

# Travessias com a Matemática Recreativa



Ricardo Cunha Teixeira  
Professor do Departamento  
de Matemática e Estatística  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
da Universidade dos Açores  
ricardo.ec.teixeira@uac.pt

A Matemática Recreativa é um ramo da Matemática que se dedica ao desenvolvimento de tarefas de carácter lúdico que requerem a utilização de um leque variado de ferramentas matemáticas. Essas tarefas apresentam-se normalmente na forma de quebra-cabeças, jogos e desafios, que captam a atenção de entusiastas de todas as idades. O texto que se segue centra-se numa família de quebra-cabeças habitualmente designada por “problemas de travessia de rio”.

Este tipo de quebra-cabeças tem como objetivo levar itens de uma margem de um rio para a outra, com a ajuda de um barco, recorrendo ao menor número de travessias possível. Os itens são normalmente personagens de uma história que apresentam determinadas características. O grau de dificuldade do quebra-cabeças varia de acordo com as condições impostas, que estão relacionadas com quantos itens podem ser transportados ao mesmo tempo e com os itens que podem ser deixados numa mesma margem.

Se quisermos ter em conta a realidade vivenciada nos Açores, em vez de um rio, podemos considerar outras variantes que provavelmente recolherão o entusiasmo de quem se propõe a resolver o quebra-cabeças. Por exemplo, podemos considerar a travessia do canal entre as ilhas do Faial e do Pico, mais precisamente entre a cidade da Horta e a vila da Madalena, ou a travessia do porto ao ilhéu de Vila Franca do Campo, em São Miguel, ou a travessia do porto ao ilhéu do Topo, em São Jorge, entre outras possíveis aventuras.

A estratégia para resolver os problemas de travessia de rio passa essencialmente por simular as travessias necessárias, de acordo com as restrições apresentadas. A simulação pode ser concretizada, recorrendo a objetos para representar as personagens e o barco, ou pode ser esquematizada, com a ajuda de um desenho ou de um diagrama. Outra possibilidade, que pode ser aplicada em contexto escolar ou familiar, consiste em fazer uma dramatização em que as personagens são interpretadas pelos alunos de uma turma ou por amigos e familiares. Assim, a resolução dos quebra-cabeças de travessia de rio pode constituir um pretexto para festa e boa disposição!

Os primeiros problemas conhecidos de travessia de rio surgiram no manuscrito escrito em latim “Propositiones ad Acuendos Juvenes”, cujo título pode ser traduzido para “Problemas para aguçar a mente dos jovens”. A cópia mais antiga do manuscrito data do final do século IX. O texto é atribuído a Alcuíno de Iorque (nas-

ceu por volta de 735 e morreu em 804), um clérigo, poeta e professor de inglês de Iorque, Nortúmbria, um dos reinos que deu origem à atual Inglaterra. O manuscrito é uma das primeiras coleções conhecidas de problemas de Matemática Recreativa. Uma das traduções desse texto foi publicada em 1992, no jornal “The Mathematical Gazette”, por John Hadley e David Singmaster. É interessante verificar que estes quebra-cabeças, com longos séculos de existência, continuam atualmente a captar o interesse de muitos entusiastas, servindo mesmo de inspiração a trabalhos de investigação em Matemática e Informática, com recurso a métodos da teoria dos grafos, da programação dinâmica ou da programação inteira.

Neste texto, analisamos três problemas do manuscrito. O problema 18 é conhecido como o “problema do lobo, do bode e da caixa de couves”. Um homem precisa atravessar um rio com um lobo, um bode e uma caixa de couves. No entanto, ele só conseguiu encontrar um barco que, para além de si, só pode levar um dos itens de cada vez (lobo, bode ou caixa de couves). Além disso, o homem não pode deixar o lobo e o bode juntos ou o bode e a caixa de couves juntos, numa mesma margem, a menos que ele esteja lá (caso contrário, o lobo come o bode ou o bode come as couves). Qual o número mínimo de travessias que o homem deve fazer, de modo a passar todos os itens ilesos para a outra margem?

A figura A ilustra uma solução, que consiste em 7 travessias. Na primeira travessia, o bode (B) é levado para a outra margem. O homem regressa com o barco vazio e, em seguida, leva o lobo (L) para a outra margem. Devido às restrições apresentadas, o bode tem de regressar com o homem à margem inicial. Depois, a caixa de couves (C) é levada para a outra margem e, por fim, o homem regressa para vir buscar o bode. Note-se que, nesta solução, o lobo chega à outra margem antes da caixa de couves. É possível apresentar uma solução alternativa em que essa ordem de chegada é trocada.

Existem muitas variantes deste problema. Por exemplo, há quem considere a fêmea cobra em vez do macho bode. Outras variantes substituem as três personagens por uma ra-

