2003) e os restantes de 4 anos (2004-2007; 2008-2011; 2012-2015);

$T = 2$  – rácios considerados estáveis por períodos de dois anos (2002-2003; 2004-2005; 2006-2007; 2008-2009; 2010-2011; 2012-2013; 2014-2015); e

$T = 1$  – rácios considerados estáveis por períodos anuais.

Por questões de homogeneidade da variância histórica, subdividiu-se a amostra em dois subperíodos de 6 e 8 anos, respetivamente. A análise mostra que as diferenças entre as estimativas são superiores às estimativas com  $T = 14$ , mas são mais baixas que as estimativas com  $T = 2$  e de 4 anos. Além disso, a amplitude entre a estimativa mais alta e mais baixa é sempre superior para a totalidade da amostra.

Pela impossibilidade de encontrar o  $T$  ideal nesta amostra, apenas se pode averiguar a estabilidade dos rácios de recompensa e pequenas alterações à dimensão dos intervalos onde se assumem rácios estáveis. Não obstante, pela informação já analisada, parece ser mais razoável atribuir maior relevância às estimativas do prémio de risco com o  $T$  mais longo, neste caso, 14 anos, consequência da análise do desvio-padrão e do erro quadrático médio entre o valor previsto e o valor estimado para o excesso de rendibilidade, que se apresentaram inferiores às estimativas para intervalos menores. No que respeita ao limite superior da restrição de não negatividade,  $b$ , este está relacionado com a aversão agregada ao risco por parte dos investidores pelo que, à semelhança de Merton (1980), é definido como um valor ilimitado. Isto é, dada a complexidade em determinar a sua dimensão, a forma de contornar a situação é não estabelecer valor.

Utilizando as estimativas de  $\bar{Y}_j$ , com um rácio estável ao longo de 14 anos, foram determinados os prémios de risco esperados bem como a rendibilidade instantânea do índice de ações e de obrigações, através de técnicas *naïve*. A Tabela 12 mostra que a média das rendibilidades de excesso esperadas varia consideravelmente conforme o modelo. O Modelo I é o menor, com uma estimativa de 5,04% por ano, seguindo-se o Modelo II, com 12,65% e, por último, o Modelo III, com 16,78% por ano. Por outro lado, o prémio de risco histórico é de -2,38%. Mesmo com enormes diferenças entre as estimativas, é pouco provável que qualquer um dos modelos fosse rejeitado pelos dados passados de rendibilidade, uma vez que as rendibilidades históricas são séries com muito ruído para detetar diferenças entre modelos de rendibilidade esperada. Pela análise da Tabela 12, é de esperar que o Modelo I seja a melhor estimativa, pois é a que se encontra mais próxima do valor histórico, mas ainda com uma diferença de 742 pontos base. Se a comparação for feita entre as técnicas *naïve* e o modelo *state-of-the-art*, onde é considerada a estabilidade do prémio de mercado, a diferença sobe aos 1917 pontos base, valor demasiado elevado quando considerado num contexto de seleção de carteiras e aplicação financeira em organizações. Esta diferença resulta do facto de as técnicas *naïve* terem por base os mínimos quadrados quando a variância das rendibilidades históricas é constante. Se a variância não for constante, o que na realidade é o mais provável, então o estimador deverá ser ajustado dos efeitos de heteroscedasticidade nos erros, que é exatamente o que  $\hat{Y}_3$  faz. Contudo, a grande diferença apresentada aqui deveria servir como um aviso relativamente a negligenciar os efeitos de mudança na variância das estimativas e simplesmente confiar na sua consistência, mesmo com um período de 14 anos.

**Tabela 12. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2002 a 2015, Nasdaq Eurozone TR.**

	Valor estimado
I: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	5,0415%
II: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	12,6544%
III: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	16,7843%
Rendibilidade OT: $r(t)$	7,7124%
Rendibilidade Nasdaq Eurozone	5,3316%
Prémio de risco naïve	-2,3807%

Se o Modelo I for a especificação correta, a média simples das rendibilidades históricas proporcionam uma estimativa eficiente da rendibilidade média esperada e os investidores possuem preferências ao risco constantes. Mesmo neste caso, para o mercado de capitais e aplicações de finanças,  $\hat{Y}_1$  vezes a estimativa da variância atual será uma melhor estimativa para o prémio de risco do que o modelo *state-of-the-art* pois considera o nível de risco do mercado em cada momento de tempo. O Modelo II considera o preço do risco contante, o que se traduz numa diferença de 1504 pontos base com relação ao prémio de risco histórico. A sua estimativa para o prémio de risco de mercado ronda os 12,65%.

Pelas expressões analíticas dos rácios de recompensa pelo risco, parece que, à partida, os modelos I e II estão mais expostos às oscilações da variância ao longo do tempo. Apesar disso, e uma vez que o modelo III considera a variância estável, se se verificarem grandes diferenças ao longo dos períodos, este modelo torna-se mais sensível ao período histórico que os restantes. Assim sendo, com base nas Tabelas 6 e

10, vemos que os últimos 8 anos (2008 a 2015), onde a variância do mercado é superior, apresentam uma estimativa do rácio de recompensa pelo risco,  $\bar{Y}_3$ , inferior à considerada para a totalidade dos 14 anos, com um decréscimo de 22,42%. Igualmente, provoca uma oscilação negativa para  $\bar{Y}_2$ , embora de menor importância e, para  $\bar{Y}_3$ , a variação é positiva de 2,91%.

