

A inclusão de criptomoedas na gestão de carteiras diversificadas

Dissertação de Mestrado

Ana Catarina Pereira da Costa

Mestrado em

Ciências Económicas e Empresariais



A inclusão de criptomoedas na gestão de carteiras diversificadas

Dissertação de Mestrado

Ana Catarina Pereira da Costa

Orientadores

Prof. Doutor Tiago Mota Dutra

Prof. Doutor João Carlos Aguiar Teixeira

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de Mestre em Ciências Económicas e Empresariais, com especialização em Finanças e Contabilidade.



RESUMO

A presente dissertação foca-se em analisar o contributo da inclusão da classe de ativos criptomoedas em portfólios diversificados. O investidor racional pretende maximizar a sua rendibilidade para o menor risco possível (Markowitz, 1952). No entanto, os investidores são avessos ao risco, o que os torna reticentes a investir em criptomoedas por serem um ativo com elevada volatilidade, apesar da elevada rendibilidade associada.

Para o estudo considerou-se o período de 5 anos, nomeadamente de 21 de novembro de 2017 a 21 de novembro de 2022, sendo este período afetado pela pandemia da COVID-19. As classes de ativos consideradas para a análise são as ações, representadas pelos índices bolsistas, as *commodities* e as criptomoedas. Deste modo, formam-se 6 portfólios, sendo os portfólios 1, 2 e 3 constituídos apenas por uma classe de ativos, nomeadamente os índices bolsistas, as *commodities* e as criptomoedas, respetivamente, o portfólio 4 é constituído pelos índices bolsistas e pelas criptomoedas, enquanto que, o portfólio 5 é constituído pelas *commodities* e pelas criptomoedas e, por último, o portfólio 6 contempla as três classes de ativos.

Com recurso à aplicação da teoria da carteira de Markowitz (1952) pretende-se corroborar o contributo da diversificação com recurso às criptomoedas para uma melhor performance do portfólio, ou seja, demonstrar que portfólios que considerem criptomoedas, nem que se trate de uma alocação diminuta, asseguram um *Sharpe Ratio* superior.

Pelos resultados obtidos, verifica-se que o portfólio constituído apenas por criptomoedas é preferível aos portfólios constituídos apenas pelas outras classes de ativos consideradas. Por sua vez, a inclusão das criptomoedas nos portfólios constituídos pelos índices bolsistas e pelas *commodities* melhora consideravelmente a performance global do portfólio ou carteira. Salienta-se o facto de quanto mais diversificado for o portfólio, melhor a relação de retorno e risco e, por sua vez maior o *Sharpe Ratio*.

Independentemente do nível de aversão ao risco do investidor, a alocação de criptomoedas, por diminuta que seja, contribui positivamente para o portfólio com uma melhor relação de retorno *versus* risco comparativamente aos restantes ativos tradicionais, assegurando um *Sharpe Ratio* superior.

Palavras-chave: Criptomoedas; Diversificação; Gestão de carteiras; Rendibilidade; Risco.

ABSTRACT

This dissertation focuses on analysing the contribution of including cryptocurrency assets in diversified portfolios. The rational investor intends to maximize his profitability for the lowest possible risk (Markowitz, 1952). However, investors are risk averse, which makes them reluctant to invest in cryptocurrencies as they are an asset with high volatility, despite the high associated profitability.

For the study, a period of 5 years is considered, namely from November 21, 2017, to November 21, 2022, including the period being affected by the COVID-19 pandemic. The asset classes considered for the analysis are stocks, represented by stock indices, commodities and cryptocurrencies. In this way, 6 portfolios are built, the portfolios 1, 2 and 3 consisting of only one class of assets, namely stock indices, commodities and cryptocurrencies, respectively, portfolio 4 is made up of stock indices and cryptocurrencies, while portfolio 5 is made up of commodities and cryptocurrencies and, finally, portfolio 6 includes the three asset classes.

Using Markowitz's (1952) portfolio theory, the aim of this study is to corroborate the contribution of diversification using cryptocurrencies to better portfolio performance, that is, to demonstrate that portfolios that consider cryptocurrencies, even if it is a small allocation, ensure a superior Sharpe Ratio.

From the results obtained, the portfolio made up only of cryptocurrencies is preferable to portfolios made up only of the other asset classes considered. In turn, the inclusion of cryptocurrencies in portfolios made up of stock indices and commodities considerably improves the overall performance of the portfolio. It is worth highlighting the fact that the more diversified portfolio, the better return and risk relationship and, in turn, the higher Sharpe Ratio.

Regardless of the investor's level of risk aversion, the allocation of cryptocurrencies, however small, contributes positively to the portfolio with a better return versus risk relationship compared to other traditional assets, ensuring a superior Sharpe Ratio.

Keywords: Cryptocurrencies; Diversification; Portfolio management; Profitability; Risk.

ÍNDICE

RESUMO	i
ABSTRACT	i
LISTA DE TABELAS	iv
LISTA DE FIGURAS	v
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA	4
CAPÍTULO III – METODOLOGIA	8
3.1 Análise e tratamento dos dados a considerar	14
3.2 Constituição dos portfólios	22
CAPÍTULO IV – RESULTADOS	28
4.1 Resultados obtidos para o portfólio de índices bolsistas, o portfólio de <i>commodities</i> e o portfólio de criptomoedas	28
4.2 Resultados obtidos para o portfólio constituído por índices bolsistas e criptomoedas e para o portfólio constituído por <i>commodities</i> e criptomoedas	34
4.3 Resultados obtidos para o portfólio constituído por índices bolsistas, <i>commodities</i> e criptomoedas	40
CAPÍTULO V – CONCLUSÃO	46
REFERÊNCIAS	49

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas dos índices bolsistas	14
Tabela 2. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas das <i>commodities</i>	15
Tabela 3. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas das criptomoedas	16
Tabela 4. Matriz de covariâncias dos ativos.....	17
Tabela 5. Matriz de correlações dos ativos.....	18
Tabela 6. PVM dos portfólios 1, 2 e 3.....	29
Tabela 7. Portfólio P* e <i>Sharpe Ratio</i> dos portfólios 1, 2 e 3	30
Tabela 8. Portfólio F* e respetivo <i>Sharpe Ratio</i> dos portfólios 1, 2 e 3.....	31
Tabela 9. Quadro resumo das carteiras ótimas dos portfólios 1, 2 e 3	32
Tabela 10. PVM dos portfólios 4 e 5.....	35
Tabela 11. Portfólio P* e <i>Sharpe Ratio</i> dos portfólios 4 e 5	36
Tabela 12. Portfólio F* e respetivo <i>Sharpe Ratio</i> dos portfólios 4 e 5	37
Tabela 13. Quadro resumo das carteiras ótimas dos portfólios 4 e 5	38
Tabela 14. PVM do portfólio 6.....	40
Tabela 15. Portfólio P* e <i>Sharpe Ratio</i> do portfólio 6	41
Tabela 16. Portfólio F* e respetivo <i>Sharpe Ratio</i> do portfólio 6	42
Tabela 17. Quadro resumo das carteiras ótimas do portfólio 6.....	43

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Representação gráfica do PVM e da fronteira eficiente.....	8
Figura 2. Representação gráfica do risco específico e do risco de mercado	9
Figura 3. Representação gráfica das rendibilidades diárias acumuladas dos índices bolsistas	19
Figura 4. Representação gráfica das rendibilidades diárias acumuladas das <i>commodities</i>	20
Figura 5. Representação gráfica das rendibilidades diárias acumuladas das criptomoedas	20
Figura 6. Ilustração gráfica de elementos que constituem um portfólio, <i>risk free rate</i> , fronteira eficiente, portfólio P* e CAL.....	24
Figura 7. Ilustração gráfica da CAL, da nova fronteira eficiente e da CAL(F).....	26
Figura 8. Representação gráfica dos PVM e respetivas fronteiras eficientes dos portfólios 1, 2 e 3	30
Figura 9. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios 1, 2 e 3	30
Figura 10. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respetivas curvas de utilidade dos portfólios 1, 2 e 3	33
Figura 11. Representação gráfica dos PVM e respetivas fronteiras eficientes dos portfólios 4 e 5.....	36
Figura 12. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios 4 e 5	37
Figura 13. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respetivas curvas de utilidade dos portfólios 4 e 5	39
Figura 14. Representação gráfica das fronteiras eficientes dos portfólios	41
Figura 15. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios	42
Figura 16. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respetivas curvas de utilidade dos portfólios	44

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

Os mercados financeiros são caracterizados pelas ordens de compra e venda de ativos, por parte dos investidores. No entanto, em 2008, com o nascimento da Bitcoin (Nakamoto, 2008), os mercados financeiros passaram a englobar uma nova classe de ativos, a classe de ativos das criptomoedas.

Aquando do investimento num determinado ativo, o investidor tem em conta a componente de retorno e risco. Qualquer investidor, independentemente do seu nível de aversão ao risco, pretende maximizar a sua utilidade, ou seja, obter a maior rendibilidade para o menor risco possível (Markowitz, 1952). Markowitz (1952) acrescenta que, para se atingir este objetivo, os portfólios devem ser diversificados.

O mercado das criptomoedas é bastante recente e tem assistido a um significativo desenvolvimento devido à elevada procura por retornos elevados. Contudo, as criptomoedas são um ativo diferente dos demais. Trata-se de um ativo para o qual não existe nenhuma entidade física que o controle, uma vez que a natureza das criptomoedas é serem moedas puramente digitais, baseadas na tecnologia *blockchain* e sem cobrança de intermediários entre as ações de compra e venda (Pacheco, 2018). O facto de não haver nenhuma entidade responsável pela regulamentação deste mercado causa receios aos investidores. Tendo em conta que os investidores são avessos ao risco, há muitos investidores que, apesar do elevado retorno das criptomoedas, optam por investir em ativos cuja rendibilidade é inferior para estarem menos expostos ao risco.

Através da presente dissertação pretende-se corroborar a premissa da diversificação de Markowitz (1952) mas, neste caso em específico, através da inclusão de criptomoedas em portfólios diversificados, tendo em conta a elevada volatilidade que caracteriza esta classe de ativos. Deste modo, serão tidos em conta, para além das criptomoedas, a classe de ativos das ações, representada pelos índices bolsistas e a classe de ativos das *commodities*.

O período temporal considerado para o estudo é de 5 anos, compreendido entre 21 de novembro de 2017 a 21 de novembro de 2022, sendo o período abrangido pela pandemia da COVID-19, na qual todos os ativos apresentaram quebras de rendibilidade. No entanto, devido às políticas expansionistas, a performance dos mercados financeiros foi inédita.

Para a análise constituir-se-ão 6 portfólios de investimento, nomeadamente o portfólio 1 constituído apenas por índices bolsistas, o portfólio 2 constituído apenas por *commodities*, o portfólio 3 constituído apenas pelas criptomoedas, o portfólio 4 com a

combinação da alocação de índices bolsistas e criptomoedas, o portfólio 5 com a combinação da alocação de *commodities* e criptomoedas e o portfólio 6 constituído pela combinação das três classes.

Para o tratamento dos dados aplica-se a metodologia implementada por Markowitz (1952) referente à teoria da carteira. Trata-se de uma metodologia tradicional, baseada na racionalidade do investidor. Todo o investidor racional pretende obter a máxima rendibilidade para o menor risco possível e, por isso, optará por investir na fronteira eficiente. Surgem conceitos como portfólio ótimo, referindo-se ao conjunto de ativos com risco no qual o investidor obtém a maximização do *Sharpe Ratio*, ou ainda *Capital Allocation Line* (CAL), que simboliza uma reta na qual o investidor aloca o seu capital entre o portfólio ótimo e um ativo sem risco. No entanto, o investidor pode financiar-se para investir mais do que 100% no portfólio ótimo, o que irá implicar o uso de uma taxa de financiamento em detrimento de uma taxa de juro sem risco, resultando por isso numa nova CAL, designada de CAL (F) e, conseqüentemente, num novo portfólio ótimo.

Da aplicação da metodologia obtêm-se os resultados que demonstram que, isoladamente, um portfólio constituído só por criptomoedas é preferível aos portfólios constituídos apenas pelos índices bolsistas ou pelas *commodities*. Aquando da diversificação e inclusão das criptomoedas em portfólios com outras classes de ativos, verifica-se que a performance global do portfólio ou carteira melhora consideravelmente. De salientar que, o portfólio 6 é o portfólio mais diversificado e, por sua vez, o portfólio com a melhor relação de retorno e risco, em simultâneo é o portfólio com o maior *Sharpe Ratio*.

Por sua vez, a alocação ótima de criptomoedas nos portfólios ótimos varia entre 12,59% e 30,84%, com a exceção do portfólio unicamente constituído por criptomoedas onde a alocação é de 100%. Para as carteiras ótimas a alocação de criptomoedas varia consoante o nível de aversão ao risco do investidor. Assumindo um coeficiente de aversão ao risco igual a 10, do investimento total nas carteiras ótimas a percentagem de investimento destinada às criptomoedas oscila entre 15,95% e 24,47%. No entanto, a carteira ótima referente ao portfólio unicamente constituído por criptomoedas considera uma alocação de 24,52%, quando o coeficiente de aversão ao risco do investidor é igual a 10, ou seja, o mais avesso ao risco.

Os resultados do estudo contribuem para a literatura existente na medida em que se prova matematicamente que as criptomoedas são um ativo que deve ser incluído em portfólios diversificados, uma vez que melhora a relação retorno-risco destes. O

contributo do estudo vai mais além, os mercados bolsistas são um bom indicador dado serem os primeiros a reagir aquando de perspetivas de recessão e recuperação, todavia refletem as políticas expansionistas e os estímulos dos bancos centrais para aguentar a economia. Para além disso, investidores privados beneficiam com as conclusões apresentadas, na medida em que podem recorrer à análise estabelecida e aplicá-la aos seus portfólios ou carteiras de negócios e, mais importante, constatarem que as criptomoedas são um ativo que deve ser tido em conta na constituição dos portfólios.

O remanescente da dissertação está dividido nos seguintes capítulos. O capítulo II trata da revisão da literatura, sendo feito um enquadramento teórico e apresentação das teses defendidas por outros autores que debatem o mesmo tema. O capítulo III aborda a metodologia aplicada e descreve o tratamento dos dados. O capítulo IV reflete os resultados obtidos e analisa os mesmos. Por último, o capítulo V refere-se à conclusão, referindo as considerações finais da pesquisa e apresentação de possíveis análises futuras que visem complementar o estudo elaborado.

CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA

Os mercados financeiros são alvo de procura por parte de investidores, na ânsia do capital investido ser ressarcido de retornos elevados. As teorias financeiras tradicionais baseiam-se nos pressupostos de que os investidores são racionais e os mercados são eficientes (Fama, 1970).

Considerando a racionalidade dos investidores, Harry Markowitz (1952) propõe a teoria da carteira, na qual os investidores devem considerar o retorno esperado como algo desejável e a variância do retorno como algo indesejável.

No que concerne ao risco, Bernoulli (1954) defende que os bens que estejam expostos a algum risco devem ser divididos, deixando camuflado o conceito da diversificação. Os portfólios ou carteiras devem ser diversificados, nomeadamente entre empresas e setores (Markowitz, 1952), por forma a mitigar a exposição ao risco.

Segundo Brandão (1998), a gestão de carteiras diz respeito à seleção de ativos em contexto de incerteza. Os investidores elegem as carteiras com base nas suas características globais de rendibilidade e risco (Markowitz, 1952). Não predefinir o risco, não limitar as perdas ou não encaixar ganhos são três dos erros de *trading* mais comuns (Douglas, 2013).

No período de 2007 a 2009 desencadeou-se a crise do *subprime* (Duca, 2013) que levou a uma grande recessão. A crise do *subprime* desencadeada pela falência do banco americano Lehman Brothers ameaçava colapsar todo o sistema financeiro (Pacheco, 2018), mitigado pelas políticas monetárias expansionistas adotadas pelos Bancos Centrais.

Concomitantemente com o despoletar da crise do *subprime*, surge um novo tipo de ativo no mercado. Nakamoto (2008) publicou um *white paper* através do qual propõe que as transações eletrónicas do dinheiro devem ser “*peer-to-peer*” (de pessoa para pessoa ou de uma carteira para a outra), sem intermediários, sendo que, para tal, os sistemas eletrónicos de pagamento devem ser baseados em criptografia em vez de confiança. Deste modo nasce a primeira criptomoeda bem sucedida, denominada de Bitcoin (Hougan & Lawant, 2021).

Os objetivos de Nakamoto eram resolver o problema da descentralização da moeda, eliminar intermediários e tornar as pessoas mais autónomas (Pacheco, 2018). A Bitcoin é caracterizada por ser uma versão de dinheiro eletrónico, *peer-to-peer*, através da qual os pagamentos online ocorrem sem intermediários, baseada na tecnologia *blockchain* que

representa uma rede distribuída em blocos que contem toda a informação passada e presente, onde todas as pessoas envolvidas na rede têm acesso a toda a informação, daí que uma das suas características é também ser descentralizada e transparente, com transações possíveis 24 horas por dia, 7 dias por semana, sendo a sua liquidação rápida e de baixo custo (Hougan & Lawant, 2021; Pacheco, 2018).

Muitas vezes as criptomoedas são consideradas moedas digitais, no entanto, não podem ser consideradas como tal. As criptomoedas são bastante voláteis, pelo que há dificuldade em estabelecer uma relação do preço de um bem e o montante a pagar pelo mesmo em criptomoedas, tal como preservar o poder de compra (Banco de Portugal, s.d.). Apesar de algumas empresas já aceitarem pagamentos por Bitcoin, esta ainda não é uma unidade de conta amplamente aceite (Coleman, 2021). Salienta-se ainda o facto de nenhuma entidade garantir este tipo de ativos, nem haver proteção legal que confira direitos de reembolso ao consumidor (Banco de Portugal, s.d.), o que lhes confere um risco acrescido.

Dado que as criptomoedas são privadas, uma vez que não são emitidas por nenhum banco central ou autoridade pública, a sua regulação é distinta das finanças tradicionais (Parlamento Europeu, 2022). A regulação deste tipo de ativos não é unânime entre os países. O anonimato das transações de criptomoedas podem ser aplicadas indevidamente, como por exemplo para financiar o terrorismo ou branquear capitais. Deste modo, a União Europeia legislou em 2023 que as transações de criptomoedas terão de incluir informações sobre o emissor e o recetor, de modo, a rastrear e bloquear atividades suspeitas.

O mercado das criptomoedas é bastante volátil, sendo o preço e flutuações das mesmas difíceis de determinar (Andrianto & Diputra, 2017). Alguns autores defendem que o preço da Bitcoin é influenciado pelas forças de mercado da oferta e da procura (Ciaian et al., 2015; Wu & Pandey, 2014; Andrianto & Diputra, 2017), por sua vez, as altas volatilidades deste ativo são explicadas pelo sentimento (Chuen et al., 2017) e especulações dos investidores (Ciaian et al., 2015).

