

As simetrias das calçadas da ilha Graciosa



Ricardo Cunha Teixeira

Professor do Departamento de Matemática e Estatística da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores
ricardo.ec.teixeira@uac.pt

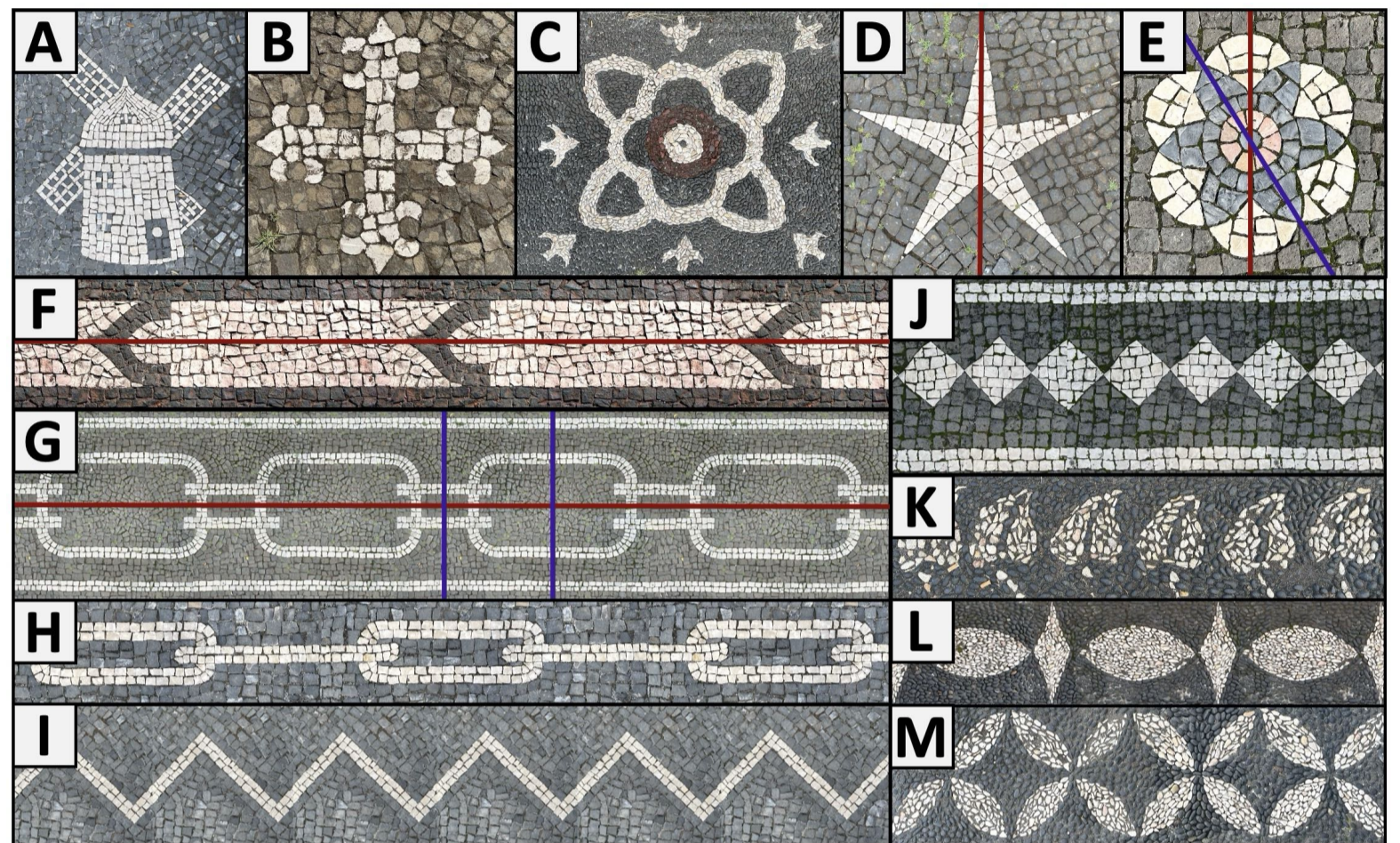
A exposição “Por entre calçadas dos Açores: à descoberta de simetrias” foi desenvolvida pelo Expolab - Centro de Ciência, tendo sido inspirada no Baralho de Cartas das Calçadas dos Açores, uma parceria entre o Expolab, a Associação Ludus e a Universidade dos Açores. A exposição já percorreu várias ilhas dos Açores. Foi inaugurada no Museu de Santa Maria, tendo visitado também o Observatório do Ambiente dos Açores - Centro de Ciência de Angra do Heroísmo, na Ilha Terceira, e as instalações do Expolab, em São Miguel. No passado dia 10 de outubro, a exposição foi inaugurada no Museu da Graciosa. Por este motivo, dedicamos o presente texto às bonitas calçadas da ilha Graciosa e à análise das suas simetrias.