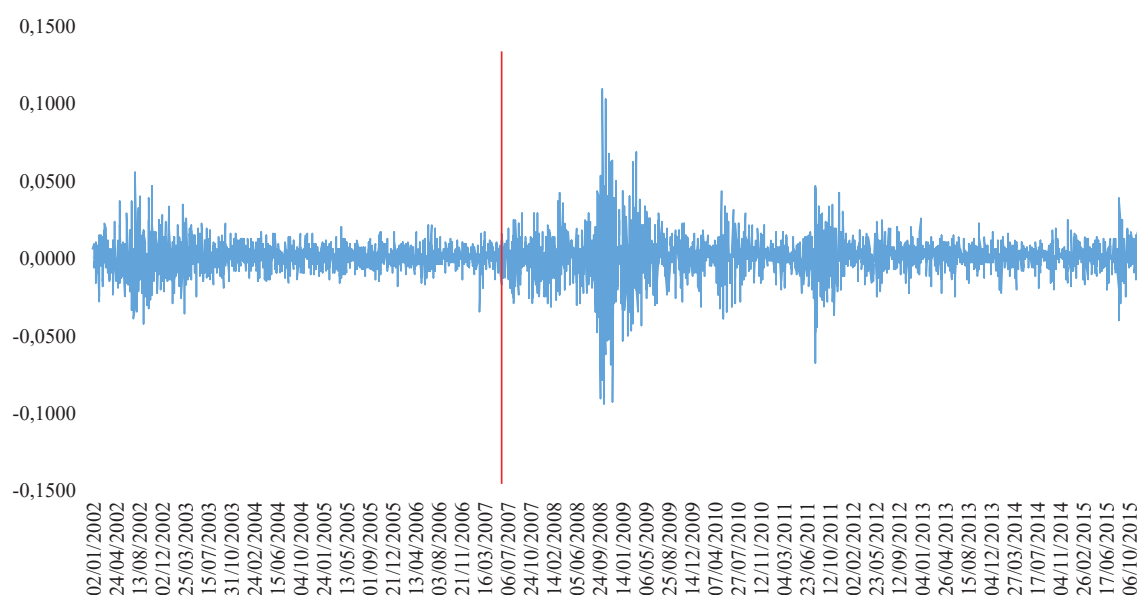
Note-se que, ao longo dos 14 anos, verifica-se um desvio-padrão da rentabilidade de mercado na ordem dos 22,76%, com correção para efeitos de fins-de-semana e feriados e efeitos de não transação.

#### IV.3.2. Estados Unidos da América

O modelo de Merton (1980) foi ainda aplicado ao mercado norte-americano, com informação histórica desde 2002 até 2015.

A Figura 3 mostra as disparidades entre as rentabilidades diárias do S&P 500 TR para a totalidade dos 14 anos, verificando-se também neste mercado que o intervalo 2008-2015 apresenta volatilidades de valor superior. Além disso, existe uma maior oscilação de valores nos períodos 2002-2003.

**Figura 3. Rentabilidades diárias do S&P 500 TR, entre 2002 e 2015.**



Assim sendo, será analisado o rácio de recompensa pelo risco para a totalidade dos 14 anos mas também em dois intervalos de 7 anos, como mostra a Tabela 13. Verifica-se, uma vez mais, que as estimativas do rácio de recompensa pelo risco são mais elevadas quando considerada a restrição de não negatividade. A maior diferença entre as estimativas com e sem restrição regista-se no Modelo I, havendo convergência de valores para os restantes modelos mais rapidamente e sem necessidade de grandes intervalos onde se considera  $Y_j$  estável.

**Tabela 13. Estimativas do RRR, considerando que  $Y$  é estacionário ao longo dos 14 anos e em intervalos de 7 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	Intervalo 14 anos	Intervalo de 7 anos		Média
	2002 - 2015	2002 - 2008	2009 - 2015	
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	0,6898	-1,8486	4,3611	1,2562
$\bar{Y}_1$	1,4663	1,0224	4,5205	2,7714
Diferença percentual	-52,96%	-280,81%	-3,53%	-54,67%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,2870	0,1298	0,5400	0,3349
$\bar{Y}_2$	0,2871	0,1541	0,5400	0,3470
Diferença percentual	-0,01%	-15,77%	0,00%	-3,50%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0147	0,0091	0,0197	0,0144
$\bar{Y}_3$	0,0147	0,0092	0,0197	0,0145
Diferença percentual	0,00%	-0,48%	0,00%	-0,15%

Pela análise da Tabela 14, observam-se diferenças médias entre as estimativas com e sem restrição que vão desde 3,53% (Modelo III) até 35,30% (Modelo I). O intervalo de dois anos (2002-2003) é assinalado como o período com maiores discrepâncias, no entanto, temos também o período 2008-2011 com diferenças consideráveis, dada a dependência de valores com relação ao excesso de rendibilidade. Já entre 2004-2007 e 2012-2015, a desfasagem de resultados é menor, à exceção dos 31,74% registados no Modelo I para o primeiro período. Estes intervalos são essencialmente caracterizados por excessos de rendibilidade positivos, enquanto que os intervalos de 2002-2003 e 2008-2011 apresentam valores muito negativos e elevada variância. Isto acontece à semelhança do mercado europeu, onde se presenciam rendibilidades médias de mercado inferiores à taxa de juro sem risco, destacando assim a importância da restrição de não negatividade.

**Tabela 14. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 e 4 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	2002 - 2003	2004 - 2007	2008 - 2011	2012 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$					
$\hat{Y}_1$	-1,514	3,460	-0,988	9,133	3,0993
$\bar{Y}_1$	2,3621	5,0687	1,2249	9,2905	4,7901
Diferença percentual	-164,09%	-31,74%	-180,68%	-1,70%	-35,30%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$					
$\hat{Y}_2$	0,0092	0,2844	0,1984	0,5173	0,2870
$\bar{Y}_2$	0,1663	0,2929	0,2228	0,5174	0,3189
Diferença percentual	-94,44%	-2,89%	-10,98%	-0,02%	-9,99%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$					
$\hat{Y}_3$	0,0058	0,0109	0,0204	0,0182	0,0149
$\bar{Y}_3$	0,0096	0,0109	0,0204	0,0182	0,0155
Diferença percentual	-39,16%	-0,28%	-0,07%	0,00%	-3,53%

Uma vez mais, a restrição de não negatividade não se mostra importante apenas para os períodos onde se registam rácios negativos. Temos, por exemplo, uma diferença acentuada de 31,74% no Modelo I, para 2004-2007, onde se verificaram rendibilidades de excesso positivas e variância abaixo da média.

Pela Tabela 15, conseguimos captar grandes diferenças entre a estimativa com restrição e a estimativa sem restrição, especialmente entre 2002-2003 e 2008-2009, consequência de valores muito negativos na rendibilidade de excesso e volatilidade elevada. Não obstante, existe um desnível relevante também para outros intervalos, como 2004-2005, que é detentor de diferenças significativas para os três modelos e 2006-2007, 2010-2011 e 2014-2015 para o modelo I.

