Arquimedes: o matemático dos volumes!

Por: Maria do Carmo Martins
Professora do Departamento de Matemática
da Universidade dos Açores
mika@uac.pt

Hoje 9 de outubro é o dia mundial dos correios. Numa época de tecnologias tão avançadas continuamos, e ainda bem, a recorrer aos imprescindíveis serviços dos Correios, Telégrafos e Telefones-os CTT. A sua origem, em Portugal, remonta a 1520, ano em que o rei D. Manuel I criou o primeiro serviço de correio público português. Em pleno século XXI é impressionante o volume de correspondência processado e a rapidez com que é tratado. Sempre que tenho oportunidade indago-me sobre as dificuldades sentidas pelos homens das ciências (e em geral) em divulgarem e trocarem informação sobre as descobertas científicas realizadas. Fico deveras impressionada com a investigação aferida perante adversidades tão complexas. É obra!

Também hoje faz 37 anos que o guerreiro, político, jornalista, escritor e médico argentino-cubano Ernesto Guevara de la Serna, conhecido como “Che” Guevara (1928-1967), foi executado na Bolívia. Figura internacionalmente conhecida, desperta grandes paixões e divergência de opiniões, pelo que se converteu num símbolo de importância mundial. Para uns é um verdadeiro ícone de rebeldia e de luta contra a injustiça social e o espírito incorruptível. Para outros um criminoso, responsável por assassinatos em massa. Sendo partidário ou detrator das ideologias do comandante Che, a verdade é que este homem de letras e de armas atraía um enorme volume de apoiantes e inimigos. Acreditava que “o conhecimento faz-nos responsáveis”, pelo que em plenas trincheiras das guerras que travava instruía os seus pelotões com a mesma paixão que um pedagogo numa sala de aula.

Entrando agora no tema desta semana, na matemática, quando se fala de volumes, é inevitável falar de Arquimedes. Nasceu em Siracusa, uma colónia grega situada na Sicília, em 287 a.C., e foi educado em Alexandria, no Egito. É considerado o maior matemático, físico e inventor do mundo antigo. Distinguiu-se também na Astronomia, por influência de seu pai que era astrónomo, e na Mecânica. Chegou a descrever um método para determinar o centro de gravidade dos corpos geométricos, tendo esboçado os princípios da alavanca.

Detentor de uma personalidade caricata, teceu algumas afirmações típicas de um sábio em efervescente devaneio. Sob esta desculpa, e empolgado com o estudo das propriedades de algumas alavancas disse: “Dêem-me uma alavanca, um ponto de apoio e eu levantarei o mundo”. Este simples desabafo levado pelo impulso instantâneo ficou associado a Arquimedes pela vida fora, sendo muitas vezes interpretado como um sinal de desvario ou completo delírio.

Uma memorável história consagrada pelo tempo sobre Arquimedes, conta que quando o rei Hieron reinava em Siracusa prometeu oferecer uma coroa em ouro aos deuses imortais de um certo templo. Combinou a confecção da obra com um artesão mediante uma boa quantia de dinheiro e a entrega do ouro necessário para a realização da coroa. O artesão entregou a coroa na data estipulada e o rei achou que a obra satisfazia na perfeição os seus intentos. Havendo a suspeição que o artesão retirara uma parte do ouro, substituindo-o por prata, o rei ficou indignado e, sem saber como provar a fraude do artesão, encarregou Arquimedes de desvendar o caso. Uma forma fácil de determinar a quantidade de ouro existente na coroa era derreter a peça e calcular a quantidade de cada metal. Mas o rei não pretendia que a peça fosse destruída, pois assim perderia a obra e o problema voltava a colocar-se após a construção de uma nova coroa. Ou seja, Arquimedes tinha a difícil tarefa de calcular a quantidade de ouro da coroa sem a destruir.

Um dia Arquimedes, preocupado com esse problema, foi a uma casa de banhos públicos e percebeu que à medida que entrava na banheira, a água transbordava. Esta observação permitiu-lhe encontrar a solução que procurava e, eufórico com a sua descoberta, saiu do banho ainda nu a correr pela rua gritando “Eureka! Eureka!” (em grego: “Descobri! Descobri!”). A inspiração de Arquimedes levou a uma resolução muito simples do problema. Mergulhar a coroa numa tina completamente cheia de água e medir a quantidade de água que transborda. Voltar a repetir a experiência, mas desta vez com a quantidade de ouro que o rei havia entregue ao artesão. Comparar a quantidade de líquido deslocado pelos dois objetos e concluir se havia falsificação ou não da obra. O ouro afunda-se mais do que a prata e assim é possível perceber a composição da peça sem a destruir. Alguns pensarão: é o ovo de Colombo! Mas esta é outra história, que deixo para uma próxima vez.

