As flores e as borboletas na Matemática

Por: Helena Sousa Melo
hmelo@uac.pt
Professora Auxiliar
CMATI / Departamento de Matemática
Universidade dos Açores

As flores e as borboletas, por si só, já proporcionam uma beleza de grande inspiração matemática.

Nas flores, vários estudos são feitos sobre o padrão de distribuição das suas folhas ao longo do caule, bem como o número das suas pétalas. Esses estudos são úteis na identificação da sua família botânica, e a matemática faculta uma boa colaboração. Por exemplo, na aparência das pétalas das flores e das suas folhas, podemos chegar ao seu crescimento através de expressões matemáticas das suas curvas representativas. Com o auxílio da matemática podemos obter, mais rapidamente, alguns resultados. As coordenadas cartesianas são as mais apropriadas para interpretar o crescimento de folhas e flores, no entanto, são as coordenadas polares mais utilizadas para a sua delineação.

Na matemática existem determinadas configurações que fazem lembrar certas plantas e flores. Existem famílias de curvas, investigadas no século XVIII, que se identificam com algumas flores de jardim, mais conhecidas. Uma dessas famílias é denominada Rosáceas de Grandi, cuja equação é dada por P = kcos(*n* ***a***)+*t*, onde *k*, *n* e *t* são números reais e cos(*n* ***a***) é o cosseno de um múltiplo do ângulo ***a***. O ângulo ***a*** varia entre –Pi/*n* e Pi/*n*. A equação P = 3cos(5***a***/2)+3 corresponde à rosácea da figura 1.

Para quem não está familiarizado com o termo "cosseno", fazemos aqui uma pequena explicação. Considere um triângulo retângulo (fig. 2). Os lados desse triângulo que coincidem com os lados do ângulo reto são denominados catetos, termo de origem grega que significa "abaixado de modo reta", e o lado do triângulo oposto ao ângulo reto denomina-se hipotenusa, termo também de origem grega, junção de duas palavras, que significa "que se estende por debaixo". Esse triângulo possui outros dois ângulos que denotaremos pelas letras ***a*** e ***b***, cuja soma é igual a um ângulo reto, ou seja, ***a*** + ***b*** = 90º (graus). Para calcular, por exemplo, o cosseno do ângulo ***a e*** o seno do ângulo ***a***, utilizamos as medidas de comprimento dos catetos e da hipotenusa com a seguinte relação: o cosseno do ângulo ***a***, cos(***a***), é o quociente da divisão entre o comprimento do cateto adjacente a esse ângulo e o comprimento da hipotenusa; e o seno do ângulo ***a***, sen(***a***), é o quociente da divisão entre o comprimento do cateto oposto a esse ângulo e o comprimento da hipotenusa.

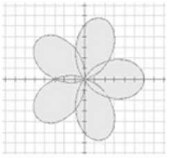

figura 1

figura 2

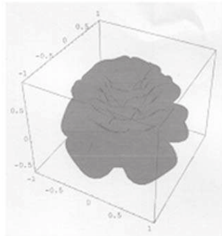

figura 3

figura 4

figura 5

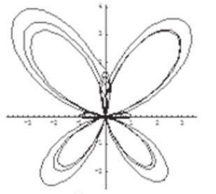

figura 6

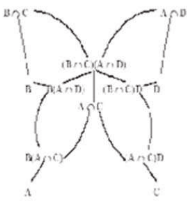

figura 7

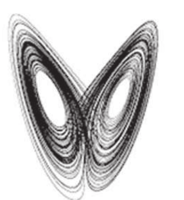

figura 8

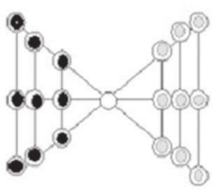

figura 9

Assim, procurou-se reconstruir a sua beleza através de determinadas curvas que quando geradas representam, de uma maneira quase que perfeita, a sua aparência. A rosa é uma das eleitas para a obtenção de sua forma. A curva tridimensional que esta associada à rosa (fig. 3) é descrita em função da variação de um ângulo que, dependendo da sua amplitude, pode descrever um número maior, ou menor, de pétalas. A expressão da curva da rosa envolve as funções trigonométricas do seno de um ângulo e do cosseno desse mesmo ângulo, numa expressão combinada, mais complexa que a apresentada anteriormente para a rosácea de cinco pétalas.