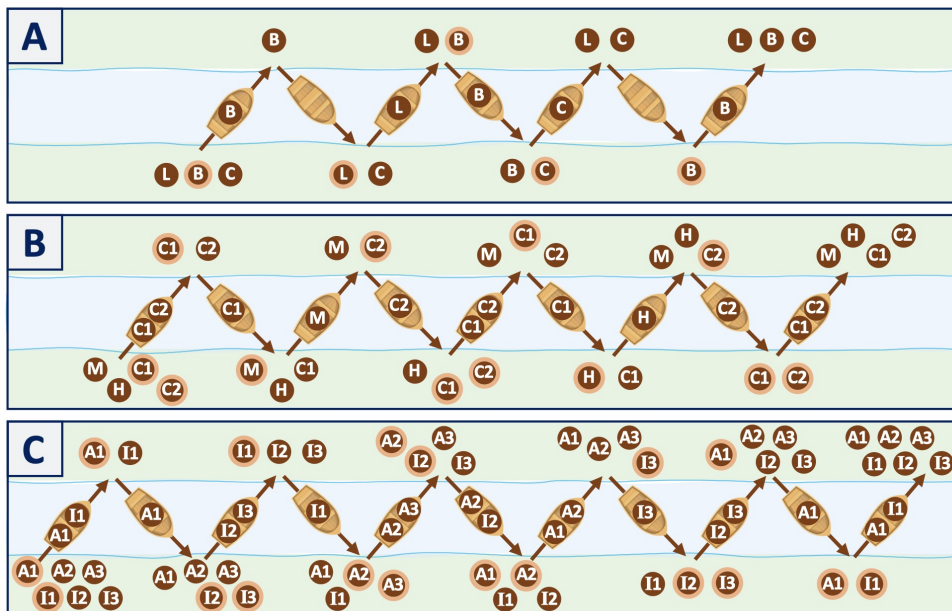
posa, um pato (ou uma galinha) e um saco de grãos de milho ou por um leopardo africano, um cabrito e um saco de folhas de mandioca. Também é possível aumentar o grau de dificuldade, com mais personagens e restrições.

O problema 19 do manuscrito é conhecido como o “problema do homem e da mulher muito pesados”. Um homem e uma mulher de igual peso, juntamente com dois filhos, cada um com metade do seu peso, querem atravessar um rio com um barco que só pode carregar o peso de um adulto. Qual o menor número de travessias? (Aproveita-se a oportunidade para alertar que, embora se use no dia a dia a palavra “peso”, na verdade numa balança mede-se a “massa” e não o “peso”. A massa e o peso são grandezas diferentes, pois a massa mede a quantidade de matéria de um corpo e o peso mostra a relação da massa com a aceleração da gravidade local.)

Nos problemas de travessia de rio, desprende-se que o barco não pode atravessar o rio sozinho sem pelo menos uma pessoa a bordo. A figura B ilustra uma solução, que consiste em 9 travessias. As personagens são identificadas por H (homem), M (mulher), C1 e C2 (crianças). Primeiro, atravessam as crianças C1 e C2. Regressa a criança C1. Atravessa M e regressa C2. Voltam a atravessar C1 e C2 e regressa C1. Atravessa H e regressa C2. Por fim, atravessam C1 e C2.

Este problema também admite variantes. Por exemplo, e se fossem 3 adultos e 2 crianças? Ou 30 adultos e 2 crianças? Desafia-se o leitor a pensar nas respostas.

O problema 17 do manuscrito é conhecido como o “problema dos três amigos e das suas irmãs”. Três amigos, cada um com uma irmã, querem atravessar um rio. Eles encontraram um pequeno barco, no qual apenas duas pessoas podem atravessar de cada vez. Além disso, nenhuma rapariga pode ficar, numa das margens ou no barco, na presença de outro homem se não estiver acompanhada do seu irmão. Qual o número mínimo de travessias para que todos passem para a outra margem? Trata-se de um problema datado no tempo, que apresenta outras variantes igualmente datadas no tempo como o “problema dos três maridos ciumentos e das suas esposas”.



A figura C ilustra uma solução, que consiste em 11 travessias. Os amigos são identificados por A1, A2 e A3 e as respectivas irmãs por I1, I2 e I3. Primeiro atravessam A1 e I1. Fica I1 e regressa A1. Depois atravessam I2 e I3. Regressa I1. Atravessam A2 e A3. Regressa I2 e I3. Atravessam A1 e I2. Regressa I1 e I3. Atravessam A1 e I1.

Existem outras variantes deste problema. É o caso do “problema dos missionários e dos canibais”. Três missionários e três canibais devem atravessar um rio, usando um barco que pode transportar no máximo duas pessoas, sob a condição de que, em ambas as margens, se houver missionários presentes na margem, eles não podem ser superados em número pelos canibais (se fossem, os canibais comeriam os missionários). Qual o número mínimo de travessias? É interessante verificar que a solução é precisamente a mesma do problema anterior, se substituirmos os missionários pelos amigos e os canibais pelas suas irmãs. Repare-se que, no problema anterior, em nenhuma das margens pode haver mais raparigas do que rapazes, caso contrário isso significaria que pelo menos uma rapariga estaria junto de outros homens sem o seu irmão.

De notar que é possível encontrar uma solução para o problema dos amigos que envolve apenas 9 travessias, desde que se admita uma condição extra: considerar que uma irmã dentro do barco encostado a uma das margens, se não sair do barco, conta como estando sozinha (e não como estando junto dos homens dessa margem).

Desafia-se o leitor a descobrir a solução. Como ajuda, sugere-se que todas as 9 travessias sejam feitas com pelo menos uma das três irmãs no barco.

Uma rápida pesquisa na Internet permite encontrar um leque vasto de quebra-cabeças de travessia de rio, incluindo versões interativas e aplicações para dispositivos móveis, em que é possível simular as várias tentativas para dar resposta aos problemas. Basta pesquisar por “River Crossing Challenges” ou “The River Tests”. Desafia-se o leitor a aventurar-se nestas travessias com a Matemática Recreativa!