

Uma breve história do Cálculo Avançado – a Era de Arquimedes



Por: Helena Sousa Melo
hmelos@uac.pt
Professora Auxiliária
CMATI / Departamento de Matemática
Universidade dos Açores

Os primeiros passos das ideias básicas do cálculo avançado, ou seja, do cálculo diferencial e integral, foram desenvolvidos pelos matemáticos gregos durante um longo período de tempo na tentativa de resolução de problemas geométricos.

Quer os gregos da escola pitagórica (cerca de 550 a.C.), quer alguns matemáticos como Arquimedes de Siracusa (cerca de 287 – 212 a.C.), entre outros, influenciaram as gerações vindouras com seus métodos de resolução, inovadores para a época.

Por exemplo, Zenão de Eléia (cerca de 450 a.C.) foi um dos primeiros filósofos a propor problemas baseados no conceito de infinito. Um desses problemas foi o seu famoso paradoxo em que uma flecha atirada do ponto A até o ponto B deverá passar pela metade do caminho, por exemplo, o ponto B1, e que antes de chegar ao ponto B1 deverá passar pelo ponto B2, ponto médio entre A e B1, e assim sucessivamente, realizando um número infinito de etapas em um intervalo finito de tempo. Hoje em dia, sabemos que o conceito de limite era o que faltava para a compreensão absoluta desse paradoxo.

Nesta altura utilizavam para o cálculo das áreas o método de exaustão. Vários gregos fizeram algumas contribuições e, mais tarde, foi aprimorado por Arquimedes. O método é assim denominado porque as áreas eram medidas por aproximações sucessivas e crescentes até que cobrirem a figura considerada.

Arquimedes foi um matemático, físico, engenheiro, inventor, e astrónomo grego, que apesar de sabermos poucos detalhes sobre a sua vida, o que conhecemos a seu respeito é suficiente para que esse seja considerado um dos principais sábios da Antiguidade.

Para alguns historiadores, Arquimedes foi o verdadeiro precursor do cálculo, segundo consta, teria sido aluno de Euclides em Alexandria (cerca de 330 a.C.). Assim, Arquimedes teria aperfeiçoado o método da exaustão para a prática da integração buscando encontrar áreas de figuras planas. Arquimedes é frequentemente considerado o maior matemático da antiguidade, e um dos maiores de todos os tempos. Ele usou o método da exaustão para calcular a área sob o arco de uma parábola utilizando a soma de uma série infinita. Arquimedes mostrou que a área de um segmento de parábola é $\frac{4}{3}$ da área de um triângulo de mesma base e vértice. Assim, constrói-se uma sequência infinita de triângulos partindo de um triângulo com área A e adicionando repetidamente novos triângulos entre os existentes e a parábola (figura 1). Historicamente, este é o primeiro exemplo da soma de uma série infinita. O cálculo das áreas de qualquer região plana dá origem ao cálculo integral, através do “enquadramento” entre as somas, inferior e superior, associadas com a figura considerada (figura 2).

De entre os seus contributos, Arquimedes utilizou o método da exaustão para calcular aproximadamente a área de um círculo, o que vem ser também um exemplo bem antigo do uso do cálculo integral para uma estimação aproximada do número π (π). Arquimedes apresenta, em seu livro “A Medida do Círculo”, um valor aproximado do número π (π), compreendido entre 223/71 e 22/7. Ele obteve essa aproximação inscrevendo e circunscrevendo no círculo um polígono regular com 96 lados. Com o método da exaustão, Arquimedes foi capaz de calcular o volume da esfera, o volume e a área do

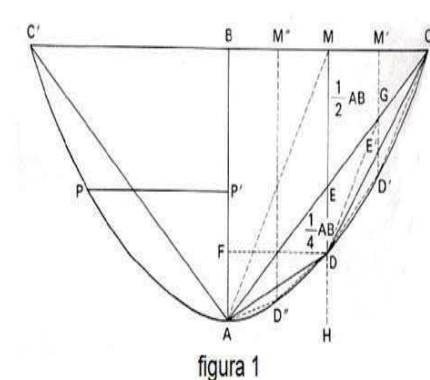


figura 1

cone, a superfície contida numa elipse, o volume obtido pela revolução de qualquer segmento de uma parábola ou hipérbole.

Arquimedes também descreveu uma técnica para o cálculo de raízes e inventou um sistema para a expressão de números grandes. Algumas de suas contribuições serão aqui comentadas.

