

Matemática Recreativa:

Pontos e Quadrados



RICARDO CUNHA TEIXEIRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DOS AÇORES,
RICARDO.EC.TEIXEIRA@UAC.PT

O Pontos e Quadrados é um jogo tradicional de origem desconhecida. Joga-se em muitas partes do mundo, onde assume diferentes designações. É provável que o leitor já tenha jogado o Pontos e Quadrados no decorrer da sua infância, mesmo que o conheça por outro nome.

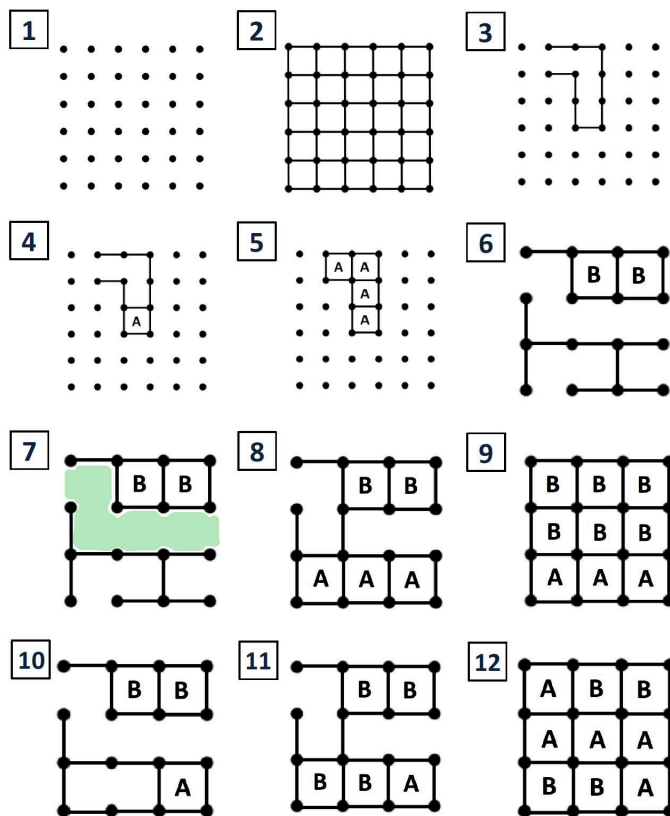
Um dos motivos que justifica a popularidade deste jogo tem a ver com o facto de não necessitar de material sofisticado, apenas é preciso lápis e papel. Deve-se desenhar na folha de papel um conjunto de pontos com distribuição retangular, ou seja, os pontos devem estar alinhados na horizontal e vertical, por linhas e colunas, formando uma malha retangular. Em alternativa, pode-se usar papel pontilhado que cumpre o mesmo objetivo. Normalmente, considera-se uma distribuição quadrangular de pontos. Na Figura 1, apresenta-se uma distribuição usada com frequência. Se pensarmos nos quadrados que se formam unindo esses pontos (Figura 2), estamos a considerar uma malha 5x5, com 5 linhas e 5 colunas de quadrados.

As regras deste jogo são bastante simples. Alternadamente, cada jogador une dois pontos vizinhos com um segmento de reta horizontal ou vertical. Quando um dos jogadores completa um quadrado, escreve a sua inicial no interior do quadrado e joga outra vez. O objetivo do jogo é obter o maior número de quadrados com o seu nome.

A utilização de um número ímpar de linhas e colunas de quadrados tem uma vantagem: o número total de quadrados é sempre ímpar, o que impede a ocorrência de empates (no exemplo das Figuras 1 e 2, temos 25 quadrados que têm de ser distribuídos pelos dois jogadores, pelo que um deles terá sempre mais quadrados do que o outro).

De notar que se um jogador dispuser de uma jogada para fechar um quadrado, ele não é obrigado a fazê-lo. Este pormenor é relevante pois está na base de uma das estratégias mais conhecidas do Pontos e Quadrados: a formação de corredores, para só depois fechar os quadrados. Nas Figuras 3 a 5, apresenta-se um exemplo: o jogador A aproveita a formação de um corredor e fecha o seu primeiro quadrado, assinalando-o com um 'A'; como deve voltar a jogar, tem a possibilidade de fechar mais três quadrados! E ainda joga mais uma vez...