O princípio de Arquimedes afirma que “todo o corpo quando mergulhado total ou parcialmente num fluido recebe da parte deste, uma impulsão vertical, de baixo para cima, de intensidade igual à do peso do volume de fluido deslocado pelo corpo”.

Os Romanos é que não guardaram boas recordações de Arquimedes. Conta-se que conseguiu incendiar um grupo de navios romanos, utilizando espelhos para concentrar o calor dos raios solares sobre os barcos.

Imaginação e persistência não faltavam a Arquimedes. A ele se deve também uma forma de determinar um valor mais exato para pi (a razão entre o perímetro de uma circunferência e o seu diâmetro). Efetivamente, o perímetro, P, da circunferência é P = 2 x pi x r, sendo r a medida do raio da circunferência, pi o famoso valor (aproximado) 3.14159265... e o diâmetro, d, é d = 2 x r, pelo que P / d= pi.

A sua peculiar originalidade permitiu-lhe pedir, antes de morrer, que fosse esculpido no seu túmulo uma representação de uma esfera inscrita num cilindro de altura igual ao seu diâmetro (diâmetro é o dobro do raio). Foi ele quem descobriu e provou que a razão dos volumes do cilindro e da esfera é igual à razão das áreas do cilindro (cuja altura é o dobro do raio da esfera) e da esfera, isto é de, 3 para 2. Sem querer abusar da paciência do leitor, deixo aqui uma pequena explicação matemática sobre cilindro e esfera, bem como o seu volume e a sua área de superfície. Um cilindro é um objeto tridimensional que pode ser construído a partir da rotação de um retângulo em torno de um dos seus lados. De modo mais prático, o cilindro é um corpo alongado e de aspeto redondo com o mesmo diâmetro ao longo de todo o comprimento. Uma esfera é o conjunto dos pontos do espaço cuja distância ao centro é menor ou igual que o raio. No senso comum, uma esfera pode ser representada por uma bola. Bom, agora que já recordámos o que é um cilindro e o que é uma esfera, vamos proceder aos cálculos dos seus volumes.

O volume do cilindro, V_c, é igual à área da base vezes a altura. Por sua vez a base do cilindro é um círculo, pelo que a sua área é pi x r^2, sendo r o raio do círculo. Assim, V_c = pi x r^2 x h, sendo h a altura do cilindro. No entanto, o cilindro considerado tem altura igual ao diâmetro, pelo que h = 2 x r. Deste modo, V_c = pi x (r^2) x 2 x r = 2 x pi x r^3. Quanto ao volume da esfera, V_e = (4 x pi x r^3)/3, sendo r o raio da esfera. Calculando a razão (divisão) entre o volume do cilindro e o volume da esfera, tem-se que: V_c / V_e = (2 x pi x r^3) / [(4 x pi x r^3) / 3] = 2 x 3/4= 3/2.

Quanto às áreas: a área de superfície da esfera, A_e, é A_e = 4 x pi x r^2, sendo r o raio da esfera. Por sua vez, a área de superfície total do cilindro, A_c, é duas vezes a área da base adicionada com a área lateral do cilindro. Mas, tendo em conta a planificação do cilindro, ou seja, cortar o cilindro e esticá-lo, a superfície lateral do cilindro é apenas um retângulo de base igual ao perímetro da circunferência, isto é, 2 x pi x r e altura 2 x r. Deste modo, A_c= 2 x pi x r^2 + 2 x pi x r x 2 x r = 6 x pi x r^2. Finalmente, calculando a razão entre a área do cilindro e a área da esfera, obtém-se A_c / A_e = (6 x pi x r^2) / (4 x pi x r^2) = 6 / 4 = 3 / 2.

A história sobre a morte de Arquimedes enaltece e reforça a sua dedicação e devoção ao conhecimento. Decorria o ano 212 a.C. e, ao que parece, Arquimedes estava completamente absorvido por um raciocínio sobre um diagrama matemático que havia desenhado na areia, que não reparou num soldado romano que se aproximava. Este ordenou a Arquimedes para desistir da tarefa que estava a fazer, mas a concentração de Arquimedes impediu-o de ouvir o soldado e acatar a sua ordem. O soldado desembainhou a espada e matou-o de imediato, interpretando a sua atitude como desobediência, uma ação que reflete de forma real a relação entre a cultura grega e romana. Para os Gregos, até que o era útil deveria ser belo; para o Romanos, até que o era belo deveria ser útil. Pragmatismo acima de tudo!