A Bitcoin é caracterizada por elevados retornos, elevadas volatilidades e baixas correlações com outros ativos tradicionais (Hougan & Lawant, 2021). Enquanto alguns autores defendem que o fator mais relevante para o investimento em criptomoedas são as elevadas rendibilidades (Yilmaz & Hazar, 2018), outros defendem que apesar dos elevados retornos das criptomoedas serem atrativos, o elevado risco associado leva a que não sejam considerados para a constituição do portfólio de investimento (Veen, 2018).

No entanto, apesar das elevadas volatilidades anuais das mesmas, a inclusão destes ativos nos portfólios apresenta benefícios de diversificação no que se refere à estruturação de carteiras ótimas (Chuen et al., 2017; Díez, 2022), uma vez que as correlações entre criptomoedas e os ativos tradicionais são baixas (Hougan & Lawant, 2021) e os retornos diários das criptomoedas são mais elevados do que os dos ativos tradicionais (Chuen et al., 2017).

Todos os investidores são distintos. Os investidores mais propensos a deterem criptomoedas são jovens, do sexo masculino, com um rendimento elevado, sendo que quanto maior a tolerância ao risco maior a probabilidade de investir neste ativo (Faria, 2022). Investidores com a faixa etária compreendida entre os 25 e os 40 anos são menos avessos a perdas e expressam menor arrependimento do que a faixa etária dos investidores entre os 41 e os 55 anos, sendo o género feminino mais avesso à perda e o que assume menos risco do que o género masculino (Arora et al., 2015).

Perante Wu e Pandey (2014) o investimento em Bitcoin, mesmo perante o cenário de possibilidade de perda, é positivo e contribui para o melhor desempenho da carteira. Veen (2018) defende que uma carteira composta por criptomoedas contribui para uma fronteira eficiente materialmente superior a uma que não considere essa classe de ativos. Segundo Constanza (2018), os retornos das carteiras quer passivas ou ativas, com recurso à média móvel simples de 20 dias do preço da Bitcoin, melhoram progressivamente à medida que a alocação de Bitcoin nas carteiras aumenta. Sendo que as carteiras ativas apresentam retornos melhores do que as carteiras passivas.

No que concerne à alocação ideal de criptomoedas nos portfólios ou carteiras, este depende muito da tolerância ao risco do investidor. A plataforma de investimento Betterment recomenda o investimento em criptomoedas de 5% no máximo, sendo a ponderação baseada nas expectativas que o investidor tem do crescimento futuro das criptomoedas e em quanto é que estas superarão as ações (Campos, 2022). Veen (2018) defende que a alocação ideal de criptomoedas nos portfólios varia de 2% a 5% para portfólios de baixo risco, sendo que para portfólios mais agressivos pode atingir uma alocação entre 8% e 20%. Perante Adrianto e Diputra (2017), a alocação ótima de criptomoedas, dependendo da tolerância ao risco do investidor, varia entre 5% e 20%, para obter um bom *Sharpe Ratio*.

Através dos estudos elaborados até ao momento conclui-se que as criptomoedas são um ativo cujo investimento é atraente dado as elevadas rendibilidades, mas, em contrapartida, as elevadas volatilidades também deixam os investidores receosos. No

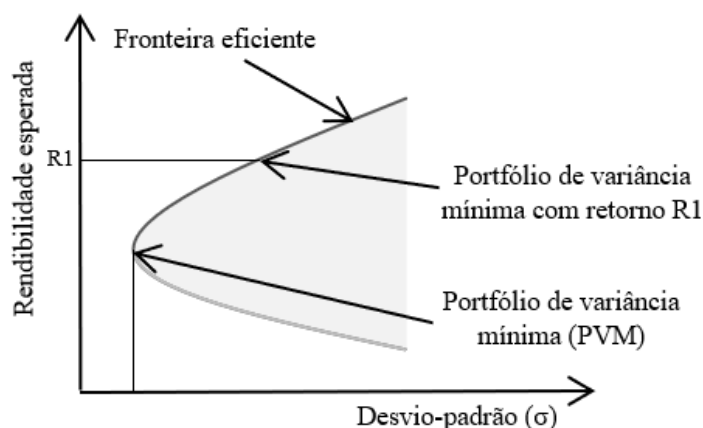
entanto, verifica-se que a alocação de criptomoedas em portfólios ou carteiras diversificadas contribuem para aumentar os retornos das mesmas. Contudo, a percentagem de alocação nesta classe de ativos depende do nível de aversão ao risco do investidor.

CAPÍTULO III – METODOLOGIA

No presente capítulo apresenta-se a metodologia a ser aplicada, nomeadamente a teoria da carteira de Markowitz (1952), uma metodologia tradicional já existente na literatura, no entanto, pretende-se agora analisar o contributo da alocação das criptomoedas em portfólios e carteiras diversificadas.

A teoria da carteira de Markowitz (1952) visa estabelecer a relação entre as duas principais características de um portfólio ou carteira, nomeadamente, a relação entre retorno e risco. O retorno é dado como a rendibilidade que se espera obter de determinado ativo e, por sua vez, o risco é obtido pelo desvio-padrão que traduz a incerteza associada ao ativo. A teoria da carteira tem como base o conceito de fronteira eficiente, trata-se de uma linha curva que representa todas as carteiras com a melhor combinação de retorno e risco, tal como representado na Figura 1. O primeiro ponto da fronteira eficiente é o portfólio de variância mínima (PVM), ou seja, a combinação de investimento com o menor risco dentro de todas as combinações possíveis.

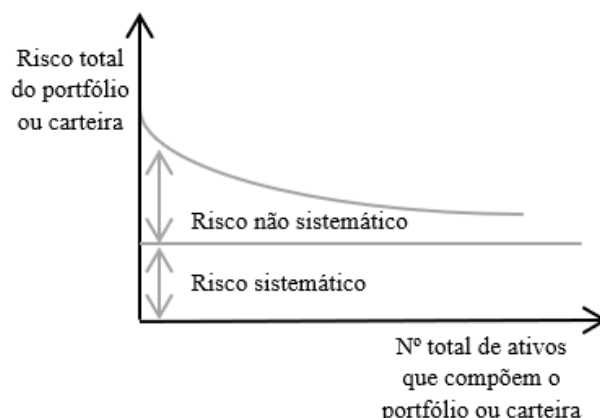
Figura 1. Representação gráfica do PVM e da fronteira eficiente



Fonte: Adaptado de Prates (2016). <https://cienciaenegocios.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente/>

Subjacente à teoria da carteira estão conceitos como diversificação (Markowitz, 1952). Qualquer investidor deve diversificar os ativos que compõem a sua carteira, o que não significa apenas investir em diferentes empresas, mas sim em diferentes setores de negócio. Na Figura 2 estão representados graficamente o risco não sistemático (risco específico) e o risco sistemático (risco de mercado). A diversificação tem como objetivo eliminar parte do risco não sistemático que é inerente a cada ativo, pelo que quanto maior a diversificação menor o peso deste risco. Contudo, a diversificação não elimina o risco sistemático, uma vez que é determinado por fatores externos ao ativo em si e que, por norma, influenciam todos os ativos de forma transversal, como por exemplo guerras, períodos de crise, entre outros.

Figura 2. Representação gráfica do risco específico e do risco de mercado



Fonte: Adaptado de Prates (2016). <https://cienciaenegocios.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carreira-e-a-fronteira-eficiente/>

A teoria de Markowitz permite aos investidores identificar a melhor combinação de retorno e risco. No entanto, cada investidor tem um perfil que lhe é próprio, resultado da combinação entre a capacidade de assumir risco e a aversão ao mesmo (Klement, 2015). Apesar de se considerar nos modelos convencionais que os investidores são racionais, muitas vezes, por questões como dificuldade de interpretação da informação, capacidades de memória limitadas, entre outras, os investidores não expressam a racionalidade pretendida. Posto isto, houve a necessidade de analisar o perfil do investidor, sendo as finanças comportamentais responsáveis por este estudo (Lobão, 2012). Fatores como o conhecimento e experiência no mercado, a situação financeira, a tolerância ao risco, os objetivos que se pretende alcançar com o investimento, o horizonte temporal, e ainda idade e género, também influenciam o perfil do investidor (Novo Banco, s.d.).

Globalmente, são considerados três perfis de investidor distintos, nomeadamente o perfil de investidor conservador, aquele que é o menos tolerante ao risco e, por sua vez, os seus investimentos estão associados a depósitos a prazo ou obrigações, o investidor moderado que já assume algum risco sendo o seu investimento uma combinação entre obrigações e ações e, por último, o investidor arrojado ou dinâmico caracterizado por ter um elevado conhecimento e experiência do mercado, estando disposto a assumir um risco mais elevado na expectativa de retornos maiores, optando por investir em ações ou outros ativos com maior risco e maior retorno (Novo Banco, s.d.).

O presente estudo pretende analisar o contributo das criptomoedas em portfólios diversificados, sendo as criptomoedas um ativo ao qual está associado uma elevada rendibilidade que tem como consequência uma elevada volatilidade, o enfoque será para investidores arrojados. No entanto, em portfólios diversificados, a inclusão de uma

pequena alocação de criptomoedas não será prejudicial ao ponto de tornar a exposição ao risco gravosa, mas uma vez mais depende das convicções do investidor e do quão ele esteja receptivo a investimentos neste tipo de ativo.

Ao ouvir falar em criptomoedas, a nossa mente remete-nos automaticamente para a palavra Bitcoin, a primeira criptomoeda, logo a mais conhecida e abordada. Pacheco (2018) analisa em particular a Bitcoin, no entanto, há características da Bitcoin que são globais a todas as criptomoedas, tais como o facto de se tratar de moedas virtuais para as quais não há uma entidade física que as controle, funcionam na base da tecnologia *blockchain* e o seu mercado diferencia-se dos demais na medida em que nunca fecha, podendo transacionar-se criptomoedas sempre. O mercado das criptomoedas tornou-se atrativo pelas elevadas rendibilidades que lhe estão subjacentes.

Dado que se pretende constituir portfólios diversificados, para além das criptomoedas, também serão consideradas as classes de ativos de ações e de *commodities*.¹

Segundo o Banco de Portugal (s.d.), as ações representam uma quota parte do capital social de uma empresa, constituída sob a forma de sociedade anónima. No entanto, a compra e venda de ações não é geral a todas as empresas, uma vez que, para esta transação ser facilmente concretizável, as empresas devem estar cotadas em bolsa (CMVM, 2023). O principal objetivo das mesmas estarem cotadas em bolsa é conseguirem um melhor financiamento, ou seja, a compra de ações por parte do investidor permite à empresa financiar-se para realizar investimentos ou mesmo liquidar dívidas. As empresas cotadas em bolsa são obrigadas a tornar públicas as suas contas, no entanto, há informação que pode ser camuflada e de difícil interpretação por parte dos investidores. A liquidez das ações pode ser medida, por exemplo, pelo volume médio de transações diárias, havendo ativos que são menos líquidos do que outros, ou seja, são pouco transacionados, o que pode dificultar a sua venda e preço no momento desejado.

Por sua vez, as *commodities* são mercadorias em estado bruto ou de baixa industrialização que são transacionadas a nível mundial. Neste tipo de mercado é possível realizar transações referentes à energia, aos metais, ao setor agrícola e ainda índices de *commodities* que agregam diferentes mercadorias. A comercialização destes bens é realizada através de contratos de futuros ou opções, tendo como principal objetivo a cobertura do risco associado a essas *commodities* - *hedging*. Os investidores recorrem ao

¹ Numa análise preliminar foi incluído o índice de obrigações do S&P 500. No entanto, devido à baixa rendibilidade por unidade de risco comparativamente a outros ativos, não se justifica a sua inclusão na ótica de um investidor racional.

hedging com o objetivo de minimizar a exposição ao risco, ou seja, fixar no presente um preço futuro, mitigando a incerteza futura. O *hedging* permite que, dada a incerteza do padrão de preços futuros, quer o vendedor, quer o comprador, possam acordar um preço pelo qual, num determinado momento posterior do tempo, irão transacionar a mercadoria, sendo que o preço acordado pode refletir exatamente a performance futura, como pode apresentar perdas para o vendedor e ganhos para o comprador e vice-versa. Tanto os contratos de futuros como os contratos de opções são derivados, no entanto, há diferenças entre os dois tipos de contratos. Um contrato de futuros reflete o acordo entre o comprador e o vendedor, do tipo de ativo, quantidade e qualidade a ser comercializada, num determinado momento futuro, cujo preço é fixado no momento da elaboração do contrato, ficando ambas as partes obrigadas a comprar e vender ao preço acordado na data de vencimento do contrato. Em contrapartida, os contratos de opções atribuem a obrigação do vendedor de vender, sendo que o comprador tem o direito, mas não a obrigação de comprar. O desfaseamento de direitos entre comprador e vendedor tem como consequência o pagamento de um prêmio pelo comprador ao vendedor.

Em primeira instância é necessário obter os dados a serem tratados. Para as cotações de fecho diárias das criptomoedas recorreu-se ao site <https://coincodex.com>. No que concerne às ações, obteve-se as cotações de fecho diárias ajustadas, uma vez que englobam o pagamento de dividendos, com recurso ao site <https://finance.yahoo.com/> e ao site <https://www.bloomberg.com/>. Por último, as cotações de fecho das *commodities* foram obtidas pelo site <https://pt.investing.com/>. O intervalo temporal considerado foi de 5 anos, nomeadamente de 21 de novembro de 2017 a 21 de novembro de 2022, com o objetivo de obter um maior número de observações e maior robustez dos resultados obtidos. É necessário obter ainda a taxa de juro sem risco (*risk free rate*). Para o efeito, considera-se a *yield to maturity* dos Estados Unidos da América (EUA) a 10 anos. À data da consulta, dia 21 de novembro de 2022, no site <https://pt.investing.com/>, a taxa era de 3,840%, no entanto, uma vez que para todos os ativos foram considerados os últimos 5 anos, aplicou-se o mesmo procedimento, por forma a obter uma taxa média que acompanhasse as alterações do período em análise, sendo o resultado da *risk free rate* de 2,04%.

Depois de obter as cotações de fecho diárias ajustadas para as ações e as cotações de fecho para os restantes ativos, calculam-se as rendibilidades diárias, representadas em percentagem, traduzindo a taxa de retorno que o investidor recebe ao ter realizado um

investimento em determinado ativo. As rendibilidades diárias de cada ativo são calculadas tendo por base a Fórmula 1.

$$\text{Rendibilidade diária}_t = \frac{\text{Cotação}_t - \text{Cotação}_{t-1}}{\text{Cotação}_{t-1}} \quad (1)$$

onde t representa a variável tempo, neste caso o dia.

Uma vez que, ao longo dos últimos 5 anos, as taxas de juro sem risco oscilaram consideravelmente, o método utilizado para o tratamento da mesma baseou-se na subtração da *risk free rate* diária às rendibilidades diárias dos ativos. Contudo, a *risk free rate* obtida é anual, havendo a necessidade de a converter para diária, dado que os demais dados têm correspondência diária. Assim sendo, à taxa obtida para cada dia divide-se pelo número de dias de um ano. No entanto, há algumas omissões de dados, como por exemplo os dias cuja rendibilidade diária não tem correspondência para a *risk free rate* e vice-versa. Nestas situações, os dados são eliminados até haver correspondência novamente. Tais omissões de dados são justificadas pela operacionalidade dos ativos em diferentes mercados e a taxa de juro sem risco ser referente apenas ao mercado dos EUA.

De seguida calculam-se as rendibilidades médias diárias com recurso à função “Média” do Excel. Reúnem-se as condições necessárias para determinar a rendibilidade média anualizada e a volatilidade média anualizada de cada um dos ativos, através das Fórmulas 2 e 3, respetivamente.

$$\begin{aligned} \text{Rendibilidade média anualizada}_x \\ &= N^\circ \text{ médio de dias por ano} \\ &\times \text{Rendibilidade média diária}_x \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{Volatilidade média anualizada}_x \\ &= \text{"Desvpad.S.(rendibilidades diárias}_x\text{)"} \\ &\times \sqrt{N^\circ \text{ médio de dias por ano}} \end{aligned} \quad (3)$$

onde x representa o ativo em questão.

A Teoria de Markowitz (1952), para além da diversificação, assume que os investidores são avessos ao risco e, por isso, considerando dois ativos com o mesmo nível de risco associado, o investidor irá optar por aquele que lhe oferecer uma maior rendibilidade. Assim sendo, depois de calculadas as rendibilidades e volatilidades

anualizadas de cada um dos ativos, verifica-se se cada um dos ativos considerados inicialmente cumpre o critério da rentabilidade (R) e risco (desvio-padrão, σ), ou seja $R_A < R_B < R_C$ e, por consequência, $\sigma_A < \sigma_B < \sigma_C$. Os ativos que não cumpram o critério anterior são rejeitados e não serão considerados para os portfólios a elaborar. Assim garante-se o princípio da racionalidade do investidor.

Depois de analisar os ativos que reúnem os critérios da rentabilidade é necessário verificar a correspondência temporal diária para cada um e eliminar as células referentes aos dias em que haja omissão de dados para algum destes. Tal omissão é justificada pela operacionalidade dos ativos em diferentes mercados.

Aquando da correspondência diária entre todos os ativos é possível calcular a rentabilidade diária acumulada, com recurso à Fórmula 4. Com recurso às rentabilidades diárias acumuladas de cada um dos ativos é possível representar as mesmas graficamente, facilitando a análise do comportamento das rentabilidades de cada ativo ao longo do período em análise.

$$\begin{aligned} \text{Rentabilidade diária acumulada}_t \\ &= \text{Rentabilidade diária acumulada}_{t-1} \\ &+ \text{Rentabilidade diária}_t \end{aligned} \quad (4)$$

onde t representa a variável tempo, neste caso o dia.

Para o estudo dos portfólios a serem elaborados é necessário calcular ainda a matriz de covariância, medida não padronizada, utilizando-se para o efeito a função “COVARIÂNCIA.S” do Excel. A covariância pode variar de $-\infty$ a $+\infty$ e o sinal de covariância mostrará a tendência na relação linear entre as variáveis. Se a covariância for negativa significa que quando uma variável apresenta uma subida no preço a outra terá, tendencialmente, um comportamento oposto. Se a covariância for positiva significa que um aumento no preço de uma variável resultará, tendencialmente, no aumento da outra variável. É necessário calcular também a matriz de correlações, uma vez que esta trata de dados padronizados, com recurso à função “CORREL” do Excel. A matriz de correlações mostra os valores do coeficiente de Pearson, que mede o grau de relação linear entre cada par de variáveis. Os valores para a correlação estão compreendidos entre -1 e +1. Se a correlação é positiva significa que as duas variáveis estão interrelacionadas, ou seja, tendencialmente assumem a mesma direção, quando uma cai a outra também cai e, quando uma cresce a outra também cresce. A vantagem da correlação em comparação com a covariância é que a primeira permite balizar a interrelação existente entre as variáveis. Por sua vez, uma correlação negativa significa que as variáveis se relacionam

inversamente. Para efeitos de diversificação, o investidor tende a procurar ativos com correlação negativa, pois estes simbolizam um menor risco assumido.