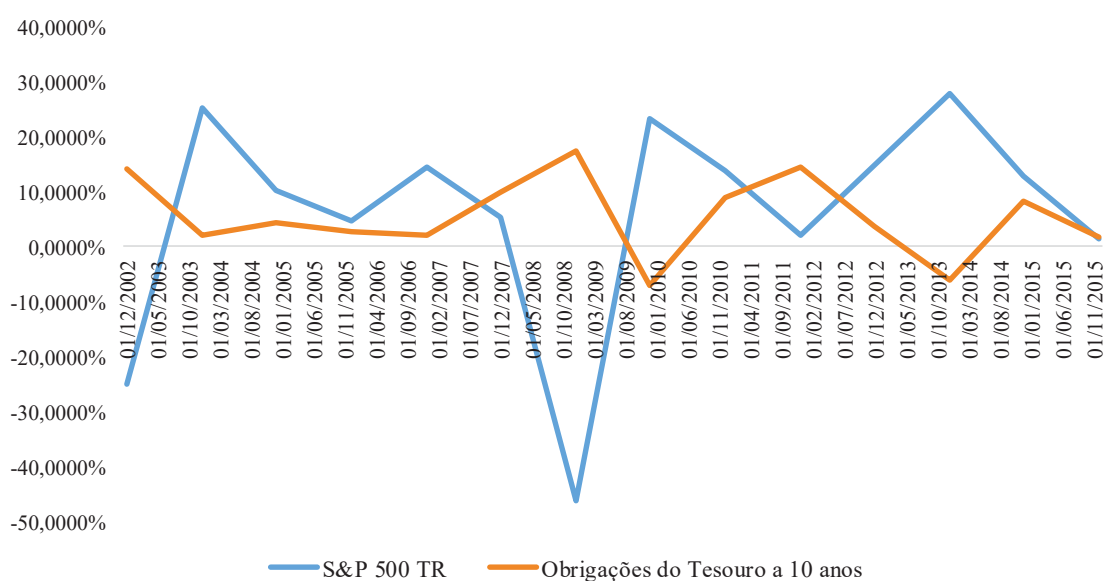
**Tabela 15. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 2 anos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	2002-2003	2004-2005	2006-2007	2008-2009	2010-2011	2012-2013	2014-2015	Média
Modelo 1:								
$\hat{Y}_1$	-1,514	4,3546	2,9087	-1,1828	-0,4758	18,6645	1,7683	3,5034
$\bar{Y}_1$	2,3621	7,5292	5,6529	1,4329	2,7573	18,6981	5,1580	6,2272
Dif. percentual	-164,09%	-42,16%	-48,55%	-182,54%	-117,25%	-0,18%	-65,72%	-43,74%
Modelo 2:								
$\hat{Y}_2$	0,0092	0,2000	0,3689	0,1215	0,2753	0,7813	0,2532	0,2870
$\bar{Y}_2$	0,1663	0,2602	0,3854	0,2157	0,3113	0,7813	0,2955	0,3451
Dif. percentual	-94,44%	-23,15%	-4,28%	-43,68%	-11,57%	-0,01%	-14,30%	-16,82%
Modelo 3:								
$\hat{Y}_3$	0,0058	0,0067	0,0153	0,0188	0,0211	0,0260	0,0113	0,0150
$\bar{Y}_3$	0,0096	0,0078	0,0154	0,0200	0,0211	0,0260	0,0115	0,0159
Dif. percentual	-39,16%	-14,49%	-0,33%	-6,10%	-0,31%	0,00%	-1,93%	-5,77%

A Figura 4 vai ao encontro do que foi depreendido na Tabela 15, com as mesmas situações registadas no mercado europeu. Ou seja, os intervalos 2002-2003 e 2008-2009 apresentam também rendibilidades negativas, facto este resultante da correlação positiva que existe entre os mercados.

No mercado americano, os rácios de recompensa sem restrição de não negatividade são, em média, 52% mais instáveis que os rácios com restrição, quando considerada a sua estabilidade ao longo de períodos anuais. Para uma maior perceção, deverá ser consultada a Tabela 16.

**Figura 4. Taxas de rendibilidade anual do S&P 500 TR, entre 2002 e 2015.**



**Tabela 16. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	Média	Desv.Pad.	Máx.	Mín.
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	5,2650	9,7364	32,3660	-6,4270
$\bar{Y}_1$	9,2033	7,8956	32,3804	1,1679
Diferença percentual	-42,79%	23,31%	-9,74%	6,79%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,2870	0,4316	1,1803	-0,5537
$\bar{Y}_2$	0,4369	0,2710	1,1803	0,1105
Diferença percentual	-34,30%	59,30%	12,50%	35,90%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0123	0,0190	0,0386	-0,0314
$\bar{Y}_3$	0,0180	0,0110	0,0386	0,0058
Diferença percentual	-31,66%	73,04%	20,69%	46,86%

De forma similar à zona euro, comprovou-se também a dificuldade em conseguir estimativas precisas dos parâmetros num modelo de rendibilidade esperada, através da

Tabela 17, na medida em que as discrepâncias observadas entre a estimativa com restrição e a estimativa sem restrição entre 2002-2008 e 2002-2007 são muito elevadas. Na mesma linha de pensamento, constata-se pelas Tabelas 14 e 15 que a redução de 24 observações causa um grande impacto nas diferenças entre as estimativas, uma vez que a diferença registada para 2004-2007 no modelo I é de 31,74% e, para 2004-2005, esta diferença aumenta para 42,16%. Para o mesmo período, no modelo II, verificam-se valores na ordem dos 2,89% e 23,15% e, no modelo III, temos 0,28% e 14,49%, respectivamente.

**Tabela 17. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	2002 - 2007	2008 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$			
$\hat{Y}_1$	0,4861	0,7714	0,6491
$\bar{Y}_1$	2,3880	1,7142	2,0030
Diferença percentual	-79,64%	-55,00%	-67,59%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$			
$\hat{Y}_2$	0,1927	0,4771	0,3552
$\bar{Y}_2$	0,2057	0,4771	0,3608
Diferença percentual	-6,33%	0,00%	-1,55%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$			
$\hat{Y}_3$	0,0100	0,0186	0,0150
$\bar{Y}_3$	0,0101	0,0186	0,0150
Diferença percentual	-0,25%	0,00%	-0,07%

Cabe agora fazer referência ao prémio de risco determinado para o mercado americano. Neste sentido, a Tabela 18 mostra os prémios de risco obtidos para intervalos inferiores a 14 anos, havendo, contudo, resultados distorcidos da realidade

como é o caso dos 34,72% para o modelo I, utilizando a média dos 14 rácios de recompensa pelo risco com restrição.

Regra geral, as estimativas do prémio de risco aumentam consoante o número de períodos diminui. No entanto, verifica-se que com  $T=6/8$  anos, o modelo II apresenta uma estimativa superior do que quando considerado  $T=2/4$  anos.