A dinâmica deste jogo centra-se, portanto, na regra "sempre que um jogador completar um quadrado deve jogar outra vez". A ideia é a de criar situações onde possamos fechar vários quadrados de uma só vez. Simultaneamente, devemos evitar que o adversário consiga concretizar este tipo de estratégia. Apresenta-se uma nova situação de jogo na Figura 6, considerando apenas 3 linhas e 3 colunas de quadrados. Na Figura 7, está sombreado o corredor "mais apetecível". É a vez do jogador A, que tem duas opções: a mais óbvia é tentar fechar de uma só vez o maior número de quadrados (Figura 8), o que conduz à sua derrota (Figura 9); a segunda opção consiste em fechar um só



quadrado e aguardar pela próxima jogada (Figura 10), dando dois quadrados ao adversário (Figura 11), o que conduz à vitória do jogador A que arrecada no final um maior número de quadrados (Figura 12). De facto, por vezes, a melhor estratégia passa por "não ir com muito sede ao pote!"

Em inglês, este jogo é conhecido por *Dots and Boxes*. Engane-se o leitor que pense que este é um simples jogo para passar o tempo. Na verdade, o Pontos e Quadrados é um jogo muito interessante, sendo mesmo alvo de estudo por parte de amantes da matemática e da teoria da computação. No seu livro *The Dots and Boxes Game – Sophisticated Child's Play*, publicado em 2000 pela editora A K Peters, o autor Elwyn Berlekamp apresenta numerosos exemplos de exploração do Pontos e Quadrados no contexto da Teoria de Jogos Combinatórios. Quer no livro de Berlekamp como no Kit de Jogos da Associação Ludus, o leitor pode encontrar análises de outras situações de jogo. O Pontos e Quadrados chegou mesmo a integrar o leque de jogos do Campeonato Nacional de Jogos Matemáticos, co-organizado pela Associação Ludus em Portugal.

Este jogo revela-se particularmente interessante no contexto da Matemática Elementar, pois permite explorar um leque diversificado de conceitos: segmento de reta; orientação espacial (horizontal e vertical); paralelismo e perpendicularidade; pontos alinhados e não alinhados; linhas poligonais abertas e fechadas; quadrados e retângulos não quadrados; contagem dos pontos da malha retangular (multiplicação e aplicação da propriedade comutativa); contagem de segmentos de reta e relação com o perímetro de polígonos; contagem de quadrados e relação com a área de polígonos; entre outras possíveis explorações.

Podemos ser criativos nos materiais a usar no Pontos e Quadrados. Para além da possibilidade de utilizarmos simplesmente lápis e papel, também podemos plastificar a folha de papel, permitindo a sua reutilização com marcadores. Outras ideias foram desenvolvidas ao longo dos anos pelos meus alunos de Aplicações da Matemática, unidade curricular do curso de licenciatura em Educação Básica da Universidade dos Açores, e podem ser visualizadas no YouTube pesquisando por "Pontos e Quadrados". Por exemplo, podemos utilizar elásticos e um geoplano quadrangular (que pode ser construído com madeira e pregos). As iniciais dos nomes dos jogadores podem ser substituídas por cartões com dois símbolos diferentes ou marcadores de cores diferentes (por exemplo, tampas de garrafa). Outra possibilidade interessante passa por trabalhar com pequenos quadros de giz, em que os pontos possam ser representados por autocolantes (por exemplo, os autocolantes em forma de anel que se usam para reforçar os furos das folhas de um arquivador), evitando assim que se apaguem de um jogo para o outro. A criatividade não tem limites. Veja-se o exemplo desenvolvido por Bianca Miranda, Diana Matos e Sónia Pacheco: <https://youtu.be/4q0XVenWLDL>.

No vídeo da Ciência 2.0, disponível no YouTube em <https://youtu.be/etUjwpYmtz8>, sugere-se mesmo a prática deste jogo na praia, desenhando os pontos e os segmentos de reta na areia e utilizando pedrinhas e conchas para marcar os quadrados de cada jogador.

Certo é que não faltarão oportunidades para o leitor pôr em prática este interessante jogo, recorrendo a diferentes materiais, da areia da praia a uma simples folha de papel.