3.1 Análise e tratamento dos dados a considerar

Segundo Markowitz (1952), os investidores devem diversificar as suas carteiras. Deste modo, no que respeita às ações, estas serão representadas por alguns dos principais índices bolsistas, dado que os índices agregam ações de diferentes áreas de negócio, ou seja, contemplam diferentes empresas com diferentes atividades, garantindo diversificação dentro do próprio ativo.

Na Tabela 1 estão representadas as rendibilidades e volatilidades anualizadas para os 12 índices inicialmente considerados.

Tabela 1. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas dos índices bolsistas

Índices Bolsistas	País a que pertencem os índices bolsistas	Rendibilidades Anualizadas	Volatilidades Anualizadas
PSI 20	Portugal	1,27%	17,78%
Nikkei 225	Japão	4,28%	19,59%
CAC 40	França	4,37%	20,56%
S&P 500	EUA	8,69%	21,67%
Nasdaq Composite	EUA	10,90%	25,39%
Nasdaq 100	EUA	13,51%	26,24%
FTSE 100	Reino Unido	-0,54%	17,76%
IBEX 35	Espanha	-4,01%	20,67%
DAX	Alemanha	2,07%	21,30%
FTSE MIB	Itália	2,38%	22,96%
DJI	EUA	7,46%	21,67%
Ibovespa	Brasil	9,14%	26,71%

Tendo em conta o critério da rendibilidade e risco apenas os índices PSI 20, Nikkei 225, CAC 40, S&P 500, Nasdaq Composite e Nasdaq 100 serão considerados para a composição dos portfólios. Dos índices analisados conclui-se que o PSI 20 é o que tem menor rendibilidade e, por sua vez, tem menor volatilidade, sendo o Nasdaq 100 o oposto, ou seja, o que tem maior rendibilidade e, por consequência, maior volatilidade. A grande discrepância de rendibilidades entre o PSI 20 e o Nasdaq 100 pode ser justificada pela composição de cada índice. O PSI 20 é composto em aproximadamente 35% pelo setor das utilidades, 19% pelo setor de bens de consumo, 14% pelo setor da energia, 10% pelo setor dos materiais básicos, 9% pelo setor financeiro, 7% pelo setor industrial e 6% pelo setor das telecomunicações, tratando-se de um índice bastante diversificado, enquanto que o Nasdaq 100 é maioritariamente representado pelo setor tecnológico, assumindo

uma posição de aproximadamente 60% da composição total do índice, tendo as empresas tecnológicas um grande potencial e volatilidade associados.

Para a classe de ativos respeitante às *commodities*, consideram-se índices de *commodities* e *commodities* em si, representados na Tabela 2 onde está referido o grupo em que se enquadram, bem como as respetivas rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas.

Tabela 2. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas das *commodities*

<i>Commodities</i>	Grupo a que pertencem	Rendibilidades Anualizadas	Volatilidades Anualizadas
DJC Gold	Metais	5,32%	15,12%
DJ Commodity	Diversos	10,01%	17,07%
Paládio	Metais	18,54%	39,95%
Óleo Aquecimento	Energia	19,09%	42,78%
DJC Nickel	Metais	21,74%	44,97%
Crédito Carbono	Energia	53,78%	46,38%
Petróleo Bruto Wti	Energia	-55,38%	157,68%
Café Robusta Londres	Agrícola	0,61%	21,22%
Cobre	Metais	3,15%	22,63%
Platina	Metais	3,45%	29,58%
Cacau NY	Agrícola	3,72%	25,68%
Algodão NY n°2	Agrícola	4,70%	28,69%
Ouro	Metais	5,22%	15,17%
Boi gordo	Agrícola	5,30%	20,21%
Prata	Metais	6,79%	30,65%
DJC Sugar	Agrícola	6,99%	25,54%
Açúcar Londres	Agrícola	7,62%	24,86%
Suco de laranja NY	Agrícola	7,64%	33,08%
Petróleo Brent	Energia	14,66%	44,31%
Porco magro	Agrícola	15,75%	47,77%
DJC Petroleum	Energia	15,85%	43,97%
DJC Energy	Energia	16,36%	40,58%
Gasóleo Londres	Energia	18,18%	44,65%
Gás Natural	Energia	32,76%	61,14%

De acordo com o apresentado na Tabela 2, apenas o índice DJC Gold (Dow Jones Commodity Gold, índice de *commodities* global), o índice DJ Commodity (Dow Jones Commodity, índice de *commodities* que engloba diversos grupos de mercadorias global), o metal Paládio, o Óleo de Aquecimento, o índice DJC Nickel (Dow Jones Commodity Nickel) e o Crédito de Carbono, apresentados para negociação pelos EUA através de contratos de futuros, são considerados para a constituição dos portfólios, uma vez que os demais ativos não cumprem os critérios de racionalidade, ou seja, maximizar a rendibilidade para o menor risco possível.

O mercado das criptomoedas é muito vasto, no entanto, as que se incubem de representar este ativo são primordialmente a Bitcoin e a Ethereum, havendo outras como a Binance Coin (BNB), a Tether, a XRP e a USD Coin que começam a assumir uma posição mais significativa. No entanto, a USD Coin não será considerada para a análise devido à amostra ser reduzida (dados a partir de 06/12/2018). Contudo, a sua rendibilidade anualizada e volatilidade anualizada será calculada tendo em conta os dados disponíveis. As rendibilidades e volatilidades anualizadas das criptomoedas estão espelhadas na Tabela 3.

Tabela 3. Rendibilidades anualizadas e volatilidades anualizadas das criptomoedas

Criptomoedas	Rendibilidades Anualizadas	Volatilidades Anualizadas
Bitcoin	40,83%	76,18%
Ethereum	70,08%	99,11%
BNB	166,75%	122,02%
USD Coin	-1,88%	5,21%
Tether	0,20%	20,84%
XRP	84,88%	130,11%

Das criptomoedas consideradas inicialmente, para além da USD Coin a XRP não será tida em conta uma vez que existe uma outra criptomoeda, nomeadamente a BNB que oferece uma rendibilidade anualizada superior, $166,75\% > 84,88\%$, cuja volatilidade anualizada é inferior, $122,02\% < 130,11\%$. Um investidor racional optará por investir em BNB em prol de investir em XRP. No que concerne à Tether, apesar da sua capitalização de mercado ser significativa, a valorização da cotação da mesma não tem sido considerável. Para além da rendibilidade da Tether ser baixa, nomeadamente de 0,20% ao ano, ao comparar com outros ativos em análise, como por exemplo o PSI 20, esta criptomoeda não se torna apelativa considerando os seus níveis de rendibilidade *versus* risco. Deste modo, apenas serão consideradas para a análise as criptomoedas Bitcoin, Ethereum e BNB.

Com base nos ativos que cumprem os critérios de rendibilidade e risco, advém a matriz de covariâncias e correlações dos mesmos, apresentadas nas Tabelas 4 e 5, respetivamente.

No que respeita à matriz de covariâncias, constata-se que as covariâncias entre os ativos são positivas com a exceção da covariância entre o DJC Nickel e o Crédito de Carbono. No entanto, tal como para as demais covariâncias, o seu valor é muito próximo de zero.

Tabela 4. Matriz de covariâncias dos ativos

Legenda: a numeração presente na primeira linha da tabela representa os ativos que estão igualmente numerados na primeira coluna da tabela.

Matriz de covariâncias	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(1) PSI 20		0,00006	0,00012	0,00009	0,00009	0,00009	0,00001	0,00005	0,00009	0,00009	0,00006	0,00008	0,00012	0,00018	0,00016
(2) Nikkei 225	0,00006		0,00007	0,00005	0,00005	0,00004	0,00000	0,00003	0,00007	0,00006	0,00002	0,00005	0,00002	0,00007	0,00006
(3) CAC 40	0,00012	0,00007		0,00012	0,00012	0,00011	0,00000	0,00005	0,00009	0,00009	0,00005	0,00012	0,00015	0,00022	0,00020
(4) S&P 500	0,00009	0,00005	0,00012		0,00022	0,00022	0,00001	0,00005	0,00009	0,00011	0,00005	0,00010	0,00019	0,00030	0,00026
(5) Nasdaq Composite	0,00009	0,00005	0,00012	0,00022		0,00028	0,00002	0,00005	0,00010	0,00010	0,00005	0,00010	0,00024	0,00035	0,00031
(6) Nasdaq 100	0,00009	0,00004	0,00011	0,00022	0,00028		0,00001	0,00005	0,00010	0,00010	0,00005	0,00009	0,00024	0,00035	0,00030
(7) DJC Gold	0,00001	0,00000	0,00000	0,00001	0,00002	0,00001		0,00004	0,00010	0,00004	0,00005	0,00001	0,00005	0,00007	0,00007
(8) DJ Commodity	0,00005	0,00003	0,00005	0,00005	0,00005	0,00005	0,00004		0,00012	0,00023	0,00011	0,00007	0,00008	0,00013	0,00011
(9) Paládio	0,00009	0,00007	0,00009	0,00009	0,00010	0,00010	0,00010	0,00012		0,00019	0,00015	0,00006	0,00015	0,00024	0,00021
(10) Óleo Aquec.	0,00009	0,00006	0,00009	0,00011	0,00010	0,00010	0,00004	0,00023	0,00019		0,00012	0,00015	0,00016	0,00022	0,00019
(11) DJC Nickel	0,00006	0,00002	0,00005	0,00005	0,00005	0,00005	0,00005	0,00011	0,00015	0,00012		-0,00002	0,00008	0,00014	0,00016
(12) Crédito Carbono	0,00008	0,00005	0,00012	0,00010	0,00010	0,00009	0,00001	0,00007	0,00006	0,00015	-0,00002		0,00007	0,00013	0,00011
(13) Bitcoin	0,00012	0,00002	0,00015	0,00019	0,00024	0,00024	0,00005	0,00008	0,00015	0,00016	0,00008	0,00007		0,00252	0,00247
(14) Ethereum	0,00018	0,00007	0,00022	0,00030	0,00035	0,00035	0,00007	0,00013	0,00024	0,00022	0,00014	0,00013	0,00252		0,00317
(15) BNB	0,00016	0,00006	0,00020	0,00026	0,00031	0,00030	0,00007	0,00011	0,00021	0,00019	0,00016	0,00011	0,00247	0,00317	

Tabela 5. Matriz de correlações dos ativos

Legenda: a numeração presente na primeira linha da tabela representa os ativos que estão igualmente numerados na primeira coluna da tabela.

Matriz de correlações	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
(1) PSI 20		0,36803	0,74764	0,53339	0,45585	0,42667	0,10235	0,39083	0,27651	0,27502	0,16831	0,21339	0,19201	0,23363	0,16094
(2) Nikkei 225	0,36803		0,41476	0,25276	0,21657	0,19587	0,02801	0,24088	0,20094	0,15213	0,06482	0,12098	0,03832	0,07834	0,05284
(3) CAC 40	0,74764	0,41476		0,61911	0,53464	0,50247	0,01532	0,34992	0,26228	0,24755	0,12924	0,29737	0,21341	0,24558	0,17680
(4) S&P 500	0,53339	0,25276	0,61911		0,94391	0,92941	0,08086	0,33977	0,25825	0,26637	0,12378	0,24762	0,26741	0,31764	0,21900
(5) Nasdaq Composite	0,45585	0,21657	0,53464	0,94391		0,99355	0,09208	0,28386	0,24089	0,22451	0,10775	0,19767	0,28722	0,32212	0,22404
(6) Nasdaq 100	0,42667	0,19587	0,50247	0,92941	0,99355		0,08646	0,26458	0,22520	0,21158	0,09828	0,18646	0,27898	0,31489	0,21451
(7) DJC Gold	0,10235	0,02801	0,01532	0,08086	0,09208	0,08646		0,34024	0,37638	0,12557	0,17672	0,02880	0,10556	0,10430	0,08252
(8) DJ Commodity	0,39083	0,24088	0,34992	0,33977	0,28386	0,26458	0,34024		0,40882	0,72316	0,32775	0,19555	0,14815	0,17552	0,11805
(9) Paládio	0,27651	0,20094	0,26228	0,25825	0,24089	0,22520	0,37638	0,40882		0,25935	0,19452	0,07169	0,11409	0,13786	0,09489
(10) Óleo Aquec.	0,27502	0,15213	0,24755	0,26637	0,22451	0,21158	0,12557	0,72316	0,25935		0,14433	0,17139	0,11258	0,11557	0,07783
(11) DJC Nickel	0,16831	0,06482	0,12924	0,12378	0,10775	0,09828	0,17672	0,32775	0,19452	0,14433		-0,02081	0,05327	0,07112	0,06158
(12) Crédito Carbono	0,21339	0,12098	0,29737	0,24762	0,19767	0,18646	0,02880	0,19555	0,07169	0,17139	-0,02081		0,04855	0,06512	0,04274
(13) Bitcoin	0,19201	0,03832	0,21341	0,26741	0,28722	0,27898	0,10556	0,14815	0,11409	0,11258	0,05327	0,04855		0,75457	0,58188
(14) Ethereum	0,23363	0,07834	0,24558	0,31764	0,32212	0,31489	0,10430	0,17552	0,13786	0,11557	0,07112	0,06512	0,75457		0,57346
(15) BNB	0,16094	0,05284	0,17680	0,21900	0,22404	0,21451	0,08252	0,11805	0,09489	0,07783	0,06158	0,04274	0,58188	0,57346	

Em contrapartida, a matriz de correlações permite uma melhor interpretação dos dados. Verifica-se que as correlações entre os ativos são tendencialmente positivas com a exceção da correlação entre o DJC Nickel e o Crédito de Carbono. Assim sendo, segundo os valores obtidos, todas as variáveis tendem a comportarem-se de forma semelhante, ou seja, quando uma cresce, as demais têm o mesmo comportamento, com a ressalva do DJC Nickel que, caso aumente de valor, a tendência será o Crédito de Carbono assumir a direção oposta. Apesar dos valores já apresentarem alguma significância, na grande maioria não é assumido um grande grau de correlação entre os ativos. No entanto, destaca-se a correlação fortemente positiva entre os índices S&P 500 e Nasdaq Composite, S&P 500 e Nasdaq 100 e ainda Nasdaq Composite e Nasdaq 100, podendo tal correlação ser justificada pela operacionalidade dos mesmos no mercado dos EUA. Apesar da formação de cada um dos índices ser distinta na composição global das empresas e na ponderação de cada uma, existem exceções, como por exemplo as ações da Apple Inc, da Google Inc. classe A e a Alphabet Inc (Google) Classe C, que são comuns aos três índices. As correlações entre os diferentes ativos tendem a ser mais elevadas dentro da própria classe do ativo, ou seja, os índices bolsistas apresentam uma correlação forte entre eles, mas esta é menor quando se compara a correlação entre um índice bolsista e uma criptomoeda ou uma *commoditie*, advindo daí a necessidade de diversificar mesmo entre diferentes classes de ativos.

Os investidores racionais pretendem alcançar níveis elevados de rentabilidade, daí que se espera uma tendência de crescente rentabilidade dos ativos ao longo do tempo. Nas Figuras 3, 4 e 5 estão representados os gráficos das rentabilidades diárias acumuladas dos ativos considerados.

Figura 3. Representação gráfica das rentabilidades diárias acumuladas dos índices bolsistas

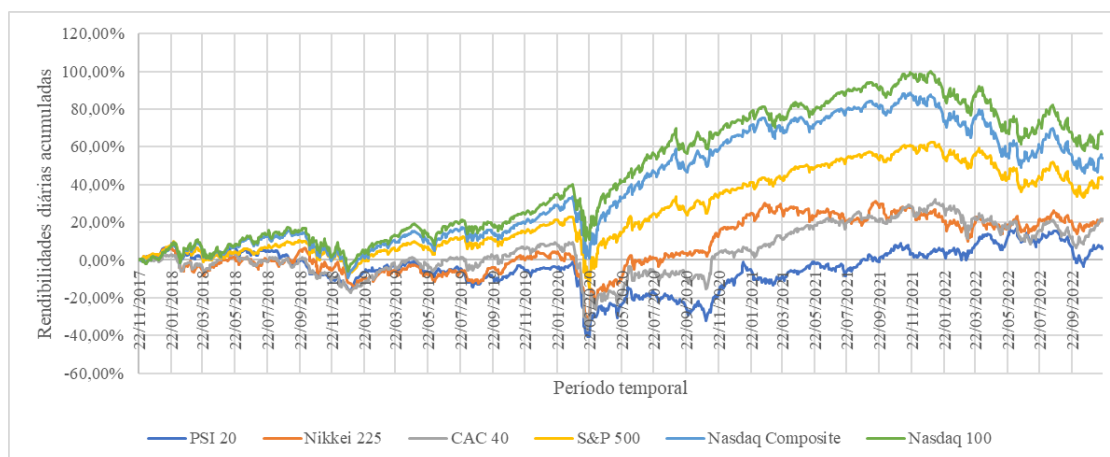


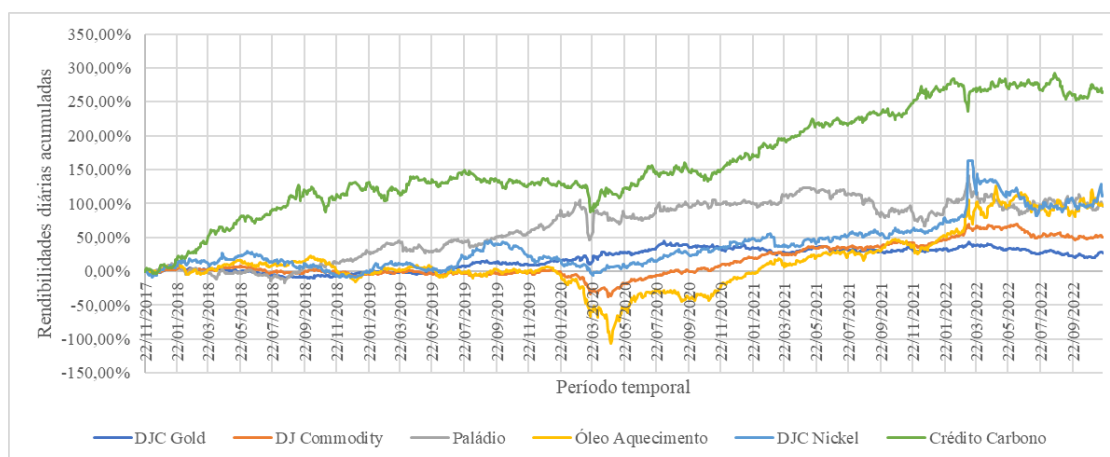
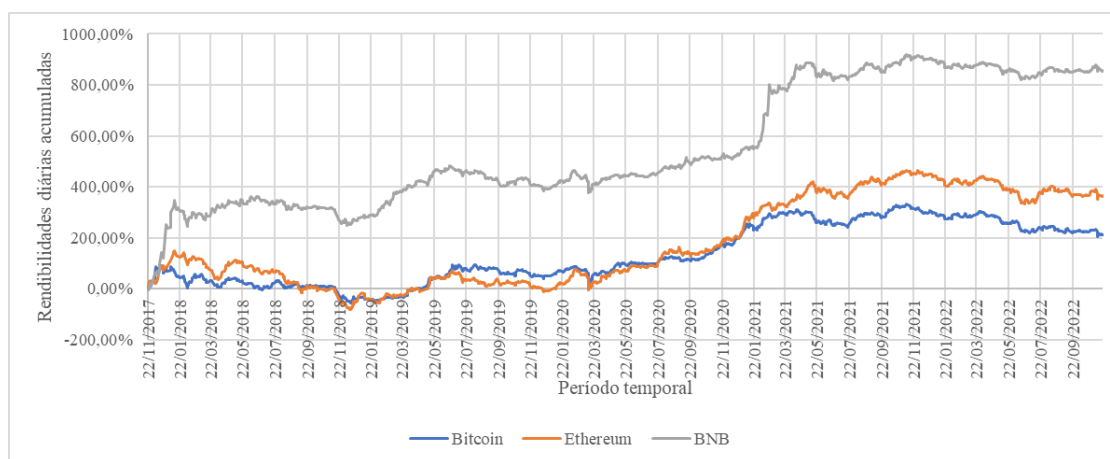
Figura 4. Representação gráfica das rendibilidades diárias acumuladas das *commodities*

