

Estratégia e a Teoria dos Jogos



João Cabral*

A 24 de Outubro de 1147, o primeiro rei português, D. Afonso Henriques, conquistava a cidade de Lisboa aos Mouros. No ano de 1945, no dia 24 de Outubro, após o termo da segunda guerra mundial, foi criada a Organização das Nações Unidas (ONU). Dois eventos que estão separados no tempo por quase 800 anos de diferença, mas no entanto partilham algo em comum. O denominador comum da sua existência é o conceito de Estratégia. Foi a brilhante estratégia militar que D. Afonso Henriques usou que possibilitou a conquista da cidade de Lisboa, quando os Mouros pensavam que as suas defesas seriam suficientes, aliadas às características geográficas do local, para repelir qualquer ataque da jovem nação que se estava a formar a norte das suas fronteiras. No fim da segunda guerra mundial, após o mundo ter sido dilacerado por todo o tipo de ódios que levaram os povos a guerrear entre si, foi criada a ONU suportada por uma visão estratégica de paz, na área política, de modo a evitar futuros confrontos entre as nações.

No nosso dia-a-dia usamos frequentemente todo o tipo de estratégias para resolver problemas que se nos deparam, com o objetivo fundamental de obter uma solução que seja satisfatória para todas as partes que estejam incluídas no problema, gerando-se um equilíbrio. No geral, o conceito de Estratégia, é uma forma de pensar no futuro, integrando-se em processos decisórios, tomando-se como base procedimentos formalizados, produzindo algum tipo de resultado de forma articulada. A palavra Estratégia deriva da palavra grega *stratēgōs*, que resulta de *stratos* (exército) e *ago* (liderança ou comando). Na época da democracia ateniense era a designação atribuída ao general pois o seu significado estava ligado à arte que só o general possuía, a de comandar. Atualmente, a palavra "estratégia" é usada frequentemente na vida empresarial e encontra-se de forma abundante na literatura da especialidade. A primeira vista parece ser um conceito estabilizado, de sentido consensual e único, de tal forma que se dispensa sempre uma definição do conceito de "Estratégia" quando falamos do mesmo. Mas, no entanto, falar em "estratégia" pode não ser consensual o seu significado, pois esta é usada não só apenas na Economia, mas também na Matemática, na Ciência Política, na Filosofia, no Jornalismo, etc. O sucesso é o elemento fundamental da estratégia, o que define por si só, se usamos ou não uma boa estratégia. Tendo como berço a área militar, a estratégia não se confinou apenas aos objetivos bélicos, fazendo parte, hoje em dia, da área dos negócios, da política ou até mesmo da arte de pensar que é a

	Jogador 2 escolhe esquerda	Jogador 2 escolhe direita
Jogador 1 escolhe para cima	4, 3	-1, -1
Jogador 1 escolhe para baixo	0, 0	3, 4

Um jogo na forma normal

Matemática.

Uma das áreas, no grande mundo da Matemática, que depende exclusivamente da existência de uma boa ou má estratégia, é a Teoria dos Jogos. A Teoria dos Jogos é um ramo da Matemática Aplicada que estuda situações estratégicas onde jogadores escolhem diferentes ações na tentativa de melhorar o seu retorno. Esta teoria inicialmente foi criada para ser mais uma ferramenta de auxílio na compreensão de certos fenómenos económicos, mas depressa se expandiu para outras áreas, pois tem como suporte modelos, que de certa forma são modelos matemáticos criados a partir do rigor do método científico, que são facilmente adaptados a todas as situações em que as premissas são equivalentes ou com o mesmo significado. A partir de 1970 a teoria dos jogos começou a ser aplicada no estudo do comportamento animal, incluindo-se a evolução das espécies; na ciência política; na ciência militar moderna; na ética; na filosofia; e mais recentemente na ciência da computação, onde tem sido imprescindível nos avanços da inteligência artificial e cibernética. A Teoria dos Jogos tornou-se um ramo proeminente da Matemática nos anos 30 do século XX, especialmente depois da publicação, em 1944, de *The Theory of Games and Economic Behavior* de John von Neumann e Oskar Morgenstern, e os resultados desta teoria tanto podem ser aplicados a simples jogos de entretenimento como a aspetos significativos da vida em sociedade. Para além do interesse académico, a teoria dos jogos vem recebendo, cada vez mais, a atenção da cultura popular, atingindo um apogeu mediático no filme *Uma mente brilhante*, de 2001, um filme biográfico da vida de John Nash, vencedor do prémio nobel da Economia em 1994. Na sétima arte, a teoria dos jogos também foi tema central no filme clássico *Jogos de Guerra*, de 1983.