**Tabela 18. Estimativas do PRM, considerando que Y é estacionário em diferentes intervalos: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	T = 14	T = 7 <sup>1</sup>	T = 6/8 <sup>1</sup>	T = 2/4 <sup>1</sup>	T = 2 <sup>1</sup>	T = 1 <sup>1</sup>
Modelo 1:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_1 \sigma_t^2$	2,2849%	4,1971%	2,1489%	10,6475%	12,1097%	18,6937%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	4,9145%	9,4739%	6,7677%	16,8846%	22,4380%	34,7146%
Diferença percentual	-85,93%	-55,70%	-68,25%	-36,94%	-46,03%	-46,15%
Modelo 2:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_2 \sigma_t$	16,2435%	19,1747%	20,4396%	16,2435%	16,2435%	16,2435%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	16,2453%	19,9300%	20,7891%	18,1887%	19,8084%	25,6527%
Diferença percentual	-0,01%	-3,79%	-1,68%	-10,69%	-18,00%	-36,68%
Modelo 3:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_3$	19,1615%	18,7790%	19,5039%	19,4905%	19,5453%	15,8058%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	19,1615%	18,8103%	19,5194%	20,2658%	20,8500%	23,8767%
Diferença percentual	0,00%	-0,17%	-0,08%	-3,83%	-6,26%	-33,80%

<sup>1</sup>Os valores apresentados para  $T$  com diferentes intervalos resultam da média ponderada dos valores estimados para cada intervalo.

onde:

$T = 14$  – rácios considerados estáveis ao longo dos 14 anos (2002 a 2015);

$T = 7$  – rácios considerados estáveis por períodos de 7 anos (2002-2008 e 2009-2015);

$T = 6/8$  – rácios considerados estáveis por um período de 6 anos (2002-2007) e um de 8 anos (2008-2015);

$T = 2/4$  – rácios considerados estáveis por um período de 2 anos (2002-2003) e os restantes de 4 anos (2004-2007; 2008-2011; 2012-2015);

$T = 2$  – rácios considerados estáveis por períodos de dois anos (2002-2003; 2004-2005; 2006-2007; 2008-2009; 2010-2011; 2012-2013; 2014-2015); e

$T = 1$  – rácios considerados estáveis por períodos anuais.

Neste mercado, foi também considerado mais razoável utilizar as estimativas do prémio de risco com  $T = 14$  anos pelo facto do desvio-padrão do excesso de rendibilidade mensal ser o menor, assim como o limite superior da restrição de não negatividade considerou-se infinito.

Com base nas estimativas de  $\bar{Y}_j$  ao longo dos 14 anos, determinou-se os prémios de risco esperados e aplicou-se as técnicas naïve para a rendibilidade do índice de ações e obrigações. Pela Tabela 19, concluímos que existe uma grande variação na rendibilidade de excesso consoante o modelo, com o menor valor na ordem dos 4,91%, para o modelo I. Porém, o prémio de risco histórico é de 0,62%. Isto leva a crer que o modelo I seja a melhor estimativa do prémio de risco futuro, pois é o valor mais próximo do valor histórico, embora com uma diferença de 429 pontos percentuais. Já a discrepância de valor entre as técnicas naïve e o modelo III sobe aos 1854 pontos percentuais.

Se o modelo I for a especificação correta, os investidores possuem preferências ao risco constantes. É o que se parece verificar novamente neste mercado, considerando o nível de risco de mercado a cada momento de tempo.

**Tabela 19. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2002 a 2015, S&P 500 TR.**

	Valor estimado
I: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	4,9145%
II: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	16,2453%
III: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	19,1615%
Rendibilidade OT: $r(t)$	5,5127%
Rendibilidade S&P 500 TR	6,1348%
Prémio de risco naïve	0,6221%

#### IV.3.3. Ásia-Pacífico

Por último, foi analisado o mercado asiático, mas apenas de 2007 a 2015, última metade analisada nos blocos económicos anteriores, por escassez de dados disponíveis. Subdividiu-se o intervalo em subperíodos, consoante as análises realizadas anteriormente, uma vez que foi identificado o mesmo comportamento com relação às rendibilidades diárias do Dow Jones Singapore TR.

Também neste mercado, e através da Tabela 20, os rácios com restrição são sempre superiores aos rácios sem restrição. Ainda, as estimativas relativas ao intervalo 2007-2008 detêm as maiores discrepâncias de valores, seguindo-se o período de 9 anos (2007-2015) e, por último, o período de 7 anos (2009-2015). Isto acontece na medida em que 2007-2008 é um intervalo com rendibilidades de excesso muito negativas e

grande volatilidade, o que faz com que 2007-2015 apresente valores mais discrepantes que 2009-2015.

**Tabela 20. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário durante 9 anos e em intervalos de 2 e de 7 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	Intervalo 9 anos		Intervalo de 2/7 anos	
	2007 - 2015	2007 - 2008	2009 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	0,6566	-1,1946	5,0876	3,6915
$\bar{Y}_1$	1,4394	1,0333	5,2733	4,3311
Diferença percentual	-54,39%	-215,61%	-3,52%	-14,77%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,1300	-0,1088	0,2910	0,2022
$\bar{Y}_2$	0,1469	0,1291	0,2922	0,2560
Diferença percentual	-11,52%	-184,29%	-0,43%	-21,03%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0089	0,0004	0,0091	0,0072
$\bar{Y}_3$	0,0089	0,0093	0,0091	0,0092
Diferença percentual	-0,06%	-96,05%	-0,06%	-21,74%

Analisando a Tabela 21, observam-se diferenças médias entre as estimativas com restrição e as sem restrição para um período de 1 ano e os restantes de 4 anos, entre 4,33% (Modelo III) e 48,86% (Modelo I). Isto significa que quanto menor o intervalo, maior a sua dependência com relação à rendibilidade de excesso e, conseqüentemente, as diferenças entre as estimativas deixam de ser desprezíveis.

As diferenças entre as duas estimativas são geralmente menores nos casos onde se verificam rácios positivos, como é o caso do intervalo 2012-2015, que apresenta uma diferença máxima de 25,54% (Modelo I). Novamente, o intervalo 2008-2011 regista um

rácio negativo para o Modelo I, com uma diferença entre as estimativas de 148,54%. A diferença apenas deixa de ser substancial no Modelo III, com 2,65%. É, pois, um período assinalado por rendibilidades de excesso negativas, isto é, a rendibilidade média anual de mercado foi inferior à rendibilidade do ativo sem risco. Ao reduzirmos os períodos onde se considera o rácio de recompensa pelo risco estável, a probabilidade de serem obtidos prémios de risco negativos é muito superior, tornando os valores obtidos com restrição de não negatividade mais racionais aos olhos dos mercados financeiros.