Figura 5. Representação gráfica das rendibilidades diárias acumuladas das criptomoedas



Verifica-se que, independentemente da classe do ativo, todos eles apresentam uma tendência crescente da rentabilidade para o período em análise, apesar do nível de progresso ser mais lento em alguns deles. Entre 2017 e 2022 as políticas expansionistas adotadas pelos principais Bancos Centrais tiveram uma influência inédita na performance dos mercados financeiros, dado o excesso de liquidez transferido para as famílias e empresas, consumo e investimento. Contudo, denota-se uma quebra abrupta e em consonância entre as diferentes classes de ativos para o período a partir de 20/02/2020, atingindo mínimos no caso dos índices bolsistas e das criptomoedas entre 19/03/2020 e 23/03/2020, intervalo este marcado pelo deflagrar da pandemia COVID-19. No que concerne às *commodities* é evidente uma quebra, mas não tão uniforme e mais tardia. No entanto, rapidamente os mercados reagiram às quebras e assumiram posições acima das anteriores ao aparecimento do COVID-19. A rápida recuperação deve-se à aplicação de novas políticas expansionistas por parte das entidades reguladoras, como por exemplo

linhas de crédito de apoio às empresas, moratórias nos créditos em vigor, diminuição das taxas de juro e injeção de liquidez, que permitiram assumir confiança nos mercados.

O início do ano 2020 prometia mercados em alta, dado o entusiasmo pelo iminente acordo comercial entre os EUA e a China (Joyner, 2020). No entanto, um ataque aéreo dos EUA no Iraque provocou uma queda das ações na Europa (Jaisinghani, 2020), o que causou também instabilidade e aumento nos preços do petróleo. Contudo, seguiu-se novamente impactos positivos resultantes da Fase 1 do acordo comercial entre os EUA e a China (Shankar & Mathew, 2020). Porém, estes conflitos foram o menor dos problemas no decorrer do ano 2020, quando comparados com as notícias sobre o surto de coronavírus na China que começaram a dispersar-se em território, registando-se casos noutros países como os EUA. Como consequência, o Fundo Monetário Internacional (FMI) reduziu a sua projeção para o crescimento económico global (Reuters, 2020), as bolsas registaram quedas e recuperações, mas sempre sujeitas aos receios de recessão, aos temores sobre o impacto do coronavírus que levaram a mais cautela nas negociações, bem como a operações de “*sell-off*”, ou seja, várias ações e títulos colocados à venda no mercado num curto período que originava uma descida das cotações. As negociações dos três principais índices de Wall Street foram interrompidas algumas vezes, de entre as quais se desencadearam suspensões automáticas de 15 minutos (Sanyal, 2020). Seguiram-se estímulos monetários das economias para tentarem evitar os impactos do coronavírus, tal como a injeção de liquidez, promovendo um maior alívio entre investidores, acabando por impulsionar a recuperação das bolsas. Os índices bolsistas antecipam a recessão, bem como as perspectivas de recuperação. Dadas as políticas expansionistas, os índices bolsistas reagem e recuperam as suas rendibilidades anteriores ao COVID-19.

No que respeita às *commodities*, dá-se ênfase ao crédito de carbono que, de um modo geral, apresenta uma tendência significativamente crescente da rendibilidade diária acumulada. O mercado de carbono surgiu em 1997 com o Protocolo de Quioto, cujo objetivo se prendia com a diminuição da emissão de gases com efeito de estufa, tendo mais tarde em 2015, com o Acordo de Paris, a comunidade internacional assumido o compromisso de minimizar as emissões de carbono mundialmente (EDP, 2021). Resumidamente, as empresas que estão englobadas neste acordo têm predefinidas as emissões de carbono. No entanto, há empresas que dada a sua atividade, tecnologia ou fonte de energia, podem emitir mais ou menos carbono. Cada crédito de carbono corresponde a uma tonelada de gases com efeito de estufa que não foram emitidos, ficando definido que as empresas que poluam menos do que o legislado recebem créditos

de carbono que podem comercializar a outras que não conseguiram cumprir o estipulado. A adoção de técnicas mais sustentáveis implica um elevado investimento, pelo que as empresas que detêm créditos de carbono em excesso podem comercializá-los e obter liquidez através dos mesmos.

No que concerne às criptomoedas, estas também apresentam uma quebra causada pelo impacto do coronavírus, o que comprova que estas não são imunes às incertezas e impactos causados pelo exterior. No entanto, esta quebra não é tão visível no gráfico como no caso dos índices bolsistas, dado a escala das rendibilidades ser mais elevada. À semelhança dos outros ativos, também as criptomoedas recuperaram a tendência crescente das suas rendibilidades. Apesar da sua recuperação não ser justificada por intervenções do governo, há uma relação entre as expectativas do comportamento do mercado e o sentimento e pensamento do investidor. Num mercado em que não há regulação, é mais difícil de prever ou justificar determinados acontecimentos. Contudo, há uma tendência de correlação entre as expectativas de recuperação semelhantes entre os diferentes mercados. No caso das criptomoedas, destaca-se a rendibilidade elevada da BNB que pode ser justificada pelo facto da sua presença no mercado ser mais recente quando comparada com a Bitcoin e com a Ethereum. A BNB foi criada pela Binance que funciona como uma intermediária para as transações entre diferentes criptomoedas e é uma corretora amplamente conhecida e requisitada, pelo que há um grande potencial de crescimento para esta criptomoeda. A Bitcoin foi a primeira criptomoeda que surgiu no mercado das criptomoedas, podemos considerá-la como a fundadora desta classe de ativos, reportando-nos para 2008 ao *paper* publicado por Satoshi Nakamoto. A Ethereum surge mais tarde em 2015 e, só em 2017, é que a Binance cria a sua própria criptomoeda BNB.

Apesar da tendência crescente da rendibilidade dos ativos, constata-se, para além da quebra marcada pelo desencadear do coronavírus, uma segunda queda da rendibilidade acumulada diária a partir do dia 24/02/2022 até ao dia 07/03/2022, resultado do início da guerra entre a Rússia e a Ucrânia.

3.2 Constituição dos portfólios

Depois do tratamento primário dos dados, é possível, com base nos ativos considerados, elaborar a constituição dos diferentes portfólios. O estudo foca-se na análise de 6 portfólios de investimento, nomeadamente o portfólio 1 constituído apenas por índices

bolsistas, o portfólio 2 constituído apenas por *commodities*, o portfólio 3 constituído apenas pelas criptomoedas, o portfólio 4 com a combinação da alocação de índices bolsistas e criptomoedas, o portfólio 5 com a combinação da alocação de *commodities* e criptomoedas e o portfólio 6 constituído pela combinação das três classes de ativos consideradas.

Tendo em conta que os investidores pretendem maximizar sempre a sua rendibilidade para determinado nível de risco, é importante definir a fronteira eficiente de cada portfólio, bem como o PVM. Para o cálculo do PVM recorre-se ao suplemento “SOLVER” do Excel, cujo objetivo é minimizar o desvio-padrão, por alteração das proporções de investimento dos ativos que compõem o portfólio, com a exceção de um deles, que será representado pelo valor da unidade subtraindo o investido nos demais. Uma vez obtido o PVM calcula-se a fronteira eficiente. Tendo por base o desvio-padrão do PVM fazem-se aumentos no valor do mesmo e, com recurso novamente ao “SOLVER”, cujo objetivo é agora maximizar a rendibilidade esperada, por alteração das proporções de investimento dos ativos todos menos um, sujeito à restrição do desvio-padrão a obter ser igual ao desvio-padrão predefinido, obtêm-se combinações de rendibilidade e desvio-padrão que compõem a fronteira eficiente.

Em seguimento da análise surge o conceito de *capital allocation line* (CAL). A CAL é uma linha reta que descreve graficamente o perfil de risco e retorno dos ativos, composta por diferentes alocações possíveis entre um ativo sem risco e um portfólio de ativos com risco que formam uma carteira.

No entanto, importa referir primeiramente o *optimal risky portfolio*, ou seja, portfólio ótimo de ativos com risco, designado daqui em diante como portfólio P*. O portfólio P*, ponto de tangência entre a CAL e a fronteira eficiente, trata-se do ponto da CAL que oferece a melhor relação de risco e retorno, uma vez que se obtém os maiores retornos por unidade adicional de risco.

A equação da CAL está representada pela Fórmula 5 que resulta da igualdade entre a rendibilidade esperada da carteira ($E(r_C)$), que é dada pela *risk free rate* (r_f) somando o quociente entre o desvio-padrão da carteira (σ_C) e o desvio-padrão do portfólio P* (σ_P), que é multiplicado pela diferença entre a rendibilidade do portfólio P* e a *risk free rate*.

$$E(r_C) = r_f + \frac{\sigma_C}{\sigma_P} [E(r_P) - r_f] \quad (5)$$

onde C representa a carteira e P representa o portfólio P*.

O declive da CAL é dado pelo *Sharpe Ratio*, representado pela Fórmula 6, que se traduz pelo rácio entre o prémio de risco, ou seja, o prémio que o investidor espera receber por assumir determinado nível de risco e, o desvio-padrão do portfólio P*.

$$\text{Sharpe Ratio} = \frac{E(r_P) - r_f}{\sigma_P} \quad (6)$$

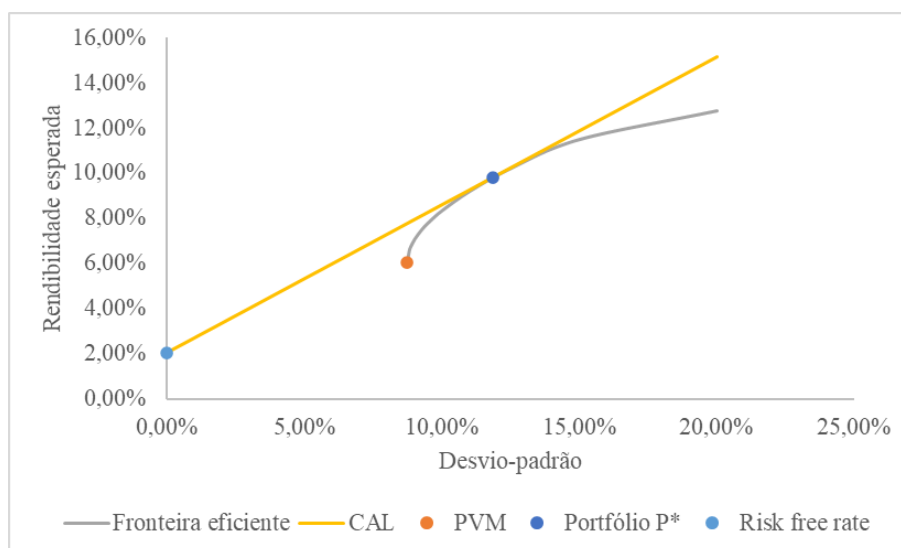
onde P representa o portfólio P*.

De modo a obter a constituição do portfólio P*, recorre-se novamente ao suplemento “SOLVER” do Excel, onde se maximiza o *Sharpe Ratio* por alteração das proporções investidas nos ativos considerados com a exceção de um deles. Depois da aplicação do “SOLVER” obtém-se as proporções de investimento em cada um dos ativos considerados, bem como a respetiva rendibilidade e desvio-padrão do portfólio P* e, ainda, o declive da CAL.

O primeiro ponto da CAL é dado pela *risk free rate* de 2,04%. Com recurso à fórmula da CAL, uma vez que o seu declive é conhecido e pré-estabelecendo aumentos sucessivos de desvio-padrão, é possível obter as correspondentes rendibilidades esperadas e, concomitantemente, a representação da CAL.

Posto isto, é possível representar graficamente, à semelhança da Figura 6, todos os elementos analisados que constituem o portfólio inicial, para uma melhor compreensão do desempenho dos diferentes portfólios.

Figura 6. Ilustração gráfica de elementos que constituem um portfólio, *risk free rate*, fronteira eficiente, portfólio P* e CAL



Contudo, a determinado momento na literatura surge o conceito de aversão ao risco, ou seja, apesar do cálculo do portfólio ótimo, é necessário ter em conta o grau de aversão

ao risco do investidor. A literatura considera que o coeficiente de aversão ao risco, designado por A , varia entre 1 e 5, sendo 1 referente à menor aversão ao risco e 5 referente à maior aversão ao risco. No entanto, num estudo publicado por Gandelman e Hernández-Murillo (2013), os mesmos assumem que o coeficiente de aversão ao risco pode ser tão baixo quanto 0,2 e tão alto como 10 ou mais. Na Fórmula 7 está representada a equação para a maximização da função de utilidade. Os níveis de aversão ao risco considerados para a análise são $A=1$, $A=2,5$, $A=5$, $A=7,5$ e $A=10$, uma vez que os níveis de investimento nas carteiras ótimas são elevados.

$$\text{Max } U_C = E(r_C) - \frac{1}{2}A\sigma_C^2 \quad (7)$$

onde C representa a carteira ótima de investimento.

A função utilidade visa apresentar a carteira ótima de um investidor para um dado coeficiente de aversão ao risco, ou seja, a percentagem ótima que determinado investidor pretende deter do portfólio P^* e de ativos sem risco. Assim sendo, com recurso ao suplemento “SOLVER” do Excel maximiza-se a utilidade da dada carteira por alteração da célula que corresponde ao investimento no portfólio P^* . Caso esse investimento seja superior a 100% significa que se está a investir para além das disponibilidades existentes, sendo necessário contrair financiamento.

Uma vez obtida a carteira ótima, é possível caracterizá-la, desde a rentabilidade e desvio-padrão, obtidos pela percentagem de alocação de investimento em cada ativo, bem como a representação gráfica da carteira e respetiva curva de utilidade. A carteira ótima representa um ponto pertencente à CAL, e a respetiva curva de utilidade é tangente à CAL nesse mesmo ponto.

As curvas de utilidade refletem um conjunto de pontos com diferentes combinações dos ativos que culminam na mesma utilidade. A utilidade de cada carteira é obtida pelo cálculo da carteira ótima e, seguidamente, é fixada. Dando valores ao desvio-padrão obtêm-se as correspondentes rentabilidades esperadas com recurso à Fórmula 8. À medida que a rentabilidade aumenta, o desvio-padrão acompanha esse aumento, mantendo-se a utilidade ao longo da mesma inalterada.

$$E(r_C) = U_C - \frac{1}{2}A\sigma_C^2 \quad (8)$$

onde C representa a carteira ótima de investimento.

Caso a carteira ótima corresponda a um investimento em mais do que 100% em ativos com risco, ou seja, investir mais do que 100% no portfólio P^* , é necessário considerar

uma taxa de financiamento. Para o efeito considerou-se uma taxa de financiamento de 4,25% (indexante considerado 0,00% e *spread* de 4,25%).

Dada a taxa de financiamento, é necessário calcular uma nova CAL, designada por CAL(F), representativa de investimentos em ativos com risco superiores a 100%. Bem como o cálculo de um novo portfólio ótimo, designado por portfólio F*, aplicando os mesmos métodos utilizados para o cálculo do portfólio P*, com a ressalva de que o *Sharpe Ratio* assume agora a componente da *risk free rate* dada pela taxa de financiamento.

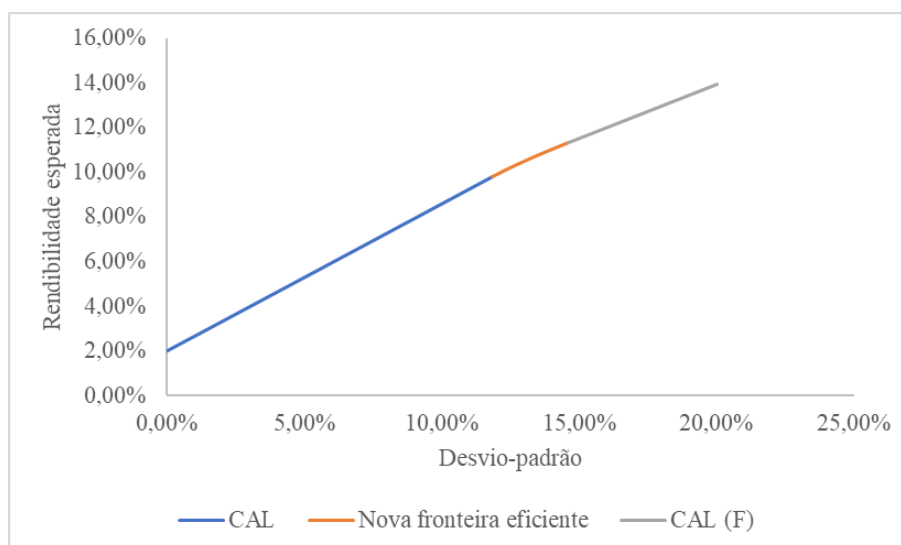
Deste modo será calculada a nova carteira ótima que refletirá a percentagem ótima que determinado investidor pretende deter do portfólio F*. Tal como a utilidade da carteira, rendibilidade, desvio-padrão e respetiva curva de utilidade.