Um dos teoremas mais famosos de Arquimedes é a lei do empuxo, conhecida como “O Princípio de Arquimedes”, o empuxo ou impulso é uma força hidrostática em que um corpo mergulhado num fluido recebe um impulso de baixo para cima igual ao peso do volume do fluido deslocado, por esse motivo, os corpos mais densos que a água, afundam, enquanto os menos densos flutuam, permitindo assim o cálculo do peso de um objeto imerso em água. Há uma lenda associada a esse princípio. “Era uma vez um rei chamado Hierão e um sábio chamado Arquimedes que viviam em Siracusa, cidade-Estado da Grécia Antiga. O rei mandou fazer uma coroa toda em ouro, mas ouviu alguns boatos de que o ourives não tinha usado apenas ouro para fazer a tal coroa, e ficou desconfiado. O rei pensou: se a coroa era totalmente dourada, e se parecia muito com ouro puro, como fazer então para ter certeza sem destruí-la? Como Arquimedes já era renomado na época por suas descobertas na matemática, física e por diversas invenções, o rei consultou o filósofo para resolver o problema da coroa de uma vez por todas e provar se ela era toda de ouro, ou não. Então um dia estava o sábio grego a tomar banho em uma banheira, e pensando nesse problema quando de repente, teve um vislumbre da solução e saiu correndo, sem roupas, pelas ruas da cidade, gritando “Eureka, Eureka!”, que em grego quer dizer “Descobri, descobri!”. O que Arquimedes descobriu foi o que hoje é conhecido por “Princípio de Arquimedes”. A partir dessa lei podemos afirmar: “um corpo imerso em um líquido irá flutuar, afundar ou ficar neutro de acordo com o peso do líquido deslocado por este corpo”. Isto é, se o peso do líquido deslocado por um objeto for maior que o peso do corpo, ele irá flutuar. Mas se o peso do objeto for superior ao peso do líquido deslocado, o corpo irá afundar. Se for igual ficará no meio do caminho, não afunda nem flutua. Arquimedes descobriu isso quando estava em sua banheira, e apercebeu-se que a quantidade de água que transbordava era igual em volume ao seu próprio corpo. Desse modo, entendeu como poderia provar a fraude do ourives. Assim, observou que blocos de mesma massa, feitos de prata e de ouro, faziam transbordar diferentes volumes de água: por serem materiais de densidades diferentes, os blocos não tinham o mesmo volume. Então, mergulhou numa bacia cheia de água um bloco de ouro de massa igual à da coroa e mediu o volume de água que transbordou. Fez a mesma coisa com um bloco de prata. O volume de água que transbordou quando mergulhou o bloco de ouro era menor que o volume de água quando mergulhou o bloco de prata. Repetiu a experiência com a coroa e verificou que o volume de água que transbordou era maior que o volume do bloco de ouro e menor que o de prata. Logo concluiu

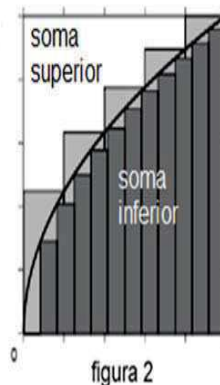


figura 2

que a coroa não era de ouro puro e que o ourives a tinha feito misturando os dois metais. Arquimedes utilizou a densidade para provar que a coroa tinha sido feita com uma mistura de ouro e prata.”

Para além desse contributo à Física, na hidrostática, Arquimedes foi o “descobridor” da lei da alavanca, mais corretamente a lei de equilíbrio de uma alavanca, apesar de já conhecida pelos aristotélicos. Arquimedes demonstrou a lei matematicamente em uma circunstância meramente estática. Essa lei relata que uma alavanca só permanece em equilíbrio no seu ponto de apoio, isto é, fica totalmente parada na horizontal, se a razão entre as distâncias d1 e d2 a esse seu ponto de apoio, $d1/d2$, for inversamente igual à razão entre os pesos P1 e P2 colocados em seus extremos, $P2/P1$. Arquimedes também é o responsável pela invenção de vários tipos de máquinas para uso militar e civil, incluindo as armas de cerco – máquinas construídas para derrubar fortificações, e a bomba de parafuso, conhecido como parafuso de Arquimedes, uma máquina utilizada para transferir líquidos entre dois pontos com elevações diferentes, do mais baixo para o mais alto.

Arquimedes foi morto em 212 a.C. por um soldado romano quando Siracusa foi tomada pelo exército romano durante a Segunda Guerra Púnica, entre Cartago e Roma, mesmo após ordens superiores para não fazê-lo. A sua morte tomou-se um símbolo da destruição da civilização grega e da vontade em encontrar respostas para questões científicas e filosóficas.

Com o avanço das invasões romanas e a queda geral da civilização grega, a matemática passou por muitos anos sem adquirir aperfeiçoamentos significativos. A civilização romana era mais voltada para o uso prático da matemática e por isso poucas descobertas ocorreram nesse período. O enfraquecimento do poder de Roma, as invasões dos germanos e de outros povos oriundos do norte da Europa deram origem ao período conhecido como Idade Média, em que grande parte dos textos científicos e filosóficos foi destruída e a cultura grega totalmente esquecida.



Arquimedes de Siracusa

No Verão

Lavadouros da praia dos Moinhos servem de montra a produtos artesanais

A Câmara da Ribeira Grande disponibilizou à Junta de Freguesia do Porto Formoso um espaço no acesso à praia dos Moinhos para servir de mostruário dos produtos e artefactos locais e regionais, com destaque para o artesanato que é produzido naquela localidade.

No espaço – os antigos lavadouros por onde passa uma levada – estão expostos vários artigos que, face à elevada frequência da praia na época de Verão, serão, certamente, muito apreciados pelos inúmeros turistas que têm visitado a Ribeira Grande e que procuram as zonas balneares do concelho, bem como pelos locais.

O presidente da autarquia, Alexandre Gaudêncio, visitou o espaço e aproveitou a deslocação para, na companhia do presidente da Junta de Freguesia, Emanuel Furtado, assinar o protocolo de cedência do espaço e cooperação institucional.

A criação deste espaço numa zona de confluência de largas centenas de pessoas vai permitir reforçar a divulgação e venda dos produtos locais, contribuindo aos artesãos do Porto Formoso mais uma fonte de receita. Permite também a ocupação de vários jovens em tempo de férias ao abrigo do programa OTL-J.

Foto: CMRG



Concerto do coral Abel Salazar na Ribeira Grande

O Teatro Ribeiragrãndense recebe hoje a partir das 21h00, o espectáculo musical a cargo do coral do instituto de ciências biomédicas Abel Salazar, da Universidade do Porto, evento que tem entrada gratuita.

O coral do instituto de ciências biomédicas Abel Salazar é um grupo académico fundado em 1978 sendo, desde então, um dos principais impulsionadores da música coral na cidade do Porto.

Ao longo da sua existência, já promoveu diversos eventos no Porto e levou a sua música a vários países do mundo, apresentando um vasto repertório e mais de trinta anos de experiência.