**Tabela 21. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 1 e de 4 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	2007	2008 - 2011	2012 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	1,293	-0,722	4,637	1,8836
$\bar{Y}_1$	2,2842	1,4886	6,2280	3,6834
Diferença percentual	-43,40%	-148,54%	-25,54%	-48,86%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,3050	0,1227	0,2559	0,2022
$\bar{Y}_2$	0,3821	0,1727	0,2683	0,2385
Diferença percentual	-20,18%	-28,95%	-4,63%	-15,23%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0223	0,0112	0,0073	0,0107
$\bar{Y}_3$	0,0251	0,0115	0,0074	0,0112
Diferença percentual	-11,05%	-2,65%	-1,24%	-4,33%

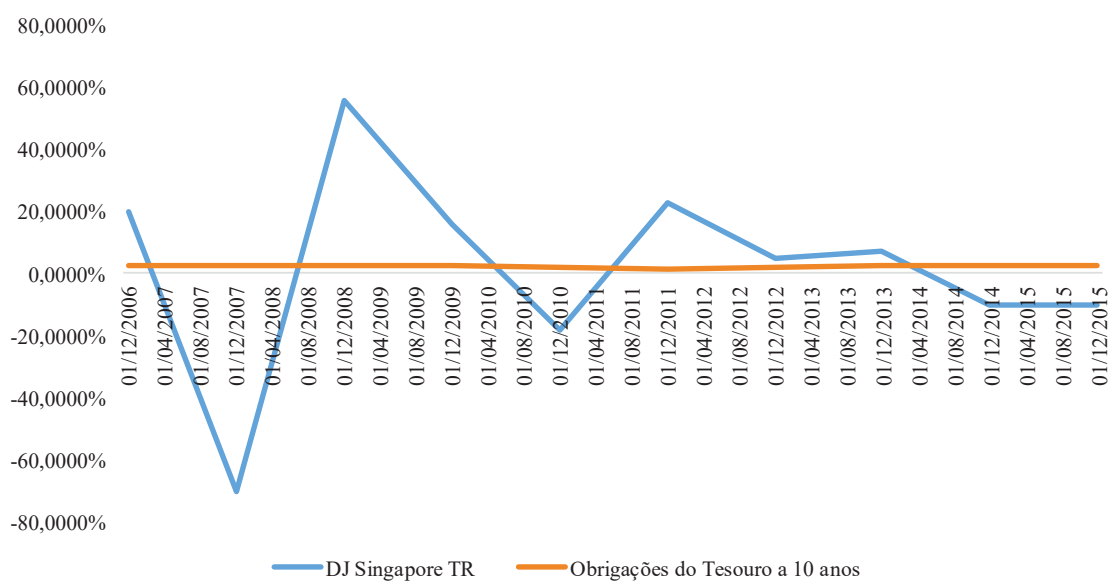
Esta afirmação pode ser comprovada pela Tabela 22, verificando-se três momentos críticos, designadamente 2008-2009, 2010-2011 e 2014-2015.

Veja-se também a Figura 5, que vem confirmar a informação anterior. Isto é, o momento de maior diminuição de valor é 2008, mas verifica-se quebras em 2010-2011 e 2014-2015.

**Tabela 22. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos de 1 e de 2 anos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	2007	2008 - 2009	2010 - 2011	2012 - 2013	2014 - 2015	Média
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$						
$\hat{Y}_1$	1,2928	-0,6565	-0,9719	12,8739	-3,5279	1,8587
$\bar{Y}_1$	2,2842	1,7213	3,4413	13,4469	4,5465	5,3996
Diferença percentual	-43,40%	-138,14%	-128,24%	-4,26%	-177,60%	-65,58%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$						
$\hat{Y}_2$	0,3050	0,0537	0,1917	0,4984	0,0134	0,2022
$\bar{Y}_2$	0,3821	0,1840	0,2551	0,5025	0,1678	0,2890
Diferença percentual	-20,18%	-70,80%	-24,87%	-0,83%	-92,00%	-30,05%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$						
$\hat{Y}_3$	0,0223	0,0066	0,0133	0,0139	0,0020	0,0104
$\bar{Y}_3$	0,0251	0,0110	0,0137	0,0139	0,0043	0,0123
Diferença percentual	-11,05%	-39,91%	-2,86%	-0,20%	-52,12%	-15,19%

**Figura 5. Taxas de rendibilidade anual do DJ Singapore TR, entre 2007 e 2015.**



Prosseguindo para a análise do desvio-padrão em intervalos anuais, pela Tabela 23 denota-se uma maior estabilidade nas estimativas com restrição. Mais precisamente, os resultados sem restrição são em média 67% mais instáveis que os restantes.

**Tabela 23. Estimativas do RRR, considerando que Y é estacionário em intervalos anuais: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	Média	Desv.Pad.	Máx.	Mín.
Modelo 1: $\alpha_t - r_t = Y_1 \sigma_t^2$				
$\hat{Y}_1$	2,8959	10,3795	24,9638	-8,8672
$\bar{Y}_1$	8,1446	7,7111	25,2353	1,1060
Diferença percentual	-64,44%	34,60%	-14,92%	9,84%
Modelo 2: $\alpha_t - r_t = Y_2 \sigma_t$				
$\hat{Y}_2$	0,1780	0,4372	0,8062	-0,5226
$\bar{Y}_2$	0,3778	0,2337	0,8086	0,1143
Diferença percentual	-52,90%	87,08%	17,09%	52,09%
Modelo 3: $\alpha_t - r_t = Y_3$				
$\hat{Y}_3$	0,0065	0,0156	0,0269	-0,0217
$\bar{Y}_3$	0,0134	0,0087	0,0269	0,0047
Diferença percentual	-51,56%	80,14%	14,29%	47,22%

Após aferir as estimativas dos rácios de recompensa pelo risco, procedeu-se ao cálculo do prémio de risco de mercado, evidenciado na Tabela 24. Apurou-se que as diferenças entre as estimativas de  $T = 1/8$  anos são as mais elevadas, isto devido ao peso das rendibilidades de excesso negativas. Os intervalo  $2/7$  anos é o que apresenta as menores diferenças, uma vez que o ano onde se registam valores mais negativos tem um menor peso na média final. Nos restantes períodos, verifica-se que, regra geral, a diferença aumenta consoante  $T$  diminui. Assim, e uma vez mais, parece ser mais razoável estudar as estimativas com o  $T$  mais longo, neste caso de 9 anos, até porque o erro quadrático médio entre o valor previsto e o valor estimado para o excesso de rendibilidade é o menor.