Caso sejam calculadas as duas CAL, é possível elaborar a representação gráfica das mesmas. A CAL original, cuja *risk free rate* considerada é de 2,04%, contempla todos os investimentos possíveis de serem realizados ao longo da sua reta desde a *risk free rate* até ao portfólio P*. A CAL (F), que considera uma taxa de financiamento de 4,25%, contempla os investimentos no portfólio F* superiores a 100%.

No entanto, há um intervalo de investimentos que nem a CAL original nem a CAL (F) consideram, nomeadamente o conjunto de investimentos compreendidos entre o portfólio P* e o portfólio F*, sendo calculada para o efeito uma nova fronteira eficiente, cujo início é dado pelo portfólio P* e o seu término é dado pelo portfólio F*.

Na Figura 7 estão representadas graficamente as CAL e a nova fronteira eficiente, assumindo a semelhança de uma reta.

Figura 7. Ilustração gráfica da CAL, da nova fronteira eficiente e da CAL(F)



Da metodologia abordada, o *Sharpe Ratio* será o indicador que permite medir a performance do portfólio, uma vez que se traduz num declive quantificável. Um maior valor do *Sharpe Ratio* significa que por cada unidade de risco que o investidor assume está a ter um retorno superior. Por sua vez, o coeficiente de aversão ao risco permite medir a predisposição do investidor em investir em ativos com risco. Acrescenta-se ainda a importância da utilidade da carteira, uma vez que, o investidor pretende maximizar a sua utilidade, que depende positivamente da rentabilidade esperada e negativamente do risco incorrido.

Com recurso à metodologia apresentada pretende-se comprovar a premissa da diversificação proposta por Markowitz (1952) e, por sua vez, corroborar o contributo da diversificação com recurso às criptomoedas para uma melhor performance do portfólio, nomeadamente, demonstrar que portfólios que englobem criptomoedas, nem que se trate de uma diminuta alocação das mesmas, asseguram um *Sharpe Ratio* superior.

CAPÍTULO IV – RESULTADOS

No presente capítulo serão analisados individualmente os resultados obtidos para cada um dos portfólios constituídos, nomeadamente, o PVM, a fronteira eficiente, o portfólio ótimo e o indicador de *Sharpe Ratio*. No que respeita às carteiras ótimas, tendo em conta os diferentes coeficientes de aversão ao risco, será analisada a percentagem de alocação ótima por parte do investidor em ativos com risco *versus* alocação em ativos sem risco (poupança) ou, em casos de pouca aversão ao risco, a necessidade de contração de financiamento, por forma a investir mais do que 100% em ativos com risco. Por último, segue-se a representação gráfica da CAL, da nova fronteira eficiente, da CAL (F), da carteira ótima cujo coeficiente de aversão ao risco considerado é de 10 e a respetiva curva de utilidade, para cada portfólio, por forma a clarificar as conclusões obtidas.

Uma vez que o objetivo primordial da dissertação é corroborar o contributo das criptomoedas em portfólios diversificados, a análise dos resultados será dividida em subcapítulos, visando simplificar a interpretação dos resultados e estabelecer comparações dos mesmos entre portfólios.

4.1 Resultados obtidos para o portfólio de índices bolsistas, o portfólio de *commodities* e o portfólio de criptomoedas

O subcapítulo analisa os resultados obtidos para o portfólio 1 constituído apenas pelos índices bolsistas, o portfólio 2 constituído apenas por *commodities* e o portfólio 3 constituído apenas por criptomoedas.

Com os resultados obtidos para os portfólios 1 e 2 pretende-se averiguar se, individualmente, um portfólio de criptomoedas, representado pelo portfólio 3, apresenta uma melhor performance do que os portfólios constituídos apenas por outras classes de ativos. Deste modo, os resultados obtidos para os portfólios 1 e 2 serão alvo de comparação e reflexão para com o portfólio 3.

No que concerne aos resultados obtidos para o PVM, apresentados na Tabela 6, o portfólio 3 é o que apresenta a maior rendibilidade esperada, nomeadamente de 74,28% e, concomitantemente, o maior desvio-padrão, de 54,28%. Tais resultados são justificados pelo facto das criptomoedas serem a classe de ativos com a maior rendibilidade e volatilidade associadas. Em contrapartida, o portfólio 1 é o que apresenta o PVM com menor rendibilidade esperada e, por sua vez, menor desvio-padrão, justificado pela baixa rendibilidade dos ativos que compõem o portfólio. O portfólio 2 é concebido pela classe

de ativos com rendibilidades e volatilidades superiores ao portfólio 1, mas inferiores ao portfólio 3, pelo que o PVM tem uma rendibilidade de 11,60% e uma volatilidade de 10,05%.

Tabela 6. PVM dos portfólios 1, 2 e 3

PVM	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão
Portfólio 1	6,06%	0,0076	8,73%
Portfólio 2	11,60%	0,0101	10,05%
Portfólio 3	74,28%	0,2946	54,28%

Todo o investidor racional pretende obter a maior rendibilidade e a menor exposição ao risco. Considerando os três portfólios, o investidor que pretende estar o menos possível exposto ao risco optaria por investir no PVM 1. No entanto, o portfólio 1 é destinado ao investidor que condicione o risco assumido entre 8,73% e menos de 10,05%, dado que, quando o investidor está disposto a assumir algum risco, nomeadamente igual ou superior a 10,05%, o portfólio 2 passa a ser mais benéfico do que o portfólio 1. A Figura 8 corrobora tal afirmação, na medida em que a fronteira eficiente do portfólio 2 está acima da fronteira eficiente do portfólio 1 a partir de um desvio-padrão de 10,05%, inclusive. Ou seja, para o mesmo desvio-padrão, o portfólio 2 apresenta maior rendibilidade. No caso do investidor ser tolerante ao risco e pretender a maior rendibilidade possível, este optaria por investir na fronteira eficiente do portfólio 3, dado que é o que apresenta as maiores rendibilidades. À medida que se desloca para a direita em qualquer uma das fronteiras eficientes dos portfólios, o risco aumenta em prol de uma maior rendibilidade, havendo para o efeito uma diminuição do investimento em ativos com menor rendibilidade em contrapartida do investimento nos de maior rendibilidade.

A performance dos portfólios é dada pelo *Sharpe Ratio* e correspondente portfólio ótimo, expressos na Tabela 7. Dos três portfólios, tal como era expectável, o portfólio composto unicamente pelas criptomoedas é o que apresenta o maior *Sharpe Ratio* (1,59), ou seja, por cada 1% de risco que o investidor assuma, espera ter um retorno adicional de 1,59%. Em contrapartida, o portfólio 1 é o que menos recompensa o investidor por cada unidade adicional de risco que incorra. Uma vez mais, o portfólio das *commodities* está numa posição intermédia, com um *Sharpe Ratio* de 1,42.

Na Figura 9 estão representados graficamente o portfólio P* e a CAL dos três portfólios. Verifica-se, através da mesma, que quanto maior o valor do *Sharpe Ratio*, mais inclinada é a CAL, sendo o portfólio 3 o que apresenta a CAL com maior declive.

Figura 8. Representação gráfica dos PVM e respectivas fronteiras eficientes dos portfólios 1, 2 e 3

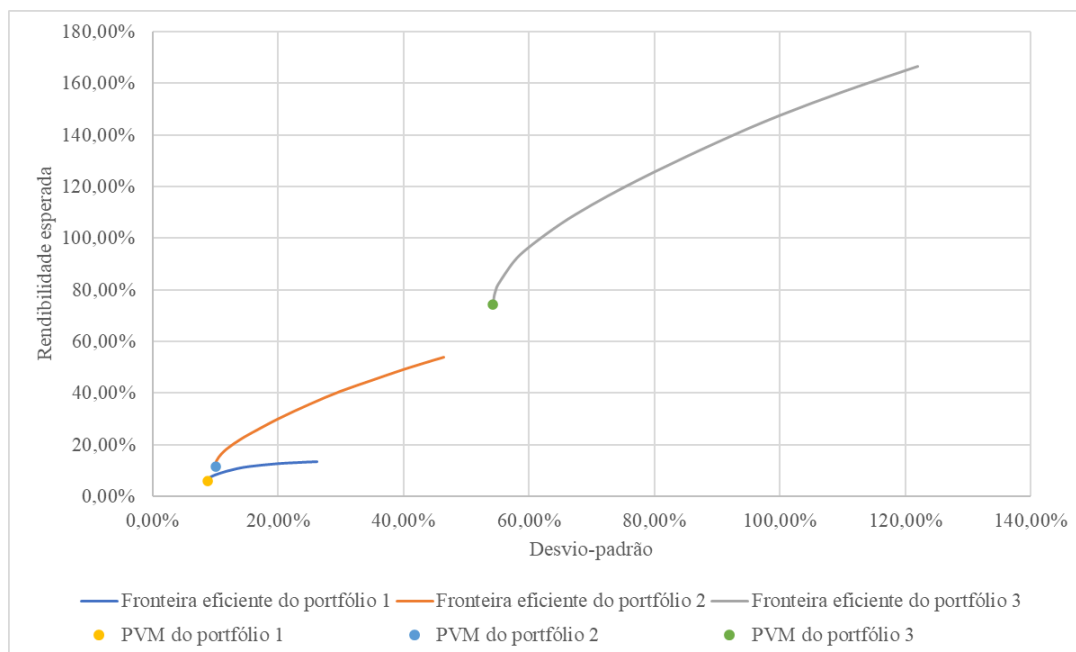
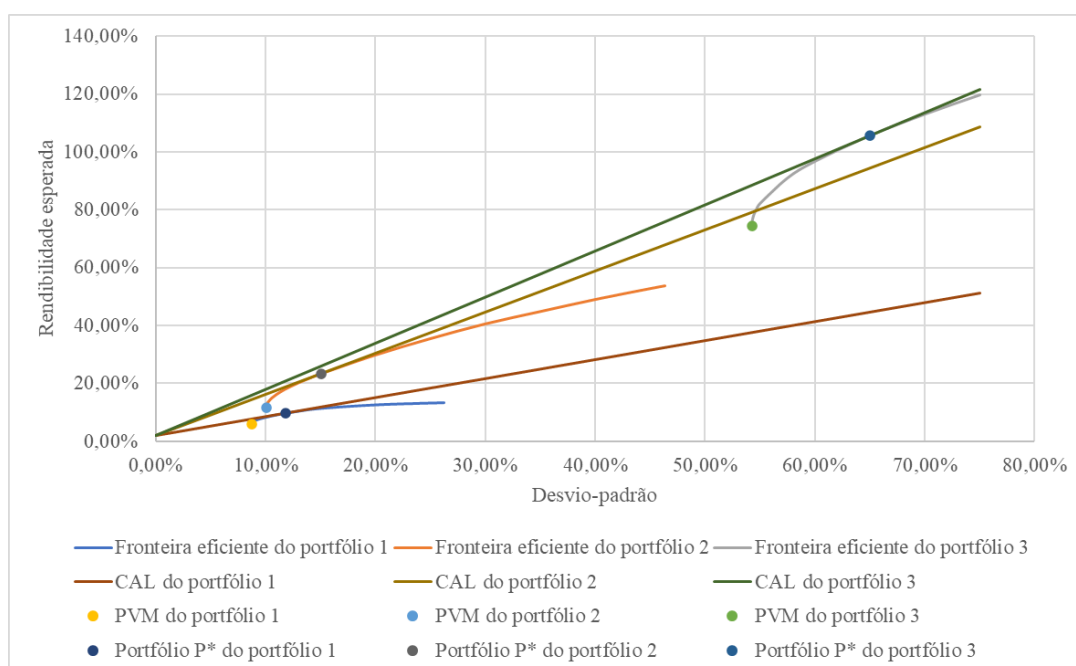


Tabela 7. Portfólio P* e *Sharpe Ratio* dos portfólios 1, 2 e 3

	Portfólio P*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 1	9,80%	0,0140	11,84%	0,66
Portfólio 2	23,44%	0,0226	15,04%	1,42
Portfólio 3	105,71%	0,4228	65,03%	1,59

Figura 9. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios 1, 2 e 3



Para determinados coeficientes de aversão ao risco, a carteira ótima considera um investimento superior a 100%, pelo que o investidor se financia por forma a aumentar ainda mais a sua exposição aos ativos com risco. Para o efeito, o novo portfólio ótimo designado por F*, expresso na Tabela 8, apresenta rendibilidades esperadas e desvios-padrão superiores ao portfólio ótimo P*. Contudo, o *Sharpe Ratio* é menor por via de uma taxa de financiamento de 4,25%. As carteiras ótimas que considerem um investimento superior a 100% refletem o investimento no portfólio F*. No entanto, as carteiras ótimas cujo investimento seja menor ou igual a 100% em ativos com risco, assumem para o efeito o investimento no portfólio ótimo P*.

Tabela 8. Portfólio F* e respetivo *Sharpe Ratio* dos portfólios 1, 2 e 3

	Portfólio F*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 1	11,31%	0,0213	14,60%	0,48
Portfólio 2	27,00%	0,0313	17,69%	1,29
Portfólio 3	106,71%	0,4311	65,66%	1,56

Uma vez que cada portfólio engloba classes de ativos com rendibilidades e volatilidades distintas, foram considerados como coeficientes de aversão ao risco $A=1$, $A=2,5$, $A=5$, $A=7,5$ e $A=10$. A Tabela 9 apresenta um quadro resumo das carteiras ótimas dos três portfólios.

O nível mais baixo de aversão ao risco considerado é $A=1$, sendo que, para este nível de aversão, em qualquer um dos portfólios investe-se mais do que 100% no portfólio F* correspondente, havendo financiamento do excedente.

Note-se que as carteiras ótimas referentes ao portfólio 3 apenas consideram o financiamento para $A=1$, dado tratar-se do portfólio cuja volatilidade dos ativos é a mais elevada. Um investidor com um coeficiente de aversão ao risco de 2,5 não está disponível a contrair financiamento para investir no portfólio 3, sendo que ainda deixa capital disponível para poupança, o que não acontece nos demais portfólios, uma vez que são menos arriscados. No caso do portfólio 1, o investimento é superior a 100% no portfólio F* correspondente, considerando um nível de aversão ao risco de até $A=2,5$, sendo que, para $A=5$, o investimento é de 100% em ativos com risco. Por último, as carteiras ótimas do portfólio 2 consideram o investimento superior a 100% no portfólio F* considerando um nível de aversão ao risco de até $A=5$.

Tabela 9. Quadro resumo das carteiras ótimas dos portfólios 1, 2 e 3

Carteiras ótimas do portfólio 1 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coeficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	331,20%	132,48%	100,00%	73,82%	55,36%
Total de financiamento	231,20%	32,48%	0,00%	0,00%	0,00%
Total de poupança	0,00%	0,00%	0,00%	26,18%	44,64%
Rendibilidade esperada	27,62%	13,60%	9,80%	7,77%	6,33%
Desvio-padrão	48,34%	19,34%	11,84%	8,74%	6,55%
Utilidade da carteira	15,93%	8,92%	6,29%	4,90%	4,19%
Carteiras ótimas do portfólio 2 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coeficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	727,31%	290,92%	145,46%	100,00%	94,62%
Total de financiamento	627,31%	190,92%	45,46%	0,00%	0,00%
Total de poupança	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	5,38%
Rendibilidade esperada	169,74%	70,45%	37,35%	23,44%	22,29%
Desvio-padrão	128,64%	51,46%	25,73%	15,04%	14,23%
Utilidade da carteira	87,00%	37,35%	20,80%	14,96%	12,16%
Carteiras ótimas do portfólio 3 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coeficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	237,68%	98,07%	49,04%	32,69%	24,52%
Total de financiamento	137,68%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Total de poupança	0,00%	1,93%	50,96%	67,31%	75,48%
Rendibilidade esperada	247,76%	103,72%	52,88%	35,93%	27,46%
Desvio-padrão	156,05%	63,77%	31,89%	21,26%	15,94%
Utilidade da carteira	126,01%	52,88%	27,46%	18,98%	14,75%

Tendo em conta os diferentes coeficientes de aversão ao risco considerados para cada portfólio, constata-se que o portfólio 2 é aquele em que o investidor está mais disposto a financiar-se, mesmo para níveis de aversão ao risco maiores. De salientar que, apesar do portfólio 1 ser o que considera a classe de ativos cuja volatilidade é menor, a utilidade das carteiras é relativamente baixa quando comparada com a utilidade alcançada nos outros portfólios, pelo que o investidor não é tão recetivo a contrair financiamento, dado estar a endividar-se para investir num portfólio cuja rendibilidade é diminuta.

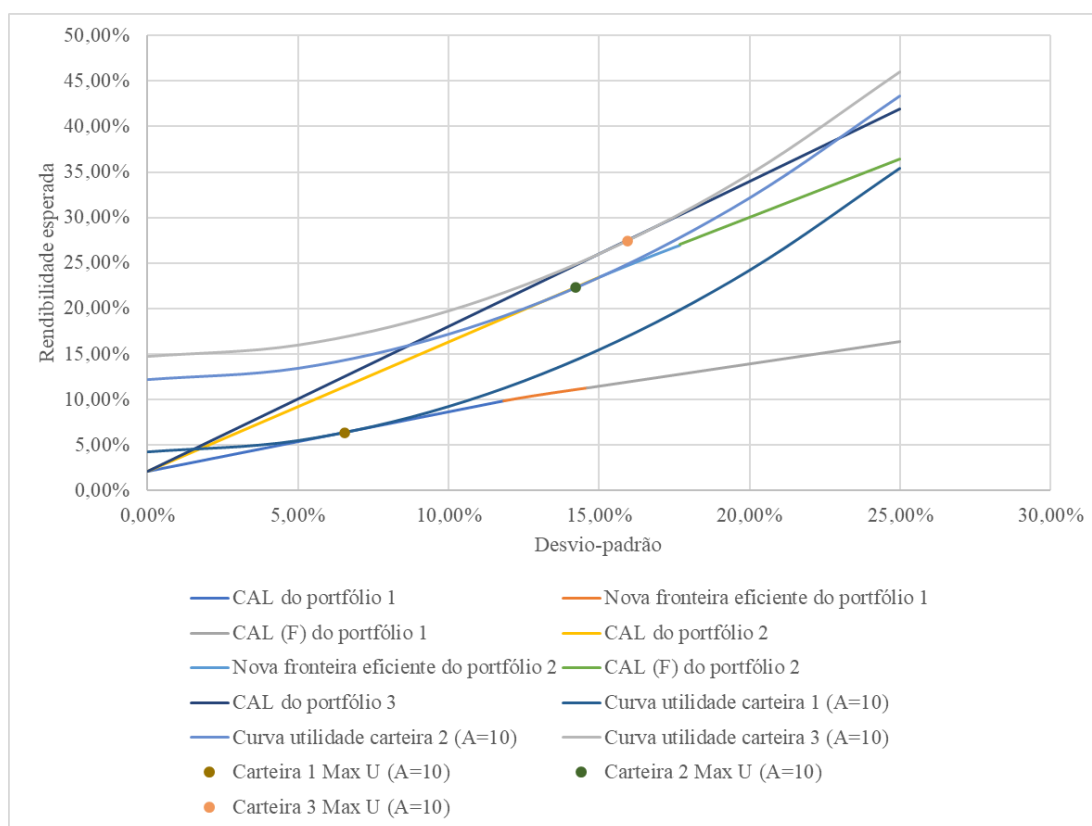
Deste modo, verifica-se que o investidor tem receio em investir em ativos demasiado arriscados como é o caso das criptomoedas, no entanto, também é apreensivo ao financiamento para investir em ativos cujos retornos sejam reduzidos. O investidor racional pretende maximizar a sua utilidade, sendo as carteiras ótimas do portfólio 3 as que apresentam para um mesmo nível de aversão ao risco a maior utilidade, no entanto, o investidor é cauteloso no seu investimento.

