Cones, cilindros, esferas e festividades, qual a ligação?

12 ensino Correio dos Açores, 5 de Novembro de 2015

Cones, cilindros, esferas e festividades, qual a ligação?

Por: Helena Sousa Melo

cone reto
cilindro reto
esfera
cone
planificações
cilindro
cone oblíquo
cilindro oblíquo
superfície esférica

Helena Sousa Melo

hmelo@uac.pt

Professora do Departamento de Matemática

da Universidade dos Açores

Publicado no jornal "Correio dos Açores" em 5 de novembro de 2015, ensino, página 12

Como sabemos, os sólidos são objetos tridimensionais que, se quisermos ser mais específicos, definimos como uma parte compacta do espaço real e de interior não vazio.

Os sólidos geométricos, consoante as suas características, dividem-se em dois grandes grupos que denominamos de poliedros e não poliedros. O poliedro é caracterizado por ter todas as faces planas, essas faces são os polígonos, e o não poliedro é caracterizado por possuir pelo menos uma superfície curva.

Um sólido geométrico poliedro, ou simplesmente poliedro, é constituído por vértices, arestas e faces. Os vértices são os pontos comuns a três ou mais arestas. As arestas são segmentos de reta que resultam da interseção de duas faces vizinhas. As faces são as superfícies planas, polígonos, que delimitam o sólido.

Os Poliedros são nomeados de acordo com o número das suas faces. Um poliedro de 4 faces é denominado de tetraedro, o de 5 faces de pentaedro, etc. Observamos que o termo poliedro é a junção das palavras gregas *poli* (muitos) e *edro* (faces).

Podemos ainda classificar os poliedros como *Prismas* ou *Pirâmides*. Os prismas são os poliedros que possuem duas faces paralelas, consideradas bases, e as suas demais faces são paralelogramos ou retângulos. O polígono da base fornece elementos para a denominação completa do prisma. Por exemplo, se a base é um hexágono, o poliedro é denominado *prisma hexagonal*. As pirâmides possuem todas as suas faces laterais triangulares, e a face da base pode ser um polígono qualquer. A base da pirâmide contribui para a sua restante denominação. Por exemplo, se a base é um pentágono, o poliedro é denominado *pirâmide pentagonal*.

Se as faces laterais de um prisma são retângulos, e as da pirâmide são triângulos isósceles, esses poliedros são ditos *retos*, caso contrário são chamados de *oblíquos*. Assim, devemos ter muita atenção ao denominar um poliedro, observando bem todas as suas características.

Como nos poliedros, em que podemos catalogá-los de acordo com algumas das suas características, nos sólidos não poliedros podemos classificá-los consoante serem, ou não, gerados por rotação. Os cones, os cilindros e as esferas são exemplos de sólidos não poliedros que, de acordo com a posição do seu eixo em relação à sua base, podem ser considerados como sólidos geométricos de revolução. Vamos entender, em pormenor, a denominação de ser um sólido de revolução.

Iniciemos a nossa digressão com o cone. Um cone é um sólido geométrico constituído por uma base circular, em geral um círculo de raio, (r), e por segmentos de reta que possuem um extremo num ponto comum, o vértice do cone, e um extremo na circunferência da base. Esses segmentos são denominados de geratrizes, (g). O cone possui uma altura (h) que é a distância do seu vértice ao plano que contém a sua base, e um eixo que é o segmento com extremos no vértice e no cento do círculo da base. Dependendo da posição do seu eixo em relação à base, um cone pode ser classificado em cone reto, ou cone oblíquo.

Num *cone reto*, o eixo é perpendicular à base, ou seja, o comprimento do eixo é igual a altura do cone. Assim, obtemos todas as geratrizes com o mesmo comprimento. Como a altura do cone não se modifica, todas as geratrizes são geometricamente iguais, e o raio é constante, o cone é denominado de *cone de revolução*. O cone recebe esse nome porque é obtido pela rotação, de 360 graus, de um triângulo retângulo, de hipotenusa igual a geratriz, em torno de um dos seus catetos, a altura, ou pela rotação, de 180 graus, de um triângulo isósceles, em torno da sua altura em relação a base, tendo por lados também as geratrizes. No cone oblíquo, o eixo não é perpendicular à sua base.