O conceito de simetria pode assumir diferentes interpretações. Em termos matemáticos e num contexto bidimensional, uma simetria de uma figura é uma transformação do plano que deixa essa figura invariante, ou seja, a figura não é alterada pela transformação. É assim que a Matemática explica a sensação de beleza ao olharmos para alguns padrões que nos rodeiam: a imunidade à mudança.

Existem quatro tipos de simetrias: simetrias de reflexão (quando olhamos para uma paisagem refletida na água do mar ou de uma lagoa), simetrias de rotação (ao observarmos as velas de um moinho, bem como as hélices de um avião ou de um helicóptero), simetrias de translação (quando fixamos a nossa atenção na repetição das patas e das manchas de uma lagarta) e simetrias de reflexão deslizante (ao observarmos o ziguezague produzido pelas nossas pegadas quando caminhamos descalços na areia de uma praia).

Em termos matemáticos, uma figura do plano pode ser classificada de acordo com as simetrias que apresenta. Neste contexto, destacamos as rosáceas (figuras com simetrias de rotação, que também podem ter simetrias de reflexão) e os frisos (figuras com simetrias de translação numa direção, que podem ter outros tipos de simetrias). Assim sendo, as rosáceas caracterizam-se pela repetição de um motivo em torno de um ponto, enquanto que nos frisos há um motivo que se repete ao longo de uma faixa, sempre com o mesmo espaçamento entre cópias consecutivas desse motivo.

De seguida, passamos à análise das simetrias de alguns padrões em calçada da ilha Graciosa. Muitos dos exemplos podem ser apreciados na Praça Fontes Pereira de Melo e na zona junto aos Paúis da Vila de Santa Cruz (A, C, D, F, G, H, I e J). Os restantes exemplos localizam-se na Cruz da Barra (B), junto à Igreja da Misericórdia de Santa Cruz (E) e na Praia, em São Mateus (K, L e M). Importa destacar que os exemplos C,



K, L e M foram construídos com calçada mais miúda, sendo significativamente mais antigos do que os restantes.

Começamos pela análise das rosáceas, que podem ser cíclicas (se tiverem apenas simetrias de rotação) ou diedrais (se tiverem simetrias de rotação e de reflexão). A rosácea A representa um moinho de vento e é cíclica. Esta rosácea tem apenas a simetria trivial de rotação de 360 graus, que é comum a todas as figuras do plano. Se rodarmos uma figura qualquer do plano em torno de um ponto segundo um ângulo de 360 graus, que corresponde ao ângulo giro, ou seja, a uma volta completa, essa figura inevitavelmente fica invariante, isto é, permanece inalterada. Por seu turno, se considerarmos apenas as 4 velas do moinho vistas de trás, estas constituem uma rosácea cíclica com quatro repetições do motivo. Isto implica que existam quatro simetrias de rotação, com ângulo mínimo de 360 graus a dividir por 4, ou seja, de 90 graus. As amplitudes das restantes simetrias de rotação correspondem aos múltiplos de 90 graus, até se alcançar os 360 graus, isto é, as quatro simetrias de rotação têm amplitudes de 90 graus, 180 graus, 270 graus e de 360 graus. Isto significa que, sempre que rodarmos as velas em torno do centro (onde as velas se unem) segundo um ângulo de 90 graus, ou de um dos seus múltiplos, as velas ficam invariantes após esse movimento.