Considerando o investidor mais avesso ao risco, cujo $A=10$ e, uma vez que, dos portfólios agora analisados, apenas o portfólio 3 é composto por criptomoedas, a alocação

ótima das mesmas, que culmina na maior utilidade para o investidor, é de 24,52%. Da alocação de 24,52% em criptomoedas, 11,04% é em BNB, 6,87% em Ethereum e 6,61% em Bitcoin.

O investidor pode alocar parte do seu capital em qualquer combinação representada na Figura 10. A CAL de cada um dos portfólios simboliza a alocação em ativos sem risco e ativos com risco, terminando no portfólio P*. A título exemplificativo, considerando o investidor mais avesso ao risco ($A=10$), estão representadas ainda as carteiras ótimas e respectivas curvas de indiferença, referentes aos portfólios 1, 2 e 3, na Figura 10. Por carteira 1 entende-se a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 1, por carteira 2 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 2 e, por carteira 3 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 3.

Figura 10. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respectivas curvas de utilidade dos portfólios 1, 2 e 3



Em relação às diferentes CAL, importa reter que os declives das CAL dos portfólios são de 0,66, 1,42 e 1,59, para os portfólios 1, 2 e 3, respetivamente. As novas fronteiras eficientes são limitadas pelas rendibilidades e desvios-padrão dos portfólios ótimos P* e F*, representando o conjunto de alocações possíveis em ativos com risco. Por último, a CAL (F) inicia-se no portfólio ótimo F* e, para efeitos teóricos, a sua rendibilidade

máxima e risco máximo são ilimitados, estando subjacente ao risco que o investidor está disposto a assumir. As CAL (F) dos portfólios 1, 2 e 3 apresentam os declives de 0,48, 1,29 e 1,56, respetivamente. Verifica-se que o portfólio 3 é o que apresenta a CAL com maior inclinação. Por sua vez, é visível que, para além da CAL, a nova fronteira eficiente e a CAL (F) do portfólio 3 estão representadas acima das demais, pelo que se trata do portfólio cujas combinações de alocações nos diferentes ativos culminam na maior rendibilidade possível para o mesmo risco assumido nos portfólios 1 ou 2.

Pela Figura 10 verifica-se que a carteira ótima 3 cujo $A=10$ é a que apresenta a maior curva de utilidade, corroborando o facto de que, para o investidor mais avesso ao risco, a carteira composta pelas criptomoedas é a que apresenta a maior utilidade. Sendo que, para os demais coeficientes de aversão ao risco, as carteiras ótimas referentes ao portfólio 3 são as que apresentam a maior utilidade.

De entre os três portfólios analisados, constata-se que, apesar do portfólio 3 ser o que representa a classe de ativos de maior risco, é também o que tem as maiores rendibilidades atribuídas. Deste modo, apesar da relutância dos investidores em ativos tão arriscados verifica-se que, independentemente do investidor ser avesso ao risco ou não, o portfólio 3 será a escolha do investidor racional, uma vez que é o portfólio que apresenta a melhor combinação de retorno e risco. Em contrapartida, a classe das ações é a que apresenta a menor rendibilidade para um dado desvio-padrão. Contudo, o investidor racional deve, para além de diversificar na sua classe de ativos, diversificar entre classes de ativos, de forma a mitigar riscos.

4.2 Resultados obtidos para o portfólio constituído por índices bolsistas e criptomoedas e para o portfólio constituído por *commodities* e criptomoedas

No presente subcapítulo formam-se dois novos portfólios, nomeadamente o portfólio 4 e o portfólio 5. O portfólio 4 é formado pelos ativos dos portfólios 1 e 3, ou seja, por índices bolsistas e criptomoedas, e o portfólio 5 é formado pelos ativos dos portfólios 2 e 3, nomeadamente por *commodities* e criptomoedas. No portfólio 5 a Bitcoin foi eliminada dado o Crédito de Carbono apresentar uma rendibilidade superior e um desvio-padrão inferior.

Os resultados obtidos para o portfólio 4 serão alvo de comparação para com os resultados do portfólio 1 e, por sua vez, os resultados obtidos para o portfólio 5 serão

comparáveis com o portfólio 2. Através dos portfólios 4 e 5 pretende-se averiguar o contributo das criptomoedas na performance dos portfólios.

No que concerne aos resultados obtidos para o PVM, apresentados na Tabela 10, verifica-se que o PVM 4 apresenta menor rendibilidade esperada e, concomitantemente, menor desvio-padrão do que o PVM 5. Tais resultados são justificados pelo facto do portfólio 4 englobar a classe de ativos referente às ações que apresentam menores rendibilidades e desvios-padrão associados do que a classe de ativos das *commodities*. Comparando os resultados obtidos para os PVM 1 e 4, constata-se que o PVM 4 apresenta um melhor desempenho, uma vez que tem uma rendibilidade esperada maior e um risco menor do que o PVM 1. Por sua vez, o PVM 5 também apresenta uma rendibilidade esperada superior à do PVM 2, sendo o desvio-padrão do PVM 5 menor do que o do PVM 2.

Tabela 10. PVM dos portfólios 4 e 5

PVM	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão
Portfólio 4	7,74%	0,0074	8,62%
Portfólio 5	13,20%	0,0099	9,97%

Tendo em conta os PVM 4 e 5, o investidor mais avesso ao risco optaria pelo portfólio 4. No entanto, pela Figura 11, que apresenta as fronteiras eficientes dos dois portfólios, verifica-se que ambas são bastante próximas, com a ressalva de que o PVM 5 tem uma rendibilidade esperada e desvio-padrão superiores, pelo que se inicia ligeiramente à direita. Considerando que o investidor apenas está disposto a incorrer num risco inferior a 9,97%, este optará por investir na fronteira eficiente do portfólio 4. Contudo, assumindo que o investidor está disposto a assumir uma exposição ao risco superior a 9,97%, este opta pelo portfólio 5 até um risco de 101,98%. Para um risco superior, é-lhe indiferente qualquer um dos portfólios, dado que o investimento passa a ser apenas nas criptomoedas Ethereum e BNB, comuns a ambos os portfólios.

No que concerne à performance dos portfólios, verifica-se, pela Tabela 11, que o portfólio 5 é, de todos os portfólios analisados, o que apresenta o maior *Sharpe Ratio*, de 2,08. Ou seja, por cada unidade de risco que o investidor assuma, este espera ter um prémio de risco de 2,08. Comparando os resultados obtidos para os portfólios ótimos 4 e 5 com os portfólios ótimos 1 e 2, constata-se que, apesar da percentagem de alocação em criptomoedas ser apenas 30,84% do investimento total do portfólio ótimo 4 e 15,95% do investimento total do portfólio ótimo 5, as mesmas contribuem para uma melhor

performance dos portfólios. O *Sharpe Ratio* do portfólio 1 é de 0,66 e passa a 1,72 no portfólio 4 e, por sua vez, o *Sharpe Ratio* do portfólio 2 é de 1,42 e passa a 2,08 no portfólio 5.

Figura 11. Representação gráfica dos PVM e respectivas fronteiras eficientes dos portfólios 4 e 5

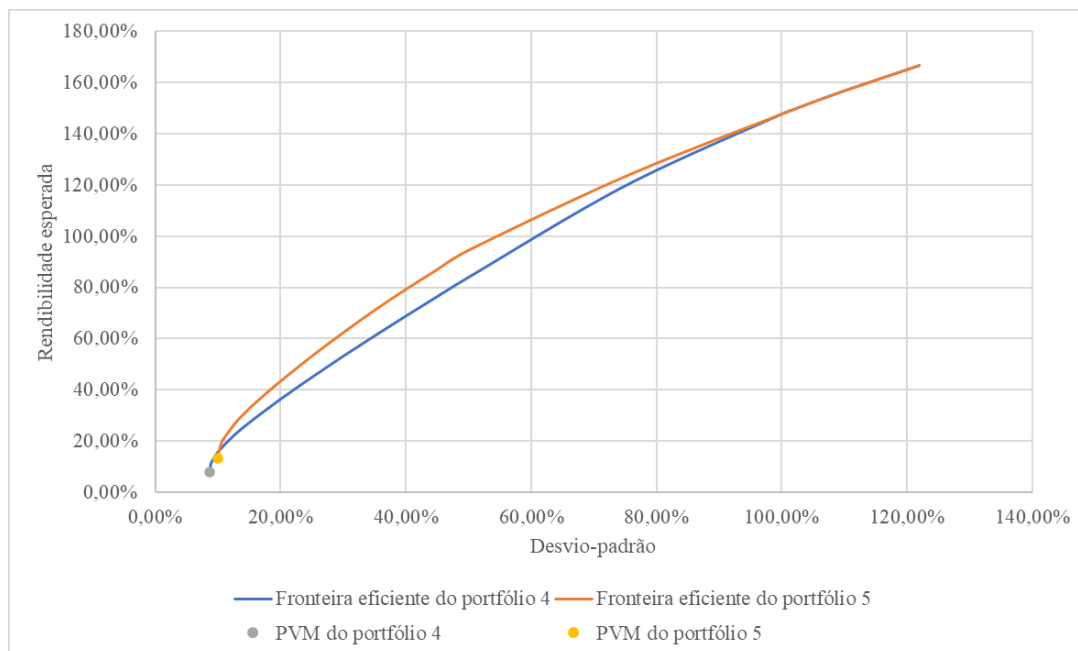


Tabela 11. Portfólio P* e *Sharpe Ratio* dos portfólios 4 e 5

	Portfólio P*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 4	39,40%	0,0471	21,70%	1,72
Portfólio 5	40,39%	0,0341	18,48%	2,08

Na Figura 12 estão representados graficamente o portfólio P* e a CAL dos portfólios 4 e 5. O portfólio 5 é o que apresenta o maior *Sharpe Ratio*, pelo que a sua CAL é a mais inclinada, ou seja, a que tem maior declive.

Para determinados coeficientes de aversão ao risco, a carteira ótima considera um investimento superior a 100%, pelo que o investidor se financia de modo a investir mais nos ativos com risco. Na Tabela 12 está representado o portfólio F*, cuja taxa de financiamento é de 4,25%, sendo as rendibilidades e desvios-padrão deste novo portfólio ótimo superiores às do portfólio P*, contudo, o *Sharpe Ratio* é menor.

Apesar de ambos os portfólios 4 e 5 incluírem a classe de ativos das criptomoedas, há divergência nos resultados para as carteiras ótimas, pelo facto de um ser composto pela classe de ativos ações e considerar a Bitcoin, enquanto o outro é composto pelas

commodities e exclui a Bitcoin. Na Tabela 13 estão expressas as diferentes carteiras ótimas para os coeficientes de aversão ao risco $A=1$, $A=2,5$, $A=5$, $A=7,5$ e $A=10$.

Figura 12. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios 4 e 5

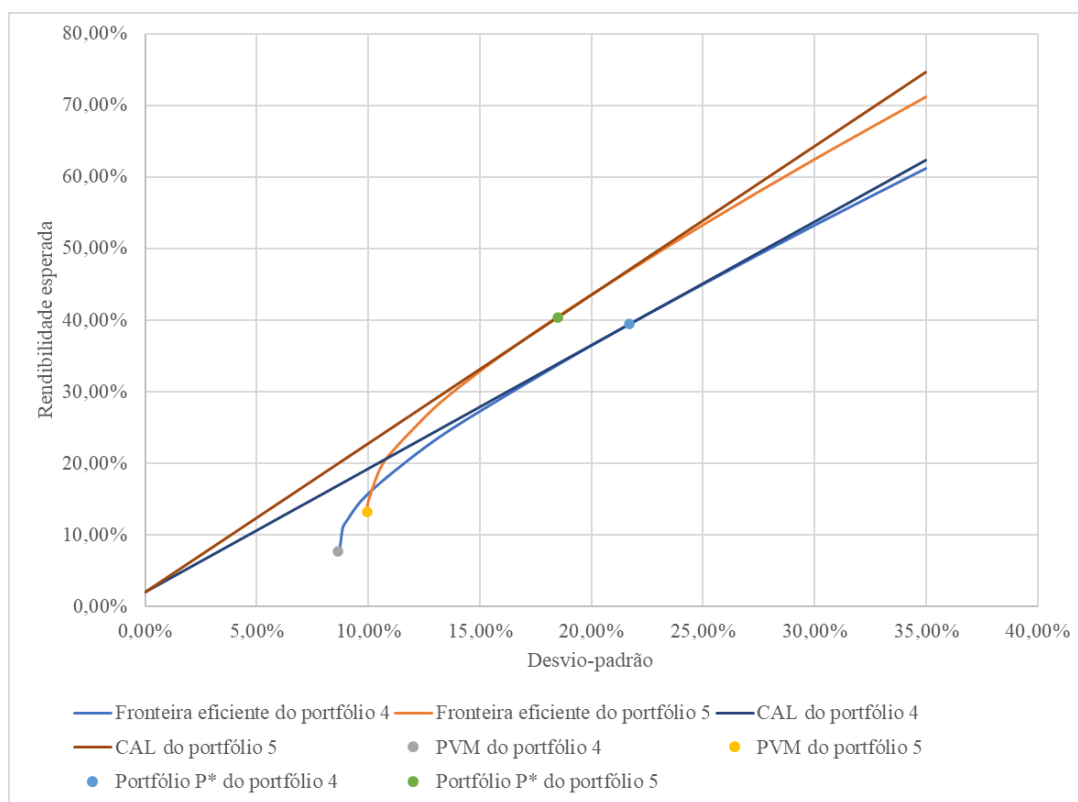


Tabela 12. Portfólio F* e respetivo *Sharpe Ratio* dos portfólios 4 e 5

	Portfólio F*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 4	51,36%	0,0833	28,86%	1,63
Portfólio 5	47,11%	0,0476	21,81%	1,97

Para os níveis de aversão ao risco $A=1$, $A=2,5$ e $A=5$, o investimento no portfólio F* de ambos os portfólios é superior a 100%, havendo financiamento do excedente. Para um $A=7,5$, a carteira ótima referente ao portfólio 4 já não considera financiamento, investindo 100% no portfólio P*. No entanto, a carteira ótima do portfólio 5 que considera um $A=7,5$ assume um investimento de 120,12% no portfólio F*, havendo financiamento de 20,12%. Apenas para o coeficiente de aversão ao risco igual a 10 a carteira ótima do portfólio 5 não recorre a financiamento, alocando 100% do investimento no portfólio P*.

Considerando o investidor mais avesso ao risco, cujo $A=10$, a alocação ótima de criptomoedas na carteira ótima referente aos ativos do portfólio 4 é de 24,47%, enquanto para a carteira ótima referente aos ativos do portfólio 5 a alocação ótima de criptomoedas

é de 15,95%. A carteira ótima do portfólio 4, cujo $A=10$, aloca uma maior percentagem de criptomoedas do que a carteira ótima do portfólio 5, tal facto deve-se ao portfólio 4 englobar a classe de ativos ações cujas rendibilidades são menores quando comparadas às dos ativos que compõem o portfólio 5.

Tabela 13. Quadro resumo das carteiras ótimas dos portfólios 4 e 5

Carteiras ótimas do portfólio 4 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coeficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	565,53%	226,21%	113,11%	100,00%	79,35%
Total de financiamento	465,53%	126,21%	13,11%	0,00%	0,00%
Total de poupança	0,00%	0,00%	0,00%	100,00%	20,65%
Rendibilidade esperada	270,68%	110,82%	57,54%	39,40%	31,69%
Desvio-padrão	163,23%	65,29%	32,65%	21,70%	17,22%
Utilidade da carteira	137,47%	57,54%	30,89%	21,74%	16,86%
Carteiras ótimas do portfólio 5 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coeficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	900,91%	360,37%	180,18%	120,12%	100,00%
Total de financiamento	800,91%	260,37%	80,18%	20,12%	0,00%
Total de poupança	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Rendibilidade esperada	390,39%	158,71%	81,48%	55,74%	40,39%
Desvio-padrão	196,51%	78,60%	39,30%	26,20%	18,48%
Utilidade da carteira	197,32%	81,48%	42,86%	29,99%	23,32%

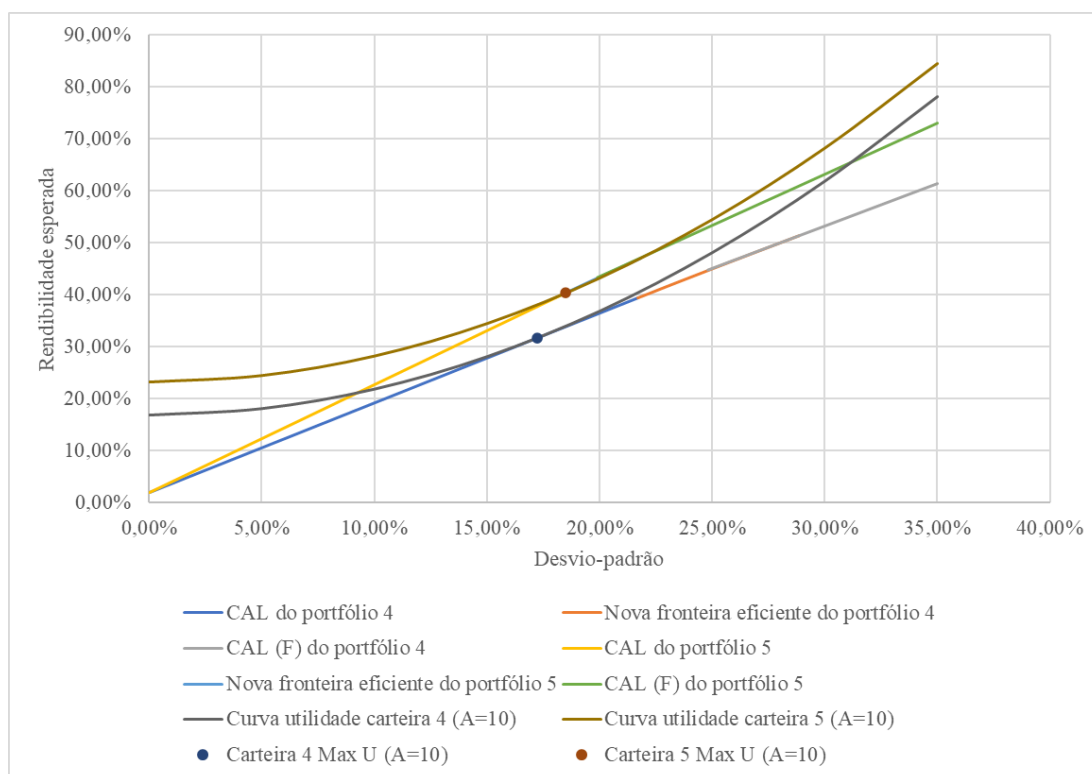
Ao longo dos diferentes níveis de aversão ao risco, as carteiras ótimas do portfólio 5 apresentam sempre uma utilidade da carteira, bem como rendibilidade esperada e desvio-padrão, superiores às carteiras ótimas do portfólio 4. Tais resultados são fundamentados pelo facto do portfólio 5 considerar ativos com rendibilidades e risco superiores, comparativamente aos ativos do portfólio 4. Por sua vez, o investidor é mais propenso a contrair financiamento para as carteiras ótimas do portfólio 5 do que para as do portfólio 4.