Passemos ao cilindro. Um cilindro é um sólido geométrico constituído por duas bases circulares paralelas de raio (r) e segmentos de reta, denominados de geratriz (g), que possuem um extremo em cada uma das circunferências das bases. O cilindro possui uma altura (h), que é a distância entre as suas bases, e um eixo que é o segmento com extremos nos centros de cada um dos círculos das bases. Dependendo da posição do seu eixo, em relação à base, um cilindro pode ser classificado em cilindro reto, ou cilindro oblíquo.

Num *cilindro reto*, o comprimento do eixo é igual a sua altura e todas as geratrizes possuem o mesmo comprimento que a altura. Como todas as geratrizes são geometricamente iguais à altura e como o raio é constante, o cilindro é denominado de *cilindro de revolução*. O cilindro recebe esse nome porque é obtido pela rotação, de 360 graus, de um retângulo, que tem por comprimentos dos seus lados a medida do raio da base e a medida da altura do cilindro, em torno da sua altura, ou pela rotação, de 180 graus, de um retângulo em torno do segmento formado pelos pontos médios de dois lados oposto que são as bases. No cilindro oblíquo, o eixo não é perpendicular às suas bases.

Antes de falarmos da esfera, observamos que quer um cone, quer um cilindro, podem possuir uma base elíptica ao invés de circular e, nesse caso, são denominados de *cone elíptico*, ou *cilindro elíptico*, respetivamente.

A esfera é um sólido geométrico que não possui qualquer tipo de base. A esfera é um sólido geométrico formado por uma superfície curva contínua, a *superfície esférica*, e por todos os seus pontos interiores. Assim, todos os pontos de uma esfera estão a uma distância igual, ou inferior, a determinado ponto fixo que é denominado de *centro da esfera*. Obtemos a superfície esférica quando todos os pontos estão a uma mesma distância do centro da esfera. O raio (r) de uma esfera é a distância de um dos pontos da superfície esféria até ao seu centro.

Como podemos obter uma esfera através da rotação completa de 360 graus de um semicírculo em torno do seu diâmetro, ou a rotação de 180 graus de um círculo em torno de um dos seus diâmetros, a esfera é também um sólido de revolução. Se a rotação for de uma semicircunferência, ou de uma circunferência, nas condições anteriores, obtemos uma superfície esférica.

Após tanta informação matemática, vamos a um momento de descontração. Com a aproximação das festividades natalícias podemos utilizar todo este conhecimento para a construção de alguns adereços. Por exemplo, com o cone podemos fazer “anjinhos”, “árvores de Natal”; com o cilindro, “caixas de presentes”, “velas decoradas”; e com a s esferas e superfícies esféricas, muitos “enfeites de Natal”.

Se quisermos pintar todas essas construções, temos que ter a noção da sua área total. As fórmulas conhecidas para o cálculo da área são relativas aos cones e cilindros, de base circular e que são retos. Nesse seguimento, a área das bases é igual a área do círculo, ou seja, Pi multiplicado pelo seu raio ao quadrado, em que no cone é igual a Pi.r.r e no cilindro, 2.Pi.r.r, pois há duas bases. Por sua vez, as fórmulas para o cálculo da área da superfície lateral são Pi.r.g e 2Pi.r.g, respetivamente para o cone e o cilindro, onde g é a geratriz relativa ao sólido considerado. Chamamos a atenção que a planificação da lateral de um cone é um setor circular e a do cilindro é um retângulo de lados 2Pi.r, perímetro do círculo, e g, geratriz do cilindro. Obviamente a área total é a adição das duas áreas, da base e lateral.

Se quisermos saber os seus volumes, utilizamos o valor da área da base de cada sólido. Assim, para o cone o volume é igual a um terço da área da base pela altura, ou seja, Pi.r.r.h/3 e para o cilindro, o volume é igual a área da base pela altura, isto é, Pi.r.r.h. Notamos aqui uma relação entre os seus volumes.

Na esfera, a área da superfície esférica é dada pela fórmula 4.Pi.r.r, ou seja, o quádruplo do produto de Pi pelo quadrado do raio, e a do volume da esfera é dada pela fórmula 4.Pi.r.r.r/3, isto é, quatro terços do produto de Pi pelo cubo do seu raio.

Como notamos a ligação entre o cone circular reto, o cilindro circular reto e a esfera é a de todos serem sólidos de revolução e de servirem como modelo para várias construções decorativas em diversas festividades.

Boas construções!