

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 8 7 6 5 4 3 2 1 0

Jornal das Primeiras

MATEMÁTICAS



QUADRADO



CÍRCULO



TRIÂNGULO
ISÓSCELES



RETÂNGULO



HEXÁGONO



ELIPSE



PENTÁGONO

O NÚMERO DE SÉRIE DAS NOTAS DE EURO

Ricardo Cunha Teixeira
Universidade dos Açores
rteixeira@uac.pt



Matemática no Quotidiano

O NÚMERO DE SÉRIE DAS NOTAS DE EURO

Ricardo Cunha Teixeira
Universidade dos Açores
rteixeira@uac.pt

Resumo: *A exploração de exemplos de aplicação da matemática no quotidiano é importante para a aprendizagem das crianças e deve marcar presença desde os primeiros anos do seu percurso escolar. No breve texto que se segue, mostra-se como é simples a matemática das notas de Euro. O seu número de série é um exemplo dos sistemas de identificação utilizados atualmente, que se baseiam na inclusão de um algarismo de controlo, responsável pela deteção de erros comuns que possam ocorrer na transmissão da informação, evitando também falsificações.*

Palavras-chave: Números de identificação; algarismos de controlo.

1 A importância dos algarismos de controlo

Ao escrever num computador ou num telemóvel, cometemos por vezes erros de escrita. Contudo, um erro de escrita de uma determinada palavra é, em geral, facilmente detetável por outra pessoa que não tenha escrito esse texto: ou a palavra não faz parte da língua (por exemplo, “Maetmática” em vez de “Matemática”) ou o contexto da frase dar-lhe-á pistas para descobrir qual a palavra correta (por exemplo, “lama” em vez de “alma”). Em ambos os exemplos apresentados, cometeu-se um erro comum: a troca ou transposição de dois caracteres adjacentes. Isto acontece sempre que as teclas correspondentes às letras trocadas são premidas pela ordem errada. Outro erro que também é facilmente detetável surge quando acidentalmente se prime uma tecla errada (por exemplo, “falo” em vez de “faço”).

Mas o que acontece se cometermos um erro de escrita numa sequência de algarismos? Para quem não conheça essa sequência, à primeira vista não existe uma forma de detetar o erro cometido. Ora, se pensarmos na quantidade de sequências de algarismos que utilizamos no dia a dia (número de identificação civil ou número do bilhete de identidade, número de contribuinte, número de identificação bancária, entre outros), apercebemo-nos que é fundamental algum tipo de proteção contra este tipo de erros. Um exemplo curioso que ilustra esta

necessidade data de 1990 e foi relatado por um jornal do Michigan, nos Estados Unidos da América. As autoridades locais haviam autorizado a demolição de uma casa localizada numa determinada avenida, com o número 451. Devido a um erro de transposição na escrita do número da casa por parte de um dos elementos da equipa de demolição, constatou-se que a casa entabuada com o número 451 continuava de pé após a intervenção solicitada. Contudo, um pouco mais abaixo, da casa número 415 já só restava a cave!

Foi para evitar situações deste género que, desde meados do século passado, se criaram sistemas de deteção de erros sempre que se lida com números com vários algarismos. A ideia é a de incorporar no final da própria sequência de algarismos um ou mais algarismos suplementares, ditos algarismos de controlo ou dígitos de verificação, que permitem detetar se o número em questão é válido ou se, pelo contrário, foi algures cometido pelo menos um erro de escrita, leitura ou transmissão dos algarismos.

2 As primeiras notas de Euro

Com a entrada em circulação da moeda única, o Banco Central Europeu teve a preocupação de introduzir vários sistemas de segurança nas notas de Euro como forma de evitar a sua falsificação. Vejamos alguns aspetos curiosos das primeiras notas de Euro, ainda em circulação.

São conhecidos alguns sistemas de segurança: a marca de água (visível na parte da frente de uma nota, à esquerda, quando se segura a nota contra a luz); o filete de segurança (linha escura, na vertical e ao centro, incorporada no papel da nota); a banda holográfica (nas notas de 5 a 20 Euros, localizada na parte da frente da nota, à direita); um elemento holográfico (nas notas de 50 a 500 Euros, localizado também à direita); a banda iridescente (nas notas de 5 a 20 Euros, localizada no verso da nota, na vertical e ao centro); e um elemento que muda de cor (nas notas de 50 a 500 Euros, se inclinarmos a nota, no canto inferior direito do verso, os algarismos relativos ao valor da nota mudam de cor).

Outro sistema de segurança localizado no verso das notas é o seu número de série, formado por uma letra seguida de 11 algarismos. A letra identifica o país em que a nota foi emitida: D (Estónia); E (Eslováquia); F (Malta); G (Chipre); H (Eslovénia); L (Finlândia); M (Portugal); N (Áustria); P (Holanda); S (Itália); T (Irlanda); U (França); V (Espanha); X (Alemanha); Y (Grécia); Z (Bélgica). Ao Luxemburgo foi atribuída a letra R, apesar de, até ao momento, não ter emitido qualquer nota. O último algarismo do número de série (localizado mais à direita) é o algarismo de controlo. Este permite detetar se o número de série é válido ou se, pelo contrário, a nota é falsa!