Tendo em conta a Figura 13, onde estão representadas graficamente as CAL, as novas fronteiras eficientes e as CAL (F) dos portfólios 4 e 5, constata-se que a CAL do portfólio 5 apresenta uma inclinação superior, pelo que, para o mesmo risco, obtêm-se rendibilidades superiores às do portfólio 4. As fronteiras eficientes correspondem praticamente ao mesmo intervalo de desvio-padrão. Por último, a CAL (F) do portfólio 5 é também mais inclinada do que a do portfólio 4.

A título exemplificativo, considerando o investidor mais avesso ao risco ($A=10$), estão representadas ainda as carteiras ótimas e respetivas curvas de indiferença, referentes aos portfólios 4 e 5, na Figura 13. Por carteira 4 entende-se a carteira ótima composta

pelos ativos que compõem o portfólio 4 e por carteira 5 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 5.

Figura 13. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respectivas curvas de utilidade dos portfólios 4 e 5



Pela Figura 13 verifica-se que a carteira ótima 5 cujo $A=10$ é a que apresenta a curva de utilidade mais deslocada para o quanto superior esquerdo, corroborando o facto de que para o investidor mais avesso ao risco, a carteira 5 é a que apresenta a maior utilidade. Salientando-se que as carteiras ótimas referentes ao portfólio 5 apresentam sempre maior utilidade do que as carteiras ótimas referentes ao portfólio 4, comparando os mesmos coeficientes de aversão ao risco.

Ambos os portfólios 4 e 5 consideram a classe de ativos das criptomoedas, sendo que são distinguidos pelo facto de um considerar a classe das ações e outro considerar a classe das *commodities*. O investidor racional optaria pelos portfólios 4 ou 5 em contrapartida, dos portfólios 1 ou 2, dado a melhor performance dos mesmos, como consequência da diversificação. Dos portfólios analisados até ao momento, o portfólio 5 é o que apresenta a melhor relação de retorno-risco, ou seja, para determinado risco que o investidor esteja disposto a assumir, o portfólio 5 é o que apresenta a melhor rendibilidade. Para além disso, as carteiras ótimas do portfólio 5 são as que apresentam a maior utilidade para o investidor.

4.3 Resultados obtidos para o portfólio constituído por índices bolsistas, commodities e criptomoedas

O presente subcapítulo analisa o portfólio 6, constituído por todos as classes de ativos analisadas, ou seja, conjuga os portfólios 1, 2 e 3, tratando-se do portfólio mais diversificado.

Na constituição do portfólio 6, os ativos PSI 20, Nikkei 225, CAC 40, DJI, S&P 500 e Bitcoin foram eliminados, dado existirem outros ativos com uma rendibilidade superior e uma menor exposição ao risco.

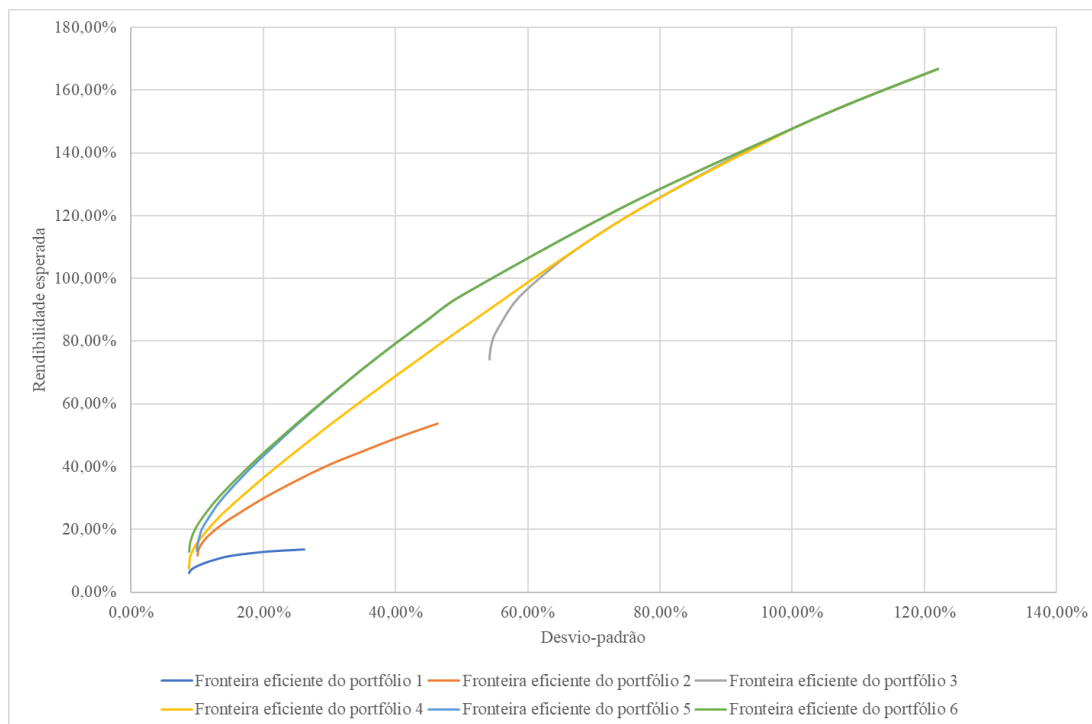
O PVM 6, apresentado na Tabela 14, tem uma rendibilidade esperada de 12,95% e um desvio-padrão de 8,76%. De todos os portfólios analisados, apenas os portfólios 1 e 4 apresentam um PVM com um desvio-padrão inferior, justificado pelo facto de ambos considerarem a classe de ativos ações, cujas rendibilidades e riscos são menores. Contudo, a relação de rendibilidade e risco é bastante inferior. Apesar do portfólio 6 também considerar essa classe de ativos, realça-se o facto dos ativos PSI 20, Nikkei 225, CAC 40, DJI e S&P 500 terem sido eliminados.

Tabela 14. PVM do portfólio 6

PVM	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão
Portfólio 6	12,95%	0,0077	8,76%

De forma a analisar o portfólio 6, comparando-o com os demais, na Figura 14 estão representadas as fronteiras eficientes correspondentes a cada portfólio. Perante a representação gráfica, constata-se que, apesar dos PVM serem diferentes, estão todos muito próximos, com a exceção do portfólio 3 que é constituído exclusivamente pela classe das criptomoedas. A rendibilidade esperada dos PVM varia entre 6,06% e 13,20%, sendo o PVM 3 distanciado dos demais com uma rendibilidade esperada de 74,28%. Por sua vez, o desvio-padrão oscila entre 8,62% e 10,05%, com a exceção do PVM 3 cujo desvio-padrão é de 54,28%. Analisando as diferentes fronteiras eficientes, verifica-se que as fronteiras eficientes dos portfólios 1, 2 e 3, quando comparadas com as dos portfólios 4, 5 e 6, apresentam menores rendibilidades para um mesmo nível de risco, devido a uma menor diversificação e enfoque por uma única classe de ativos em cada portfólio. Perante os portfólios 4, 5 e 6, o investidor racional optaria pelos portfólios 5 ou 6, dado que atingiria rendibilidades mais elevadas para um mesmo risco considerado. No entanto, entre os portfólios 5 e 6, verifica-se uma proximidade muito grande, pelo que não é possível retirar uma conclusão unânime dos mesmos através das fronteiras eficientes.

Figura 14. Representação gráfica das fronteiras eficientes dos portfólios



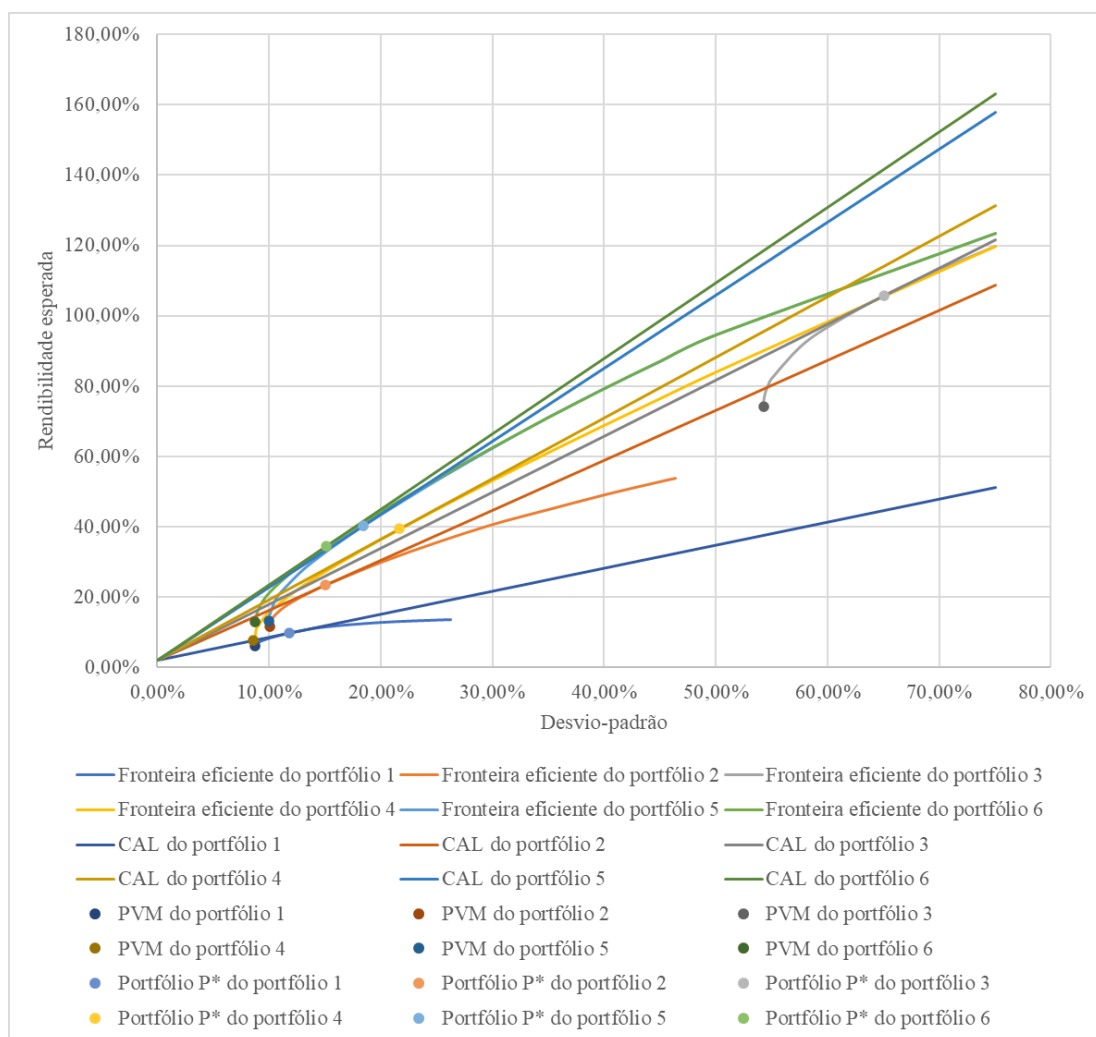
Pela análise das fronteiras eficientes reside uma dúvida quanto à opção entre os portfólios 5 e 6, pelo que se recorre ao *Sharpe Ratio* como o indicador da melhor performance dos portfólios. O *Sharpe Ratio* do portfólio 6, apresentado na Tabela 15, é de 2,15, sendo o portfólio com a melhor performance, ou seja, por cada 1% de risco que o investidor incorra, este é recompensado com 2,15% de retorno adicional. É evidente que o portfólio 5 é o portfólio que se segue com a melhor performance. No entanto, o portfólio 6 é o mais diversificado dado que inclui ativos das três classes. O portfólio P* 6 apresenta uma rendibilidade esperada de 34,50% e um desvio-padrão de 15,11%, justificados por um investimento na classe de ativos das ações de 21,06%, nas *commodities* de 66,35% e na classe de criptomoedas de 12,59%.

Tabela 15. Portfólio P* e *Sharpe Ratio* do portfólio 6

	Portfólio P*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 6	34,50%	0,0228	15,11%	2,15

Na Figura 15 estão representados graficamente o portfólio P* e a CAL de todos os portfólios. Constata-se que o portfólio 6 é o que apresenta a CAL com maior declive, dado pelo maior *Sharpe Ratio* obtido e, por sua vez, o portfólio 1 é o que apresenta a menor CAL, menor PVM, menor fronteira eficiente e menor portfólio P*.

Figura 15. Representação gráfica do portfólio P* e CAL dos portfólios



Para a constituição da carteira ótima o investidor está disposto a contrair financiamento por forma a investir mais no portfólio ótimo. A Tabela 16 apresenta o novo portfólio F*, cuja rentabilidade esperada é de 39,98% e o desvio-padrão de 17,76%, superiores ao portfólio P*. No entanto, o *Sharpe Ratio* é de apenas 2,01.

Tabela 16. Portfólio F* e respetivo *Sharpe Ratio* do portfólio 6

	Portfólio F*			<i>Sharpe Ratio</i>
	Rendibilidade esperada	Variância	Desvio-padrão	
Portfólio 6	39,98%	0,0315	17,76%	2,01

Existem diversas carteiras ótimas para o portfólio 6, variando consoante o coeficiente de aversão ao risco considerado. Na Tabela 17 estão expressas as diferentes carteiras ótimas para os coeficientes de aversão ao risco $A=1$, $A=2,5$, $A=5$, $A=7,5$ e $A=10$.

Tabela 17. Quadro resumo das carteiras ótimas do portfólio 6

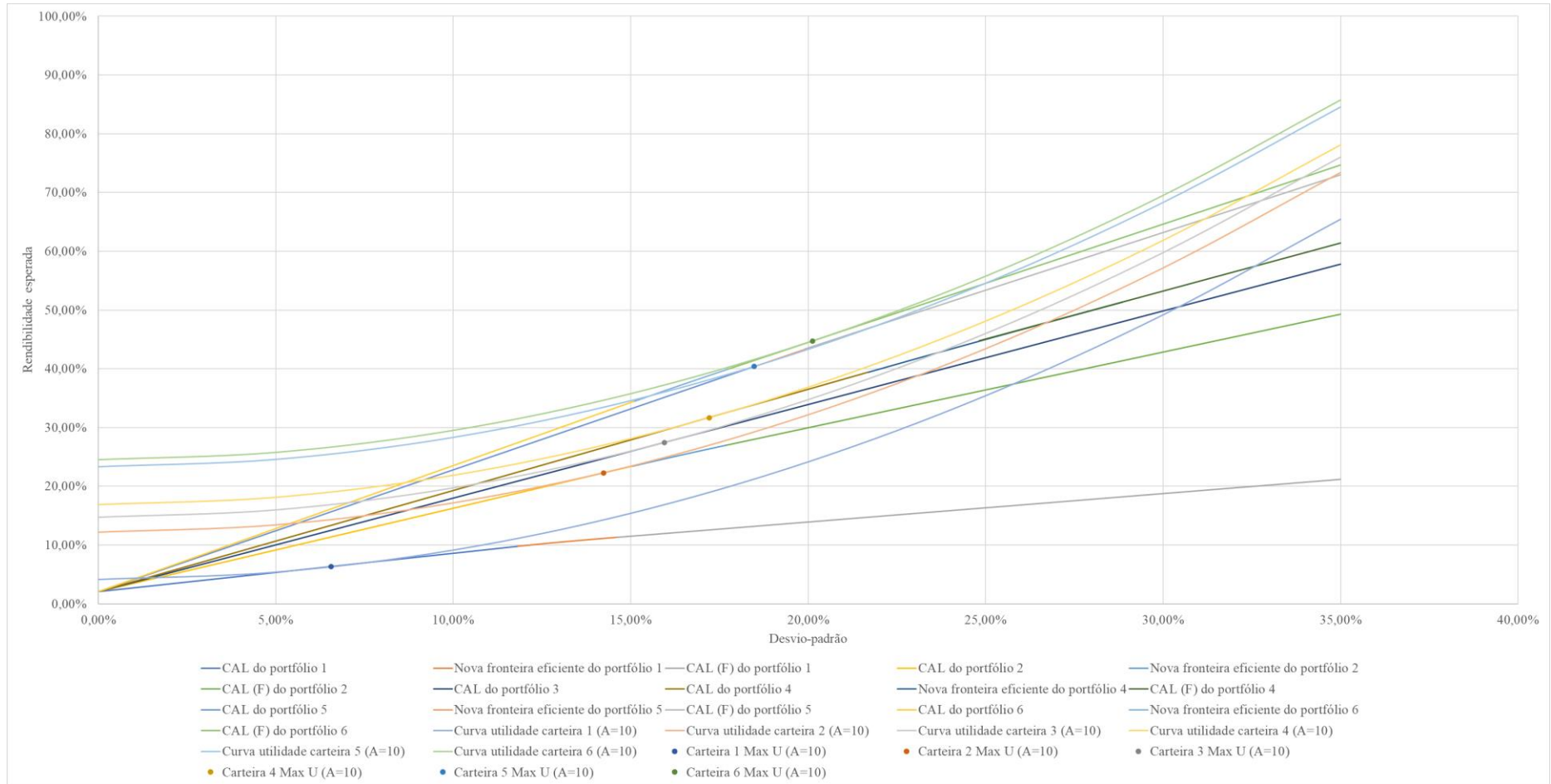
Carteiras ótimas do portfólio 6 para diferentes coeficientes de aversão ao risco					
Coefficiente de aversão ao risco	A=1	A=2,5	A=5	A=7,5	A=10
Total de alocação no portfólio F*	1133,27%	453,31%	226,65%	151,10%	113,33%
Total de financiamento	1033,27%	353,31%	126,65%	51,10%	13,33%
Total de poupança	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%
Rendibilidade esperada	409,13%	166,20%	85,23%	58,23%	44,74%
Desvio-padrão	201,22%	80,49%	40,24%	26,83%	20,12%
Utilidade da carteira	206,69%	85,23%	44,74%	31,24%	24,49%

Para qualquer nível de aversão ao risco considerado, as carteiras ótimas do portfólio 6 consideram financiamento. Para o maior coeficiente de aversão ao risco considerado ($A=10$), a carteira ótima do portfólio 6 assume um investimento de 113,33% no portfólio F*, financiando-se em 13,33% e culminando numa utilidade da carteira de 24,49%. O investimento de 113,33% na carteira ótima do portfólio 6 resulta da alocação de 17,54% em criptomoedas, 23,35% em ações e 72,44% em *commodities*. Para $A=10$, a carteira ótima do portfólio 5 considera um investimento de 100% no portfólio P*, que culmina numa utilidade de 23,32%, sendo inferior à utilidade da carteira ótima do portfólio 6 para um mesmo $A=10$. De todos os portfólios analisados, o portfólio 6 é o que apresenta as carteiras ótimas com maiores utilidades para o mesmo coeficiente de aversão ao risco, seguindo-se as carteiras ótimas do portfólio 5.