**Tabela 24. Estimativas do PRM, considerando que  $Y$  é estacionário em diferentes intervalos: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	T = 9	T = 2/7 <sup>1</sup>	T = 1/8 <sup>1</sup>	T = 1/4 <sup>1</sup>	T = 1/2 <sup>1</sup>	T = 1 <sup>1</sup>
Modelo 1:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_1 \sigma_t^2$	3,4688%	20,9835%	1,2950%	10,2490%	10,1073%	16,1466%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	7,7489%	25,0043%	9,2177%	20,9330%	31,9967%	51,6354%
Dif. Percentual	-54,36%	-16,08%	-85,95%	-51,04%	-68,41%	-68,73%
Modelo 2:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_2 \sigma_t$	7,6012%	12,0494%	12,0494%	12,0494%	12,0494%	10,5414%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	8,6287%	15,4749%	13,0111%	14,3503%	17,6238%	23,5868%
Dif. Percentual	-11,91%	-22,14%	-7,39%	-16,03%	-31,63%	-55,31%
Modelo 3:						
$\alpha_t - r_t = \hat{Y}_3$	11,1863%	8,9808%	12,4451%	13,6519%	13,2680%	8,0916%
$\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	11,1934%	11,6037%	12,8730%	14,3078%	15,8076%	17,3585%
Dif. Percentual	-0,06%	-22,60%	-3,32%	-4,58%	-16,07%	-53,39%

<sup>1</sup>Os valores apresentados para  $T$  com diferentes intervalos resultam da média ponderada dos valores estimados para cada intervalo.

onde:

$T = 9$  – rácios considerados estáveis ao longo dos 9 anos (2007 a 2015);

$T = 2/7$  – rácios considerados estáveis por um período de 2 anos e o outro de 7 anos (2007-2008 e 2009-2015);

$T = 1/8$  – rácios considerados estáveis por um período de 1 ano (2007) e um de 8 anos (2008-2015);

$T = 1/2$  – rácios considerados estáveis por um período de 1 ano (2007) e os restantes de 2 anos (2008-2009; 2010-2011; 2012-2013; 2014-2015); e

$T = 1$  – rácios considerados estáveis por períodos anuais.

Com base nas estimativas de  $\bar{Y}_j$  ao longo dos 14 anos, foram obtidos os prémios de risco esperados bem como a rendibilidade do índice de ações e obrigações pelas técnicas naïve. Os resultados são constatados pela Tabela 25, onde o Modelo I é o que regista o menor valor, de 7,75%. Segue-se o Modelo II com 8,63% e, por último, o

Modelo III, com 11,19% em termos anuais. Em contrapartida, a média do prémio de risco histórico é de 0,8143%.

**Tabela 25. Estimativas do PRM e excesso de rendibilidade histórica: 2007 a 2015, DJ Singapore TR.**

	Valor estimado
I: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_1 \sigma_t^2$	7,7489%
II: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_2 \sigma_t$	8,6287%
III: $\alpha_t - r_t = \bar{Y}_3$	11,1934%
Rendibilidade OT: $r(t)$	2,2861%
Rendibilidade DJ Singapore TR	3,1003%
Prémio de risco naïve	0,8143%

À partida, o Modelo I será novamente a melhor estimativa do prémio de risco, com o valor mais próximo do valor histórico, embora ainda com uma grande diferença de 693 pontos base. Isto mostra que existem preferências ao risco constantes por parte dos investidores.

Os mercados analisados apresentam semelhanças quanto ao mercado de ações, pois existe uma correlação positiva entre os mesmos. Isto significa que o ano de 2008 foi o que registou os valores mais negativos nos três mercados, consequência da grande crise financeira vivida por todos. Além disso, é possível concluir que os valores históricos são bastante discrepantes, o que é normal uma vez que houve um ajustamento a períodos de recessão. Por sua vez, a melhor estimativa parece estar voltada para o modelo I, que assume preferências agregadas ao risco constantes.

#### IV.4. Limitações do estudo empírico

Aquando da interpretação dos resultados, é necessário ter em atenção que o presente estudo padece de algumas limitações:

Comparativamente a estudos semelhantes, a análise incidiu num período temporal reduzido para a Zona Euro e EUA (14 anos) e ainda mais reduzida para a Ásia-Pacífico (9 anos), o que afeta a qualidade das estimativas obtidas;

Não foi utilizada nenhuma abordagem sofisticada na estimação do período de tempo ( $T$ ) no qual o rácio de recompensa pelo risco é tratado como relativamente constante;

O limite  $b$  foi considerado como infinito. Contudo, é uma limitação já que o comportamento dos investidores pode induzir a outros limites;

Obtenção de prémios de risco muito discrepantes e, em muitos casos, desvirtuados da realidade, pelo facto de se analisar um período afetado por crises financeiras;

Não sendo um estudo focado na determinação da variância, esta foi determinada tendo por base a fórmula utilizada no trabalho de Merton (1980);

Magnitude da variância para o mercado americano, uma vez que não foi possível efetuar ajustamento a efeitos de não transação;

Considerar o índice DJ Singapore Total Stock Market TR, do mercado de Singapura, como uma *proxy* do bloco económico Ásia-Pacífico.

## V. CONCLUSÃO

O prémio de risco de mercado é um parâmetro essencial para a determinação da rendibilidade exigida pelos detentores de capital. Quanto maior for o seu valor, maior será a rendibilidade exigida, uma vez que os investidores são avessos ao risco em contexto de incerteza.

Associado ao conceito, existem quatro abordagens comumente descritas na literatura, designadamente o prémio de risco histórico, o esperado, o exigido e o implícito, estando este último a ganhar cada vez mais destaque. Apesar disso, foi realizada uma análise histórica (ou ex-post) ao três grandes blocos económicos – Zona Euro, EUA e Ásia-Pacífico – com base na investigação de Merton (1980).

Em conformidade com Merton (1980), as estimativas para o prémio de risco apresentam-se corrigidas face aos problemas de não estabilidade da variância do mercado (modelo III). Além disso, é incluída uma restrição de não negatividade, fundamental para a teoria dos mercados financeiros, que considera que os ativos com risco detêm uma rendibilidade superior aos ativos sem risco, o que permite obter prémios mais estáveis. O limite  $b$  e a dimensão  $T$ , onde os rácios de recompensa pelo risco são tratados como constantes, revelam-se de extrema importância para melhores resultados. Contudo, estando  $b$  relacionado com a aversão ao risco por parte do investidor, não é possível determinar com rigor o seu valor, tendo sido considerado como infinito.