Como se pode verificar a validade do número de série? A cada letra é associado um valor numérico, de acordo com a tabela abaixo.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N
2	3	4	5	6	7	8	9	1	2	3	4	5	6

O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7	8	9	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Substituindo a letra pelo seu valor numérico, obtemos um número com 12 algarismos. Para ser válido, o número obtido deve ser um múltiplo de 9, o que equivale a afirmar, por um conhecido critério de divisibilidade, que a soma de todos os seus algarismos tem que ser um múltiplo de 9 (recorde-se que os múltiplos de 9 obtêm-se adicionando sucessivamente o número 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, ...). Dito por outras palavras: tem de se verificar “noves fora nada”.

A título de exemplo, confirmemos que é válido o seguinte número de série de uma nota de 20 Euros:



Substituindo M por 5, ficamos com o número 582223452228. Se adicionarmos todos os seus algarismos, vem

$$s = 5 + 8 + 2 + 2 + 2 + 2 + 3 + 4 + 5 + 2 + 2 + 2 + 8 = 45,$$

que é um múltiplo de 9.

Para se obter o número de série de uma nota, o algarismo de controlo é escolhido de forma a que a soma de teste (soma dos 12 algarismos, incluindo o valor atribuído à letra e o próprio algarismo de controlo) seja um múltiplo de 9. Isto implica que o algarismo de controlo possa assumir qualquer valor entre 0 e 8 (que são os possíveis restos da divisão inteira de um número por 9). Vejamos um exemplo concreto. Considere-se o seguinte número de série, em que o algarismo de controlo é desconhecido:



Se substituirmos X por 7, de acordo com a tabela apresentada, e se adicionarmos todos os 11 algarismos conhecidos, ficamos com

$$s = 7 + 4 + 2 + 6 + 1 + 2 + 8 + 1 + 0 + 7 + 9 = 47.$$

Para determinar o algarismo de controlo, resta verificar qual o menor número que adicionado com 47 dá um múltiplo de 9. A resposta é 7, uma vez que 54 ($= 47 + 7$) é um múltiplo de 9.

Apresente-se outro exemplo:



Se o leitor substituir M por 5 e fizer as contas, obterá $s = 36$. Como este valor já um múltiplo de 9, 0 é a escolha natural para o algarismo de controlo.

Contudo, o Banco Central Europeu optou por não usar o algarismo 0 neste processo: quando o algarismo de controlo é 0, coloca-se no seu lugar 9. Tal não é problemático uma vez que, ao se adicionar nove unidades a um múltiplo de 9, obtém-se novamente um múltiplo de 9. Consequentemente, isto não altera a propriedade desejada.

Por isso, se o leitor alguma vez encontrar uma nota com um número de série que termine em 0, pode ter a certeza que a nota é falsa!

3 As novas notas de 5 Euros

No dia 2 de maio de 2013, a nova nota de 5 Euros entrou em circulação e inaugurou uma segunda série de notas com elementos de segurança mais robustos, de forma a reduzir o número de fraudes. As restantes notas da nova série serão lançadas gradualmente. As notas antigas continuarão em circulação por mais algum tempo, sendo posteriormente retiradas de forma faseada.

Destacam-se algumas novidades na nova nota de 5 Euros: a marca de água e o holograma passam a incluir um retrato de Europa, a figura da mitologia grega que dá nome a esta segunda série de notas de Euro; há um novo elemento de segurança na parte da frente da nota: o número cinco em verde esmeralda, que, dependendo do ângulo de observação, muda de cor para azul-escuro; ainda na parte da frente da nota, nas margens esquerda e direita, figuram pequenas linhas impressas em relevo, destinadas a facilitar a identificação das notas, especialmente por parte de cegos e pessoas com baixa visão.

O número de série também sofreu uma ligeira alteração: o primeiro algarismo, logo a seguir à letra que identifica o país de origem, foi substituído por uma letra (A-Z). Para efeitos de cálculo do algarismo de controlo, tudo se mantém na mesma, sendo que a segunda letra, tal como a primeira, deve ser substituída pelo correspondente valor numérico indicado na tabela apresentada neste artigo. A segunda letra não tem um significado especial, destina-se apenas a ser usada de forma sequencial, como de resto acontece com os nove algarismos que aparecem a seguir às letras. Há apenas uma consequência a destacar: ao substituir um algarismo (0-9) por uma letra (A-Z), aumenta-se para mais do dobro a quantidade de números de série disponíveis para cada país.

Note-se que o número de série, que antes aparecia duas vezes no verso da nota, passa a constar uma só vez (no canto superior direito). Contudo, os seus 6 últimos algarismos aparecem na vertical, sensivelmente a meio da nota.





Vejamos o exemplo da figura. Se substituirmos as letras V e A do número de série VA0750485684 pelos seus valores numéricos ($A=2$; $V=5$) e se adicionarmos todos os 12 algarismos, obtemos $s = 54$, que é um múltiplo de 9.

Referências

- [1] J. Buescu, *Da Falsificação de Euros aos Pequenos Mundos: Novas Crónicas das Fronteiras da Ciência*, Gradiva, 2003.
- [2] J. Kirtland, *Identification Numbers and Check Digit Schemes*, Classroom Resource Materials, The Mathematical Association of America, 2001.
- [3] J. Picado, A álgebra dos sistemas de identificação: da aritmética modular aos grupos diedrais, *Boletim da Sociedade Portuguesa de Matemática* 44 (2001), 39–73.