Por último, a Figura 16 representa todas as CAL, as novas fronteiras eficientes e as CAL (F) dos portfólios. Ainda na Figura 16, a título exemplificativo, estão representadas as carteiras ótimas e as respetivas curvas de indiferença dos portfólios, considerando $A=10$. Por carteira 1 entende-se a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 1, por carteira 2 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 2, por carteira 3 entende-se a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 3, por carteira 4 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 4 e por carteira 5 a carteira ótima composta pelos ativos que compõem o portfólio 5.

Pela Figura 16 constata-se que o portfólio 1 é o que apresenta as menores rendibilidades para o mesmo risco, seguindo-se os portfólios 2 e 3, respetivamente. O portfólio 4 já engloba mais do que uma classe de ativos, considerando as ações e as criptomoedas. No entanto, apresenta rendibilidades inferiores para um mesmo nível de risco, quando comparado com os portfólios 5 e 6. Os portfólios 5 e 6 são muito próximos, contudo, é visível a melhor performance do portfólio 6 demonstrada pela CAL e CAL (F) mais inclinadas.

Figura 16. Representação gráfica das CAL, das novas fronteiras eficientes, das CAL (F), das carteiras ótimas considerando $A=10$ e respectivas curvas de utilidade dos portfólios



Pela Figura 16 verifica-se que a carteira ótima 6 cujo $A=10$ é a que apresenta a curva de utilidade mais deslocada para o quanto superior esquerdo, corroborando o facto de que para o investidor mais avesso ao risco, a carteira 6 é a que apresenta a maior utilidade, salientando-se que não acontece apenas para $A=10$, mas também para os demais coeficientes de aversão ao risco.

As carteiras ótimas representadas consideram o investidor mais avesso ao risco, nomeadamente $A=10$. Pela análise do gráfico verifica-se que o portfólio 1 é o que apresenta a carteira ótima com o menor desvio-padrão e, por sua vez, a menor rendibilidade esperada. Em contrapartida, a carteira ótima do portfólio 6 é a que apresenta a maior rendibilidade esperada e, conseqüentemente, maior desvio-padrão. No entanto, para o mesmo nível de aversão ao risco, a carteira ótima do portfólio 6 é a que maximiza a utilidade do investidor, permitindo que alcance a curva de utilidade mais alta.

Ao longo da análise dos resultados foram-se incluindo as diferentes classes de ativos nos diversos portfólios. À medida que os portfólios se tornavam mais diversificados, demonstravam uma melhor performance, melhores rendibilidades para um risco menor.

A análise dos resultados culmina com o portfólio 6, o portfólio mais diversificado. Das três classes de ativos, a classe das ações é a que tem menores rendibilidades e menores desvios-padrão. A diferença entre o portfólio 5 e o portfólio 6 deve-se ao facto deste último considerar a classe de ativos das ações que, apesar das suas baixas rendibilidades, contribuem para um melhor desempenho do portfólio.

Importa reter da análise que os portfólios devem ser diversificados, independentemente de os ativos terem elevadas rendibilidades e, como consequência, maiores níveis de risco, como se aplica às criptomoedas, ou baixas rendibilidades e, por sua vez, menores riscos, como se aplica às ações. Englobando diferentes ativos e classes de ativos é possível obter uma melhor combinação de retorno e risco do que investir de forma isolada. Por mais diminuta que seja a alocação numa determinada classe de ativos, quando conjugada com os demais, pode aumentar significativamente a rendibilidade esperada, não implicando incorrer num risco superior.

CAPÍTULO V – CONCLUSÃO

Na presente dissertação é analisado o contributo da alocação de criptomoedas em portfólios diversificados, pretendendo-se também corroborar a premissa da diversificação apresentada por Markowitz (1952). Uma vez que os investidores são avessos ao risco e dada a elevada volatilidade das criptomoedas, tenciona-se provar que ativos mais arriscados mas com rendibilidades que compensem esse risco podem ser benéficos para o portfólio, melhorando a sua performance.

Para o estudo recolheram-se dados da classe de ativos criptomoedas, ações representadas pelos índices bolsistas e *commodities*. Os dados obtidos refletem o período de 21 de novembro de 2017 a 21 de novembro de 2022. Importa tomar nota que no ano de 2020 o mundo foi abrangido pela pandemia COVID-19 que impactou nefastamente as economias em geral. No entanto, apesar das quebras observáveis nas rendibilidades diárias e acumuladas dos ativos, a recuperação dos mesmos foi fenomenal, movimentada pelas políticas expansionistas colocadas em prática.

Ao longo do estudo são formados 6 portfólios, dos quais 3 são constituídos isoladamente por uma classe de ativos, nomeadamente, criptomoedas, ações representadas pelos índices bolsistas e *commodities*. Seguindo-se 2 portfólios que contemplam as criptomoedas e cada uma das outras classes de ativos. Por último, o portfólio mais diversificado que engloba as três classes de ativos.

A metodologia aplicada para o tratamento dos dados remete-se à teoria da carteira apresentada por Markowitz (1952), sendo uma metodologia tradicional e globalmente aceite. A teoria da carteira apela à racionalidade do investidor, cujo objetivo é maximizar a sua rendibilidade para determinado nível de risco, investindo na fronteira eficiente.

Do tratamento primário dos dados verifica-se que apesar da classe de ativos ações ser uma das classes que mais se aborda, em termos de volume de transações, verifica-se que a classe de ativos *commodities* consegue ter um desempenho superior. A classe de ativos ações é a classe que apresenta as rendibilidades e, por sua vez, desvios-padrão mais baixos, sendo facilmente ultrapassadas pelas rendibilidades dos ativos como as *commodities* e as criptomoedas.

Da aplicação da metodologia constata-se que, portfólios com classes de ativos isolados desempenham uma menor performance do que portfólios que conjuguem mais do que uma classe de ativos, verificando-se a premissa da diversificação. Dos três portfólios formados por uma classe de ativos isoladamente, o portfólio das criptomoedas

é que apresenta o maior *Sharpe Ratio*. No entanto, o *Sharpe Ratio* obtido para o portfólio das criptomoedas é inferior ao *Sharpe Ratio* obtido quando se considera os portfólios que contemplam mais do que uma classe de ativos. Todavia, o portfólio 6 é o que apresenta a melhor performance, dado ser o portfólio mais diversificado na medida em que contempla as três classes de ativos.

No que concerne à alocação ótima de criptomoedas nos portfólios ótimos, a mesma varia entre 12,59% e 30,84%, com a exceção do portfólio unicamente constituído por criptomoedas cuja alocação é de 100%. Para as carteiras ótimas a alocação de criptomoedas varia consoante o nível de aversão ao risco do investidor. Deste modo, assume-se para o efeito o coeficiente de aversão ao risco igual a 10 onde, do investimento total nas carteiras ótimas a percentagem de investimento destinada às criptomoedas oscila entre 15,95% e 24,47%. No entanto, a carteira ótima referente ao portfólio unicamente constituído por criptomoedas considera uma alocação de 24,52%, quando o coeficiente de aversão ao risco do investidor é igual a 10, dado que o investidor apenas investe 24,52% do seu capital, deixando 75,48% disponível para poupança.

Da análise dos diferentes portfólios verifica-se que, independentemente da percentagem de alocação em ativos de maior risco, como o caso das criptomoedas, ser diminuta quando comparada com a alocação nos demais ativos, contribui positivamente para um melhor desempenho em termos de rendibilidade do portfólio em questão. Por sua vez, apesar das baixas rendibilidades dos índices bolsistas, estes contribuem para diversificar o portfólio e permitem que o mesmo apresente uma melhor relação de rendibilidade e risco do que os demais.

Pelo estudo apresentado importa reter a premissa da diversificação, seguida do princípio da racionalidade do investidor para a seleção dos ativos. Independentemente das rendibilidades e riscos intrínsecos a cada um, desde que nenhum outro apresente uma rendibilidade superior para um risco menor, o investimento nesse ativo é válido. O investidor racional deve diversificar por mais diminuta que seja a alocação do seu investimento total em determinada classe de ativos, dado que essa alocação pode aumentar consideravelmente a rendibilidade esperada, não implicando incorrer em mais risco.

Os resultados do estudo contribuem para a literatura existente dado se provar matematicamente que as classes de ativos criptomoedas deve ser incluída em portfólios diversificados, obtendo *Sharpe Ratios* superiores do que portfólios que não considerem esta classe. Para além disso, contribui para as instituições financeiras uma vez que as

políticas expansionistas ou de recessão são absorvidas pelos mercados e é perceptível o impacto das mesmas. Por último, os investidores privados também beneficiam do estudo apresentado na medida em que podem rever os seus portfólios e enquadrar uma alocação de criptomoedas, nem que diminuta, mas que contribuirá para melhorar a performance dos seus portfólios ou carteiras.

Para um estudo futuro sugere-se inserir uma componente de finanças comportamentais com as finanças tradicionais. O investidor nem sempre é racional, não investindo em determinados ativos dada a sua aversão ao risco. Segundo os resultados obtidos, o investidor para determinados coeficientes de aversão ao risco deveria financiar-se para investir nos mercados, no entanto, trata-se de uma perspectiva teórica que não traduz totalmente a realidade. Deste modo, sugere-se acrescentar à teoria da carteira de Markowitz (1952) um índice de irracionalidade do investidor, revisitando o tema do coeficiente de aversão ao risco.

REFERÊNCIAS

- Andrianto, Y., & Diputra, Y. (2017). The Effect of Cryptocurrency on Investment Portfolio Effectiveness. *Journal of Finance and Accounting*, 5(6), 229-238. <https://doi.org/10.11648/j.jfa.20170506.14>
- Arora, M., & Kumari, S. (2015). Risk taking in financial decisions as a function of age, gender: mediating role of loss aversion and regret. *International Journal of Applied Psychology*, 5(4), 83-89. <https://doi.org/10.5923/j.ijap.20150504.01>
- Banco de Portugal. (s.d.). *Depósitos, ações e obrigações – risco e remuneração*. Consultado a 3 de abril de 2023, em <https://www.bportugal.pt/page/depositos-acoese-obrigacoes-risco-e-remuneracao>
- Banco de Portugal. (s.d.). *Criptoativos, stablecoins e euro digital? Descubra as diferenças*. Consultado a 3 de abril de 2023, em <https://www.bportugal.pt/page/criptoativos-stablecoins-e-euro-digital-descubra-diferencas-1>
- Bernoulli, D. (1954). Exposition of a New Theory on the Measurement of Risk. *Econometrica*, 22(1), 23–36. <https://doi.org/10.2307/1909829>
- Brandão, E. (1998). *Estudos de Gestão*. <https://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/9896/1/eg-eb-1998.pdf>
- Campos, M. (2022, 12 de outubro). *How Much of Your Portfolio Should be in Crypto?* Betterment. <https://www.betterment.com/resources/how-much-to-invest-in-crypto>
- Chuen, D.L., Guo, L., & Wang, Y. (2017). Cryptocurrency: A New Investment Opportunity? *The Journal of Alternative Investments Winter 2018*, 20(3), 16-40. <https://doi.org/10.3905/jai.2018.20.3.016>
- Ciaian, P., Rajcaniova, M., & Kancs, d'Artis. (2015). The economics of BitCoin price formation. *Applied Economics*, 48(19), 1799–1815. <https://doi.org/10.1080/00036846.2015.1109038>
- CMVM. (2023, 22 de março). *Ações*. <https://investidor.cmvm.pt/PInvestidor/Content?Input=A345D445E238FF66FCC50582B47725D2C0715D3CBC78447ED9B050C28E14C9FA>
- Coleman, L. (2021, 4 de março). *Bitcoin transaction friction: A reality check*. CCN. <https://www.ccn.com/bitcoin-transaction-friction-a-reality-check/>
- Costanza, N. (2018). *Cryptocurrency: The Argument for its Allocation Within the Traditional Investor's Portfolio* [Tese de bacharelato, Universidade de Arkansas] <http://scholarworks.uark.edu/finnuht/49>
- Díez, L. A. (2022). *¿Ofrecen los criptoactivos beneficios de diversificación y eficiencia aplicando el modelo de Markowitz en un contexto de portafolios multiactivos?* [Dissertação de mestrado, Universidade EAFIT].

- Douglas, M. (2013). *Trading – Atitude mental do trader de sucesso*. Bookout.
- Duca, J. (2013, November 22). *Subprime mortgage crisis*. Federal Reserve History. <https://www.federalreservehistory.org/essays/subprime-mortgage-crisis>
- EDP Comercial. (2021, 15 de julho). *Tudo sobre Créditos de Carbono*. EDP. <https://www.edp.pt/empresas/empresas-com-energia/creditos-de-carbono/>
- Fama, E. F. (1970). Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *The Journal of Finance*, 25, 383–417. <https://doi.org/10.1111/j.1540-6261.1970.tb00518.x>
- Faria, F. (2022). *Financial literacy and demographic characteristics effects on cryptocurrencies investments – evidence from Portugal* [Dissertação de mestrado, Universidade ISEG]. <https://www.repository.utl.pt/bitstream/10400.5/25081/1/DM-FCDCF-2022.pdf>
- Gandelman, N., y Hernández-Murillo, R. (2013). *Risk Aversion at the Country Level*. Federal Reserve Bank of St. Louis Research Paper Series. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2396103>
- Hougan, M., & Lawant, D. (2021). *Cryptoassets: The Guide to Bitcoin, Blockchain, and Cryptocurrency for Investment Professionals*. CFA Institute Research Foundation. <https://www.cfainstitute.org/-/media/documents/article/rf-brief/rfbr-cryptoassets.ashx>
- Jaisinghani, S. (2020, 03 de janeiro). *European shares slide on Middle East tensions; oil surge hits airline stocks*. Investing.com. <https://www.investing.com/news/stock-market-news/european-shares-slide-on-middle-east-tensions-oil-surge-hits-airline-stocks-2051697>
- Joyner, A. (2020, 02 de janeiro). *Wall Street starts 2020 with new records on China stimulus, trade hopes*. Investing.com. <https://www.investing.com/news/stock-market-news/wall-street-starts-2020-with-records-as-china-stimulus-adds-to-optimistic-mood-2051110>
- Klement, J. (2015). *Investor Risk Profiling: An Overview*. CFA Institute Research Foundation Series. <http://dx.doi.org/10.2139/ssrn.2597691>
- Lobão, J. (2012). *Finanças Comportamentais: quando a Economia Encontra a Psicologia*. Actual Editora.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77–91. <https://doi.org/10.2307/2975974>
- Nakamoto, S. (2008). *Bitcoin: a Peer-to-Peer Electronic Cash System*. <https://bitcoin.org/bitcoin.pdf>
- Novo Banco. (s.d.). *Perfil de investidor e estratégia de investimento*. Consultado a 3 de abril de 2023, em <https://www.novobanco.pt/particulares/investimento/perfil-investidor>

- Pacheco, V. A. (2018). *Bitcoin* (8ª ed.). Self.
- Parlamento Europeu. (2022). *Os perigos das criptomoedas e os benefícios da legislação da UE*.
<https://www.europarl.europa.eu/news/pt/headlines/economy/20220324STO26154/os-perigos-das-criptomoedas-e-os-beneficios-da-legislacao-da-ue>
- Prates, W. (2016, 2 de novembro). *Teoria de Markowitz (teoria da carteira) e a fronteira eficiente*. Ciência&Negócios.com. <https://cienciaenegocios.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente/>
- Reuters. (2020, 21 de janeiro). *Wall St. pulls back from records on worries about virus outbreak and global growth*. Investing.com.
<https://www.investing.com/news/stock-market-news/wall-street-rally-pauses-amid-china-virus-outbreak-growth-fears-2063794>
- Sanyal, S. (2020, 12 de março). *BOLSA EUA-Wall Street retoma negócios após queda de 7% gerar interrupção*. Investing.com. <https://pt.investing.com/news/stock-market-news/bolsa-euawall-street-retoma-negocios-apos-queda-de-7-gerar-interruptao-679458>
- Shankar, S., & Mathew, S. (2020, 15 de janeiro). *S&P, Dow notch record highs ahead of signing of trade deal*. Investing.com. <https://www.investing.com/news/stock-market-news/sp-dow-notch-record-highs-ahead-of-signing-of-trade-deal-2059945>
- Veen, H. V. (2018, November 13). *Crypto Assets: The allocation of crypto in a balanced portfolio*. SwissOne Capital. <https://medium.com/@Swissonecapital/crypto-assets-the-allocation-of-crypto-in-a-balanced-portfolio-649d0a848f00>
- Wu, C. Y., & Pandey, V. (2014). The Value of Bitcoin in Enhancing the Efficiency of an Investor's Portfolio. *Journal of Financial Planning*.
- Yilmaz, N. K., & Hazar, H. B. (2018). Predicting future cryptocurrency investment trends by conjoint analysis. *Journal of Economics Finance and Accounting*, 5(4), 321-330.

UNIVERSIDADE DOS AÇORES
Faculdade de Economia e Gestão

Rua da Mãe de Deus
9500-321 Ponta Delgada
Açores, Portugal



DM

2023

A inclusão de criptomonedas na gestão de carteiras diversificadas

Ana Catarina Pereira da Costa