O modelo I assume preferências ao risco constantes, pelo que o prémio de risco varia com base na variância a cada momento de tempo. Por outro lado, o modelo II considera o preço de risco constante, sendo que o prémio de risco varia consoante o desvio-padrão de mercado a cada momento de tempo. Por último, o modelo III defende um prémio de risco constante ao longo do tempo, mesmo que a variância se altere. Assim sendo, o melhor modelo para estimar o prémio de risco depende da previsão do tipo de comportamento dos investidores.

Para qualquer um dos mercados em análise, e confrontando os resultados com as rendibilidades de excesso históricas, a evidência aponta para se assumir preferências agregadas ao risco estáveis ao longo do período, contudo esta é uma questão muito subjetiva. Na verdade, o prémio de risco verificado no passado é muito discrepante da melhor estimativa com base em dados históricos, pelo que leva a crer que houve um ajustamento aos períodos de recessão da amostra. Neste sentido, para o Zona Euro, é mais provável que a melhor estimativa do prémio a longo prazo ronde os 5,04% por ano. A média aritmética do prémio de risco histórico é de -2,38% a longo prazo, o que desde já se verifica que não é uma boa estimativa para o futuro, uma vez que não é racional aos olhos da teoria dos mercados financeiros. Admitir uma estimativa negativa, seria dizer que os investidores estão dispostos a pagar para contrair risco e, por isso, este estudo se torna relevante, mostrando o quão importante é introduzir uma restrição de não negatividade aos rácios de recompensa pelo risco. Atualmente, o prémio de risco deste mercado apontado pela *Reuters* tem variado entre 6,00% a 8,00%, contudo Patrick Moonen, no artigo intitulado *Eurozone equity risk premium much higher than US* defende um prémio de 6,50%, que por sua vez é superior ao prémio para o mercado americano. Isto vem confirmar os resultados obtidos para os EUA, de 4,91%. Este valor é muito próximo do apresentado por Fernandez (2016), de 5,30%, embora ligeiramente inferior. Já o prémio de risco pelas técnicas naïve é de apenas 0,62%. Finalmente, denota-se uma estimativa a longo prazo para o mercado asiático de 7,75%, contra um prémio histórico de 0,81%. Este valor encontra-se acima das expectativas de Fernandez (2016), de 5,90%, e de Damodaran (2016), de 5,33%. Com isto, acreditamos que o período histórico em análise teve repercussão nos resultados, já que foi selecionado o período imediatamente a seguir à crise de 2008, pelo que, se tivesse disponível um histórico superior, os resultados seriam mais próximos dos referidos. Para a zona euro e EUA, consideramos razoável as estimativas obtidas pelo modelo I, uma vez que os restantes modelos apresentam valores extremamente altos.

Doravante, uma investigação interessante passa por aplicar aos mercados analisados técnicas de estimação implícita, como o modelo de opção de Hsia (1991), que darão concerteza conclusões interessantes sobre a melhor estimativa de prémio a longo prazo.

## BIBLIOGRAFIA

- Alpalhão, R. e Alves, P. (2005). The Portuguese Equity Risk Premium: what we know and what we don't know. *Applied Financial Economics*, 15, 489-498.
- Bamberg, G., e Heiden, S. (2015). Another Look at the Equity Risk Premium Puzzle. *German Economic Review*, 16(4), 490-501.
- Bawa, V. S., Brown, S. e Klein, R. (1979). Estimation Risk and Optimal Portfolio Choice. Amsterdam, The Netherlands: North Holland.
- Black, F. (1976). Studies of stock price volatility changes. Proceedings of the 1976 Meetings of Business and Economic Statistics Section, *American Statistical Association*, 177-181.
- Booth, L. (1999). Estimating the Equity Risk Premium and Equity Costs: New Ways of Looking at Old Data. *Journal of Applied Corporate Finance*, 12(1), 100-112.
- Brigham, E.F. e Daves, P.R. (2007). Intermediate Financial Management. 7ª Edição, USA: Thomson/South-Western.
- Brigham, E.F. e Daves, P.R. (2014). Intermediate Financial Management. 12ª Edição, Canada: CENGAGE Learning.
- Campbell, John Y. (1991). A variance Decomposition for Stock Returns. *Economic Journal*, 101, 157-179.
- Campbell, John Y. (2008). Estimating the equity premium. *Canadian Journal of Economics*, 41(1), 1-21.
- Canova, F., e Nicoló, G. (2003). The properties of the equity premium and the risk-free rate: an investigation across time and countries. *IMF Staff Papers*, 50(2), 222-249.
- Ceria, S. e Stubbs, R. A. (2006). Incorporating estimation errors into portfolio selection: Portfolio construction. *Journal of Asset Management*, 7(2), 109-127.

- Claus, J. e Thomas, J. (2001). Equity premia as low as three percent? Evidence from analysts' earnings forecasts for domestic and international stock markets. *The Journal of Finance*, 56(5), 1629-1666.
- Cochrane, J. (1994). Permanent and Transitory Components of GNP and Stock Prices. *Quarterly Journal of Economics*, 109, 241-265.
- Constantinides, G. M. (2002). Rational asset prices. *The Journal of Finance*, 57(4), 1567-1591.
- Constantinides, G. M., Donaldson, J. B., e Mehra, R. (2002). Junior can't borrow: a new perspective on the equity premium puzzle. *Quarterly Journal of Economics*, 117(1), 269-296.
- Corrado, C. J. e Miller, T. W. (2006). Estimating expected excess returns using historical and option-implied volatility. *Journal of Financial Research*, 29: 95–112.
- Damodaram, A. (2006). On Valuation Security Analysis for Investment and Corporate Finance. Wiley, 2ª Edição.
- Damodaran, A. (2012). Investment valuation, Tools and Techniques for determining the value of Any Asset. Wiley, 3ª Edição.
- Damodaran, A. (2016). Equity risk premiums (ERP): Determinants, estimation and implications – The 2016 Edition. New York University: Stern School of Business.
- Demiguel, Victor, Garlappi, Lorenzo e Uppal, Raman (2009). Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy?. *Review of Financial Studies*, 22(5), 1915-1953.
- Dimson, E., Marsh, P., e Staunton, M. (2003). “Global Evidence on the Equity Risk Premium”, *Journal of Applied Corporate Finance*, 15(4), 27-38.
- Dimson, E., Marsh, P., e Staunton, M. (2016). Credit Suisse Global Investment Returns Yearbook 2016. Credit Suisse Research Institute.
- Donadelli, M. e Prosperi, L. (2011). The Equity Risk Premium: Empirical Evidence from Emerging Markets, *Working Paper*.