Seguem-se quatro exemplos de rosáceas diedrais, de B a E. Para verificarmos as suas simetrias de rotação, devemos contar as repetições dos motivos. As rosáceas B e C têm quatro repetições, a rosácea D cinco repetições e a rosácea E seis repetições. Assim, os ângulos mínimos de rotação são, respetivamente, de 90 graus (360 graus a dividir por 4), 72 graus (360 graus a dividir por 5) e 60 graus (360 graus a dividir por 6). As restantes simetrias de rotação obtêm-se dos respetivos múltiplos. Estas rosáceas apresentam igual número de simetrias de reflexão. As rosáceas B e C, com formato quadrangular, têm quatro eixos (um horizon-

tal, outro vertical e dois diagonais). Por seu turno, a rosácea D tem cinco eixos (como o número de eixos é ímpar, cada eixo corta o motivo de um lado e separa motivos consecutivos do outro; ilustra-se um desses eixos em D) e a rosácea E tem seis eixos (como o número de eixos é par, metade desses eixos corta motivos dos dois lados e metade separa motivos consecutivos dos dois lados; ilustra-se um eixo de cada tipo em E). Para qualquer um dos eixos de simetria identificados, se o leitor dobrar a página de jornal segundo esse eixo verificará que as duas metades da figura se sobrepõem por completo. O mesmo pode ser comprovado com recurso a um espelho: se posicionar o espelho na perpendicular em relação à página do jornal, com a borda do espelho assente no eixo de simetria, constatará que cada lado da figura é, de facto, um reflexo do outro.

Passamos agora aos exemplos de frisos, de F a M. De notar que o motivo que se repete em F é o contorno do teto de um moinho de vento, o que constitui mais uma homenagem aos moinhos de vento característicos da ilha Graciosa.

Todos os frisos têm simetrias de translação numa direção, ou seja, caracterizam-se pela repetição de um motivo aos longo de uma faixa, sempre com o mesmo espaçamento entre cópias consecutivas. Mas, os frisos podem ter outros tipos de simetrias, nomeadamente podem ter simetrias de meia-volta, isto é, simetrias de rotação de 180 graus. Uma forma simples de verificar a existência, ou não, de simetrias de meia-volta consiste no seguinte procedimento. Solicita-se ao leitor que vire a página do jornal de pernas para o ar e que verifique se as configurações dos frisos de F a M permanecem, ou não, inalteradas.

Um olhar atento permite constatar que apenas os frisos F e K não têm simetrias de meia-volta. De facto, ao virar esses frisos de pernas para o ar, as pontas dos tetos dos moinhos de vento em F deixam de estar viradas para a esquerda e passam a estar viradas para a direita. Além disso, as folhas

em K ficam de pernas para o ar, numa configuração diferente.

Em relação aos frisos sem meia-volta, o friso K apenas tem simetrias de translação numa direção. Já o friso F tem também uma simetria de reflexão de eixo horizontal (assinalado na imagem).

Relativamente aos frisos com meia-volta, os frisos G, H, J, L e M são todos do mesmo tipo, sendo que apresentam, para além das simetrias de translação numa direção e das simetrias de meia-volta, simetrias de reflexão de eixo horizontal e de eixos verticais. Há dois tipos de eixos verticais supondo que o motivo se repete infinitamente para a esquerda e para a direita, uns separam motivos consecutivos, outros cortam motivos ao meio. O eixo horizontal e um exemplo de cada um dos dois tipos de eixos verticais estão ilustrados em G.

Por seu turno, o friso I tem simetrias de reflexão apenas de eixos verticais e simetrias de reflexão deslizante, evidenciadas pelo efeito ziguezague que sobressai quando percorremos o friso com o nosso olhar.

Terminada esta exploração das simetrias das calçadas da ilha Graciosa, convidamos o leitor a procurar por mais rosáceas e frisos à sua volta.

Na primeira parte do livro “Das calçadas aos ananases: investigar o mundo com um olhar matemático”, da editora Letras Lavadas, disponível para venda em letraslavadas.pt, analisam-se em detalhe as simetrias de muitas calçadas das 9 ilhas dos Açores, bem como de diferentes formas de artesanato do Arquipélago.

E, já agora, aproveite para visitar a exposição “Por entre calçadas dos Açores: à descoberta de simetrias”. Os visitantes recebem placas com padrões em calçada e são desafiados a descobrir a sua localização nos Açores e a fazer a sua classificação matemática, identificando rosáceas cíclicas, rosáceas diedrais, frisos sem meia-volta e frisos com meia-volta. A exposição deverá percorrer as restantes ilhas dos Açores, sendo que a próxima paragem será a ilha do Faial!