

A Trigonometria, da história à sua importância

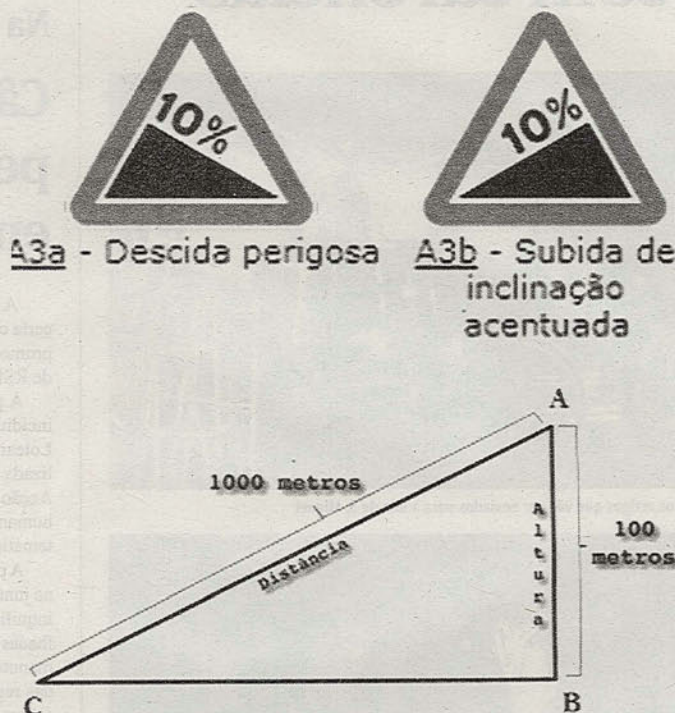


João Cabral*

Atualmente nas escolas portuguesas, principalmente nas de ensino básico e secundário, um dos terrores dos alunos dá pelo nome de Trigonometria. Uma ramificação da Matemática que provoca sérias dores de cabeça a quem enfrenta um exame nacional ou um teste de Matemática. Mas não deveria ser assim, pois esta ciência tem tanto de belo como de aplicável no quotidiano, remontando as suas origens ao momento em que o ser humano começou por sentir a necessidade de medir.

O início da ciência que conhecemos agora por Trigonometria nada mais é do que uma coleção de conhecimentos em que o ser humano tem necessidade de aplicar unidades de medida e em que existe a possibilidade de criar relações entre as mesmas. Da necessidade, sempre presente, de transmitir às gerações futuras conhecimentos obtidos da resolução de problemas com origem na Astronomia, em medidas de terrenos, nas navegações, etc, por volta do século V/IV a.C. começou-se a registar este conhecimento, para memória futura, que hoje designamos por Trigonometria. A sua importância começou a ser notada, pois muitos destes conhecimentos eram uma ferramenta indispensável e bastante útil na realização de construções, na elaboração de estudos astronómicos, no cálculo da largura de rios e distância entre pontos da superfície terrestre, bem como no cálculo de alturas de objetos naturais inacessíveis ao ser humano tais como a determinação da altura de montanhas e árvores de grande porte. Todo este conhecimento foi conseguido, e ainda hoje em dia continua a ser, através das aplicações numéricas que resultam da razão entre dois números, sendo estes os valores do comprimento dos lados de um triângulo retângulo. Em especial o lado maior de um triângulo retângulo é designado por hipotenusa, enquanto os outros dois são designados por catetos. Assim nasceu a Trigonometria, do grego *tri*=Três, *gonon*=Ângulo e *metria*=Medida, a ciência baseada em medidas de ângulos de um triângulo.

No famoso papiro Rhind ou Ahmes escrito por volta de 1650 a.C., um dos mais importantes documentos históricos matemáticos do antigo Egito, podemos encontrar alguns problemas que envolviam ideias trigonométricas, assim como



na tábua Babilónica Plimpton 322, escrita em cuneiforme, em forma de cunha, aproximadamente em 1900-1600 a.C., surge já relações baseadas nas medidas dos lados do triângulo retângulo: a construção dos termos pitagóricos. Estes documentos estão entre os primeiros registos históricos do estudo dos triângulos e ideias de Trigonometria. O astrónomo Hiparco de Niceia (cerca de 190 a.C. – 120 a.C.) passou a ser chamado o pai da Trigonometria pois na segunda metade do século I a.C. criou um tratado composto por 12 livros sobre a construção de uma tabela trigonométrica, com valores de uma série de ângulos, usando ideias herdadas dos Babilónios, que consistia na divisão do círculo em 360 partes iguais e a divisão do grau em 60 minutos de 60 segundos, para aplicação nos estudos e problemas de Astronomia. Uma outra obra de grande importância na Trigonometria foi a *Syntaxis matemática*, de 13 livros, escrita por Ptolomeu de Alexandria, muito famosa entre o povo árabe que a designavam por *Almajesto* – a maior! A importância da obra de Ptolomeu (ano 90 – ano 168), como manual de consulta obrigatória por astrónomos de todo o mundo, vingou até ao século VIII quando os cientistas começaram a dar mais atenção às obras de Trigonometria do povo Hindu que já usavam o *Siddhanta* – sistemas de astronomia, um conjunto de textos matemáticos Indianos