- Edwards, E. O. e Bell, P. W. (1961). *The Theory and measurement of business income*. University of California Press, Berkeley, Los Angeles, London. 7ª edição.
- Fama, E. e French, K. R. (1988). Permanent and temporary components of stock prices. *The Journal of Political Economy*, 246-273.
- Fama, E. e French, K. R. (1995). Size and Book-to-Market factors in earnings and returns, *Journal of Finance*, 50, 131-155.
- Fama, E. F., e French, K. R. (2002). “The equity premium”. *The Journal of Finance*, 57(2), 637-659.
- Fernandes, Ana Maria de Almeida (2013). “Prémio de risco histórico e implícito: uma aplicação ao Mercado de ações português”, Dissertação (Mestrado em Finanças), FEP.
- Fernandez, P., Linares, P. e Fernández Acín, I. (2014). Market Risk Premium used in 88 countries in 2014: A survey with 8,228 answers.
- Fernandez, P., Pizarro, A. e Fernández Acín, I. (2016). Market Risk Premium Used in 71 Countries in 2016: A Survey with 6,932 Answers.
- Goedhart, M., Koller, T., e Wessels, D. (2015). *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. 6ª Edição.
- Gordon, M. (1962). “The Investment, Financing and Valuation of The Corporation”, Homewood, IL. Irwin.
- Graham, John R., e Harvey, Campbell R. (2002). Expectations of the Equity Risk Premia, Volatility and Asymetry. *Working Paper*, Duke University.
- Graham, John R., e Harvey, Campbell R. (2015). The Equity Risk Premium in 2015.. *Working Paper*, Duke University.
- Harris, R.S. e Marston, F.C. (2001). The Market Risk Premium: Expectational Estimates Using Analysts’ Forecasts. *Journal of Applied Finance*, 11.
- Hsia, C. (1981). Coherence of the Modern Theories of Finance, *Financial Review*, Winter, 27-42.

- Hsia, C. (1991). Estimating a firm's cost of capital: an option pricing approach. *Journal of Business Finance & Accounting*, 18(2), 281-287.
- Ibbotson, R. e Sinquefeld, R. (1976). Stocks, bonds, bills, and inflation: Year-by-year historical returns (1926-74). *Journal of Business*, 49(1), 11-47.
- Jagannathan, R., McGrattan, R. E., e Scherbina, A. (2000). The declining U.S. equity premium. *Quarterly Review Federal Reserve Bank of Minneapolis*, 24(4), 3-19.
- Jorion, P., e Goetzmann, W. N. (1999). Global stock markets in the twentieth century. *Journal of Finance*, 54(3), 953-980.
- Kar-Gupta, Sudip (2016). GRAPHIC-Euro zone stocks appear riskier proposition than U.S.. *Reuters*, 7 de setembro.
- Kocherlakota, N.R. (1996). The Equity Premium: It's Still a Puzzle. *Journal of Economic Literature*, 34, 42-71.
- Lettau, M., Ludvigson, S. C. e Wachter, J. A. (2007). "The Declining Equity Risk Premium: What Role does Macroeconomic Risk play?". *Review of Financial Studies*, 21, 1653-1687.
- McGrattan, E. R., e Prescott, E. C. (2005). Taxes, regulations and the value of U.S. and U.K. corporations. *Review of Economic Studies*, 72(3), 767-796.
- McNulty, J., Schulze, T. e Lubatkin, M. (2002). What is Your Real Cost of Capital?, *Harvard Business Review*, 114-121.
- Mehra, R. (2003), "The Equity Premium: Why is it a Puzzle?", *Financial Analysts Journal*, 59, 54-69.
- Mehra, R. e Prescott, E. C. (2003). The equity premium in retrospect. In: G. M. Constantinides, M. Harris e R. Stulz (eds.): *Handbook of the Economics of Finance*. Amsterdam, Netherlands: North-Holland.
- Mehra, R., e Prescott, E. C. (1985). The equity premium: A puzzle. *Journal of Monetary Economics*, 15(2), 145-161.

- Merton, R. C. (1973). Theory of rational option pricing. *The Bell Journal of economics and management science*, 141-183.
- Merton, R. C. (1980). “On Estimating the Expected Return on the Market, an Exploratory Investigation”. *Journal of Financial Economics*, 8, 323-361.
- Moonen, Patrick (2016). Eurozone equity risk premium much higher than US. Investment Europe. 30 de agosto.
- Neves, J. (2002). Avaliação de Empresas e Negócios. McGraw-Hill, Lisboa.
- Ohlson, J.A. (1995). Earnings, Book Values, and Dividends in Equity Valuation. *Contemporary Accounting Research*, 11, 661-687.
- Pastor, L., e Stambaugh, R. (2001). The equity premium and structural breaks. *Journal of Finance*, 56(4), 1207-1239.
- Roll, R. (1977). “A critique of the asset pricing theory's tests”, *Journal of Financial Economics*, 4, 129-176.
- Ross, S. A. (1976). The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory*, 13, 341-360.
- Rozeff, M. S. (1984). Dividend yields are equity risk premiums. *Journal of Portfolio management*, 68-75.
- Salomons, R., e Grootveld, H. (2003). The equity risk premium: emerging vs. developed markets. *Emerging Markets Review*, 4(2), 121-144.
- SBBI Ibbotson (2016). Classic Yearbook, Market Results for Stocks, Bonds, Bills and Inflation 1926-2016.
- Schwert, G. W. (1989). Why does stock market volatility change over time?. *The journal of finance*, 44(5), 1115-1153.
- Schwert, W. (1990). Indexes of US Stock Prices from 1802 to 1987. *Journal of Business*, 63, 399-426.

Vivian, A. (2005). The Equity Premium: 101 Years of Empirical Evidence from the UK. University at Durham.

Welch, I. (2000). Views of Financial Economists on the Equity Premium and on Professional Controversies. *Journal of Business*, 73, 501-537.

Welch, I. (2001). The Equity Premium Consensus Forecast Revisited. Cowles Foundation *Discussion Paper No.* 1325.

Welch, I. e Goyal, A. (2008). A comprehensive look at empirical performance of equity premium prediction. *Review of Financial Studies*, 21(4), 1455-1508.