

# Um hexagrama místico – o Hexagrama de Pascal



Helena Sousa Melo\*

O hexagrama do qual iremos tratar foi descoberto por Blaise Pascal, com a idade de 16 anos. Este hexagrama aparece num artigo que Pascal escreveu, e publicou, sobre secções cônicas intitulado “Essai pour les coniques” baseado no seu estudo da obra do matemático, arquitecto e engenheiro militar francês Girard Desargues (1591 — 1661), considerada como um clássico na geometria projectiva sintética. Mas antes de abordarmos o Hexagrama de Pascal, vamos inicialmente conhecer um pouco da vida deste prodigioso matemático.

Blaise Pascal (19/06/1623 — 19/08/1662) foi um físico, matemático, filósofo moralista e teólogo francês, filho de um professor de matemática, Étienne Pascal. Como perdeu a sua mãe muito cedo, seu pai orientou-lhe na educação, proporcionando conhecimentos também em história, geografia e filosofia. O seu talento para a ciência destacou-se precocemente levando, em 1632, a família para Paris, onde ele se dedica ao estudo da matemática e três anos depois, deduz 32 proposições de geometria criadas por Euclides de Alexandria (cerca de 300 a.C.). Indubitavelmente, Blaise Pascal contribuiu para a criação de dois novos ramos da matemática: a Geometria Projectiva e a Teoria das Probabilidades, interessando-se também pelo cálculo infinitesimal, o cálculo diferencial e integral. Assim, a partir de 1653, juntamente com Pierre de Fermat (1601 – 1665), um advogado francês e interessado pela matemática, estabeleceu as bases da teoria das probabilidades e da análise combinatória. Pascal descobriu no triângulo aritmético várias relações entre seus componentes, bem como a sua conexão com a teoria das probabilidades, por isso o triângulo recebeu o seu nome. Neste triângulo as diagonais de fora são formadas pelo número “1” e os restantes números são a soma dos números da linha anterior. Por exemplo, o número 15 que aparece na 7.ª linha do triângulo aritmético é a soma de 5 com 10, ou de 10 com 5, que aparecem na sua

6.ª linha (vide imagem). O triângulo apresenta muitas propriedades matemáticas, onde podemos referir o caso da soma dos números de cada linha ser igual a uma potência de base 2. Verifiquemos, por exemplo, a 5.ª linha em que estão os números 1, 4, 6, 4, 1, temos que  $1+4+6+4+1 = 16$ , e  $16 \text{ é } 2 \times 2 \times 2 \times 2$ .

Pascal também destacou-se no campo da Física realizando experiências sobre sons, bem como estudos sobre a mecânica dos fluidos, pesquisas sobre o vácuo e a pressão atmosférica, entre outras, e aperfeiçoou o barómetro do físico e matemático italiano Evangelista Torricelli (1608 – 1647).

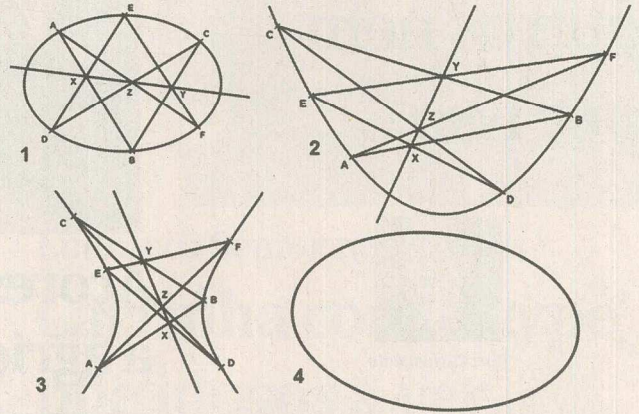
Blaise Pascal foi o criador de uma das primeiras calculadoras mecânicas, a Pascaline, máquina que desenvolveu entre 1642 e 1645, para efectuar as operações de adição e subtração, auxiliando o trabalho de seu pai como agente fiscal.

Em finais de 1654, Pascal abandonou as ciências e dedicou-se à Filosofia e à Teologia. É de sua autoria a seguinte frase: “O coração tem suas razões, que a própria razão desconhece”. Como teólogo e escritor teve destaque como um dos mestres do racionalismo e do irracionalismo modernos. A grande contribuição de Pascal para a Filosofia da Matemática veio com “Do Espírito Geométrico”, originalmente escrito para ser o prefácio de um livro de geometria. Também destacou-se na literatura

				1								
					1							
			1		3		1					
		1		4		6		4		1		
	1		5		10		10		5		1	
1		6		15		20		15		5		1

sendo considerado um dos mais importantes autores do período clássico francês e da prosa francesa.

Em honra às suas contribuições científicas, o nome Pascal foi dado à unidade Sistema Internacional de pressão, a uma linguagem de programação, à um princípio da hidrostatica e ao triângulo aritmético. A sua contribuição mais influente foi na teoria da probabilidade, originalmente aplicada aos jogos de azar,



mas que hoje é muito importante na Ciência Atuarial.

Apesar de sua curta vida deixou-nos um grande legado e entre eles o hexagrama que agora passamos a descrever.

O Hexagrama de Pascal é uma figura com seis vértices inscrita numa cónica possuindo propriedades matemáticas. Na verdade é uma generalização do Teorema do Hexágono de Pappus de Alexandria (cerca de 290 d.C – 350 d.C.), sendo o próprio Hexagrama de Pascal um teorema, ou seja, uma afirmação que pode ser provada como verdadeira através de outras afirmações verdadeiras.

As cônicas, onde o hexagrama é

Pascal, iremos construir um hexagrama inscrito numa cónica, quer elipse (1), quer parábola (2), quer hipérbole (3), considerando seis pontos quaisquer da cónica, os vértices do hexagrama, que denotaremos por A, B, C, D, E e F, e consequentemente seis segmentos de reta, que denotaremos por [AB], [BC], [CD], [DE], [EF] e [AF], que formaram os seus lados.

Este hexagrama é considerado místico porque os três pontos de intersecção de cada par das retas suportes dos lados opostos, (AB e DE), (AF e DC) e (BC e EF) estão numa mesma reta, ou seja, se o ponto X for a intersecção das retas suportes CD e AF, então os pontos X, Y e Z estão na mesma reta, denominada reta de Pascal. (vide imagem).

Observamos que dados três pontos quaisquer, a construção de uma reta passando pelos três pontos não é sempre possível.

O misticismo por sua natureza, quer numérico, quer geométrico, tem uma delicada ligação com a matemática. O Hexagrama de Pascal é um exemplo que, para além do surpreendente resultado que descrevemos, possui muitas outras relações matemáticas. Experimente construir o seu hexagrama místico na cónica apresentada (4) e comprove este fascinante resultado.

inscrito, são, em geometria, curvas geradas pela intersecção de planos que atravessam um cone. Por exemplo, em linhas gerais, se o plano que atravessa o cone for paralelo à sua geratriz obtemos as parábolas, se o plano for perpendicular à base do cone temos as hipérbolés e nos outros casos, obtemos as elipses. Cada uma dessas curvas tem uma história própria que poderemos contar em outra oportunidade.

Para obtermos o Hexagrama de

\*Professora Auxiliar  
Centro de Matemática Aplicada e  
Tecnologias de Informação  
Departamento de Matemática  
Universidade dos Açores