Para além do formato da flor, também podemos contar o número de pétalas que cada flor possui. Por exemplo: o lírio tem pétalas; a rosa selvagem apresenta 5 pétalas; a anêmona-do-japão (fig. 4) possui 8 pétalas; o malmequer tem 13 pétalas; as margaridas podem ter 13, 21, 34, 55 ou 89 pétalas, nas suas várias espécies; a dália e o crisântemo têm 34 pétalas. Esses valores numéricos: 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55 e 89, são todos números de Fibonacci, respetivamente do 4.º até ao 11.º termo da sua sucessão. Leonardo de Pisa (c. 1170 – 1250), conhecido pela corruptela de Fibonacci, foi um matemático italiano que ser tornou famoso pela descoberta de uma importante sucessão numérica, em que cada termo é a soma dos dois termos anteriores, sendo o número 1, o seu primeiro e segundo termos.

A matemática também está presente nas borboletas. Um dos primeiros indicadores da ligação entre a matemática e as borboletas é a simetria das suas asas. Devido a configuração da borboleta, alguns dos resultados obtidos na matemática receberam o seu nome. Do mesmo modo que apreciamos a beleza das borboletas, podemos contemplar e refletir sobre determinadas afirmações existentes na matemática. Como exemplo, mencionamos o *Teorema da Borboleta*, um resultado clássico na geometria euclidiana, com o seguinte enunciado: "*Se M é o ponto médio de uma corda qualquer [PQ] de um círculo, através do qual outras duas cordas [AB] e [CD] são traçadas, e considerando os pontos de intersecção das cordas [AD] e [CB] com a corda [PQ], K e L, respetivamente. Então o ponto M é ponto médio do segmento [KL].*" (fig. 5)

Este teorema possui uma longa história de quase 200 anos e a sua demonstração baseia-se no conhecimento de ângulos inscritos num círculo, em triângulos retângulos e na potência de um ponto em relação a uma circunferência. É interessante mencionar a *Curva da Borboleta* obtida através de determinadas expressões. (fig. 6)

Para além da geometria, a configuração da borboleta aparece na Álgebra, numa relação entre grupos. Conhecida como *Lema da Borboleta* ou Lema de Zassenhaus, corresponde a um encadeamento de subgrupos resultantes de operações. Apesar da sua natureza complexa, o seu diagrama apresenta uma graciosa configuração (fig. 7). Em 1963 foi descoberto, relacionado com a teoria do caos, o *Atractor de Lorenz* (fig. 8) que devido a sua configuração foi também denominado de *Borboleta de Lorenz*, um mapa caótico que mostra como o estado de um sistema dinâmico evolui no tempo num padrão complexo e sem repetição.

Mas não ficamos por aqui, referimos também o Gulugufe, ou jogo da Borboleta, de Moçambique. Esse jogo é considerado um jogo matemático, pois o destaque é dado à análise matemática da sua estrutura, não há elementos aleatórios ou informações ocultas e possui um número finito de jogadas. Para esse jogo são necessárias 9 peças para cada jogador, cada um com a sua cor e inicia-se colocando todas as 18 peças no tabuleiro (fig. 9), deixando vazio apenas o ponto central. Joga-se alternadamente. Um jogador, na sua vez, movimenta uma das suas peças numa única direção para um ponto vazio: ou adjacente; ou saltando por cima de uma peça do adversário, capturando-a. As peças capturadas são retiradas do tabuleiro. O jogador pode continuar saltando com a mesma peça, capturando outras enquanto for possível. A captura é obrigatória. Se o jogador deixar de saltar perde a peça para o adversário. Se um jogador tiver a opção de mais de um salto, poderá escolher o salto a fazer. Vence o jogo quem capturar todas as peças do adversário.

Se procurarmos estas configurações, quer de flores, quer de borboletas, muitas mais iremos encontrar de tão esplêndida beleza. A matemática, ao longo de toda a sua existência, procurou sempre associar-se com o belo que nos rodeia, inspirando-se, modelando, construindo, contemplando, analisando, deduzindo.