do final do século IV. Durante algum tempo os árabes vacilaram entre a trigonometria de Ptolomeu e a do povo Hindu, que apesar de produzir os mesmos resultados, tinham uma teoria e conceção ligeiramente diferentes. Foi então que entre os anos 850 e 929, que o matemático árabe Al-Battani acabou com este conflito, adotando a Trigonometria Hindu e introduzindo uma valiosa inovação – o círculo de raio unitário, que permitiu avanços significativos no estudo das propriedades do triângulo retângulo. Nessa altura, com o avanço dos estudos, houve a necessidade de criar uma nova unidade de medida para a amplitude de um ângulo, para além do grau, tendo nascido o radiano, uma medida intimamente relacionada com os arcos do círculo unitário.

A Trigonometria nos nossos dias é uma ferramenta bastante poderosa e é usada em muitas áreas do saber, contando-se inúmeras aplicações do seu uso nos mais modernos instrumentos tecnológicos de medida, bem como em ciências de Cartografia, Sistemas de Informação Geográfica, Biologia, Geologia e até mesmo na Economia, para obtenção de resultados nos mais variados problemas. Muitos dos instrumentos que usamos no nosso dia a dia, apesar de já contarem na sua concepção de fusões entre a Trigonometria e outras ciências, a génese da Trigonometria está sempre presente. Temos o exemplo

do velho Astrolábio, construído pelo povo Português, usando apenas conceitos básicos de trigonometria, e o já muito moderno Radar, utilitário indispensável na resolução de muitos problemas, em cuja conceção poderemos encontrar uma fusão entre a Trigonometria e muitas outras ciências, mas que sem o entendimento da Trigonometria não poderia ter sido criado pelo homem.

O entendimento da Trigonometria resume-se a perceber que tipo de relações existe entre os comprimentos de um lado de um triângulo retângulo, as razões entre estes e os seus ângulos internos. Imagine-se um triângulo com três vértices A, B e C, sendo o ângulo de vértice em B, um ângulo reto. Assim temos que os lados [AB] e [BC] são os catetos deste triângulo retângulo e o lado [AC] é a hipotenusa, o lado maior do triângulo. Vamos chamar alpha ao ângulo com vértice em C e beta ao ângulo com vértice em A. Ao valor que se obtém dividindo o comprimento do lado [BC] pelo comprimento do lado [AC] chamamos Coseno do ângulo alpha e escreve-se $\cos(\alpha)$. Ao valor que se obtém dividindo o comprimento do lado [AB] pelo comprimento do lado [AC] chamamos de Seno do ângulo alpha e escreve-se $\sin(\alpha)$. Uma muito famosa propriedade entre estas entidades, que é conhecida por Teorema de Pitágoras, resume-se à igualdade válida para todo o triângulo retângulo $\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$. Ao resultado da divisão entre o Seno do ângulo alpha e o Coseno do ângulo alpha chamamos Tangente do ângulo alpha.

Nos muitos sinais que regulam o trânsito em Portugal podemos encontrar um, que até é de forma triangular, que nos dá a informação de “subida de inclinação acentuada” e que apresenta um 10% escrito no seu interior. Mas o que significa de facto o valor 10%? A explicação é simples e é baseada na Trigonometria de um triângulo retângulo, estando até representado a preto no interior do sinal. O valor 10% representa o ganho em altitude ao longo do percurso. Ou seja, por cada 1000 metros percorridos estamos 100 metros mais altos, em relação à altura da anterior posição. Se usarmos as razões trigonométricas presentes no triângulo retângulo até podemos determinar o valor α desta inclinação, em graus, resolvendo a equação trigonométrica $10\% = \sin(\alpha)$. O valor da Tangente desta inclinação α recebe o nome de declive.

*Diretor do CMATI
Centro de Matemática Aplicada
e Tecnologias de Informação
Departamento de Matemática
Universidade dos Açores