Os jogos estudados pela Teoria são ob-

jetos especificados por um número listado no vértice e os pagamentos são especificados na parte inferior da árvore. Na figura presente neste artigo apresento um exemplo de um jogador 1 que segue duas estratégias F e U que são vistas pelo jogador 2, e depois vai optar pela estratégia A ou R. Se por exemplo, o jogador 1 optar pela estratégia U, e o jogador 2 optar pela estratégia A, então o jogador 1 tem um ganho de +8 e o jogador 2 tem um ganho de apenas +2.

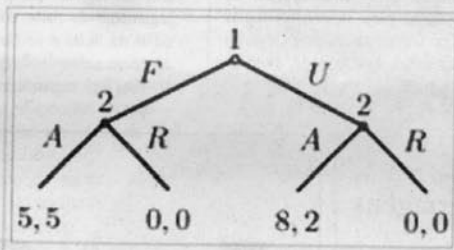
Existem vários tipos de jogos, sendo classificados como (1) jogos simétricos e assimétricos; (2) jogos de soma zero ou diferente de zero. Os jogos são geralmente executados de forma simultânea ou sequencial com base em informação perfeita ou imperfeita e podem assumir caráter infinitamente longo.

Um jogo simétrico é aquele no qual os pagamentos para os jogadores, seguindo uma determinada estratégia, só dependem da estratégia utilizada e não de quem está jogando. Um exemplo clássico é o jogo do dilema do prisioneiro.

Um jogo de soma zero, onde se inclui jogos como o Xadrez, o Go ou o Póquer, são jogos onde o benefício para todos os jogadores, para cada combinação de estratégias, sempre somam zero. Ou seja, um jogador só lucra com base no prejuízo do adversário.

Nos jogos simultâneos, tal como o nome indica, os jogadores jogam simultaneamente, e nos sequenciais as jogadas são executadas por uma determinada ordem específica. Se todos os jogadores conhecerem todos os movimentos prévios dos seus adversários então dizemos que estamos na presença de um jogo de informação perfeita, caso contrário dizem-se de informação imperfeita. Um jogo é dito de infinitamente longo, quando existe a possibilidade de este se perpetuar em número de jogadas até ao infinito. Se por acaso, num determinado jogo existir esta possibilidade normalmente existe uma regra que implica o termo do jogo ao fim de um número finito de jogadas. Temos como exemplo a situação no Xadrez de um rei contra um rei, e no jogo das damas de uma dama contra uma dama. Ambas as situações originam situações de empate, que se não fossem descritas nas regras logariam um número infinito de jogadas por parte dos jogadores.

No domínio académico da investigação, o estudo da Teoria dos Jogos, centra-se em particular num conjunto de estratégias conhecidas como equilíbrio, sendo a mais conhecida o equilíbrio de Nash. Um conjunto de estratégias é um equilíbrio de Nash se cada estratégia usada por um jogador representa a melhor resposta para a estratégia usada pelo adversário.



Um jogo na forma extensiva

jetos matemáticos bem definidos. Um jogo consiste de jogadores, um conjunto de movimentos (ou estratégias) disponíveis para estes jogadores, e uma definição de pagamento para cada combinação de estratégia. Existem duas formas de representação dos jogos: a forma normal e a forma extensiva.

O jogo normal é representado em forma de uma matriz, na qual são representados os jogadores, estratégias e pagamentos. No caso de dois jogadores, um escolherá as linhas e o outro as colunas desta matriz. Nos pagamentos, os ganhos são representados por valores numéricos positivos, e as perdas são representadas por valores numéricos negativos. No nosso exemplo, apresentado na figura, quando o jogador 1 escolhe para cima e o jogador 2 escolhe esquerda o jogador 1 tem um ganho +4 e o jogador 2 tem um ganho +3. Caso o jogador 1 escolha para cima e o jogador 2 escolha direita ambos têm uma perda de -1. Quando um jogo é apresentado na forma normal, presume-se que cada jogador atue de forma simultânea, ou pelo menos que não conheça a ação dos opositores. Se os jogadores possuem alguma informação acerca das escolhas dos outros jogadores, o jogo é habitualmente representado na forma extensiva.

A forma extensiva é usada para capturar jogos onde a ordem é importante. Normalmente assente na grande área da Matemática, da Teoria dos Grafos, os jogos são apresentados em forma de árvore. Cada vértice, nodo, ou ponto de ligação, representa um ponto de decisão para um jogador. O joga-

*Professor do Departamento de Matemática da Universidade dos Açores, Diretor do Centro de Matemática Aplicada e Tecnologias de Informação jcabral@uaac.pt