

## Truques com o baralho de cartas tradicional:

## Klein



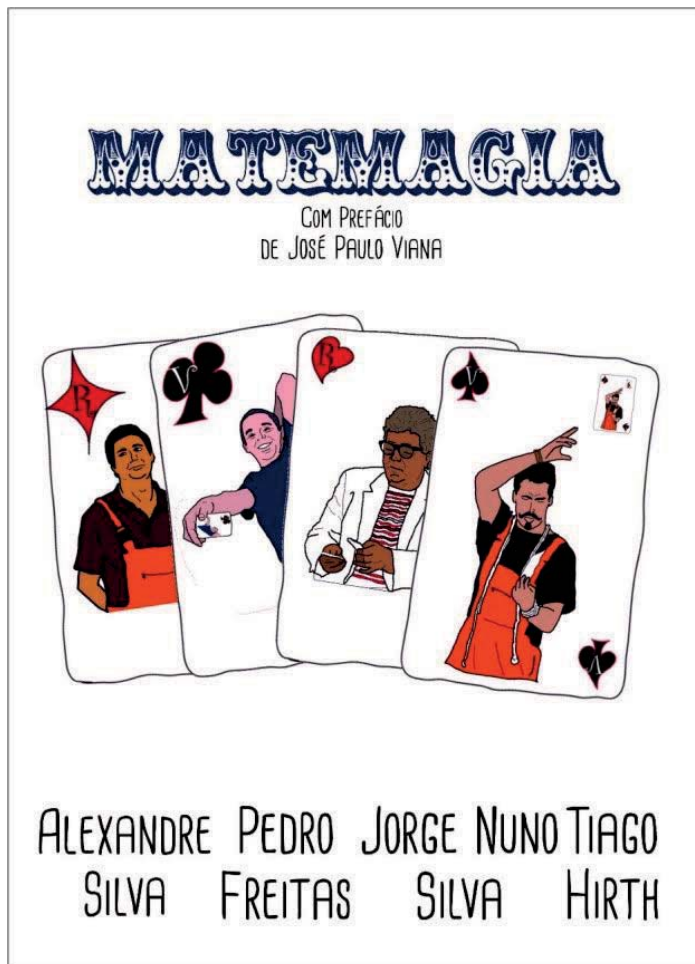
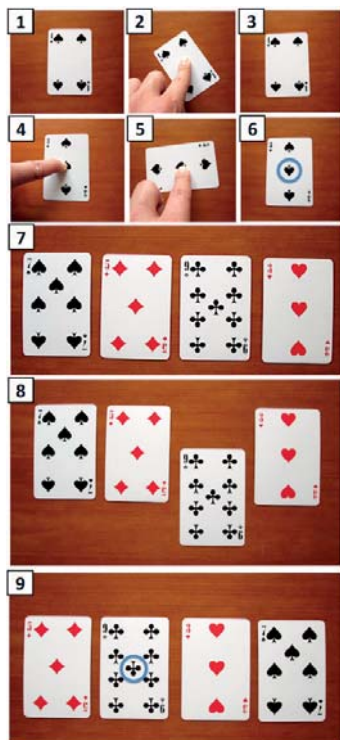
RICARDO CUNHA TEIXEIRA  
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA  
DA UNIVERSIDADE DOS AÇORES,  
RICARDO.EC.TEIXEIRA@UAC.PT

No último artigo, vimos um exemplo interessante de utilização do baralho de cartas tradicional para fazer um truque que surpreenda familiares e amigos, sem cartas escondidas na manga, e, ainda assim, ser bem-sucedidos com a ajuda da Matemática. Para esse truque, explorou-se o conceito de função bijetiva.

Neste artigo, apresentamos outro truque com o baralho de cartas tradicional que se baseia nos conceitos matemáticos de isometria e de simetria, que acabam também por estar relacionados com o conceito de bijeção.

Uma *isometria* do plano é uma função bijetiva do plano nele próprio que aplica qualquer par de pontos do plano,  $P$  e  $Q$ , num determinado par de pontos,  $P'$  e  $Q'$ , tal que as distâncias são preservadas, ou seja, a distância de  $P$  a  $Q$  tem de ser a mesma que a de  $P'$  a  $Q'$ . Se considerarmos uma determinada figura do plano (um conjunto de pontos do plano), se existir uma isometria do plano que mantém essa figura invariante (a figura inicial e a figura que resulta da aplicação da isometria sobrepõem-se por completo), dizemos que essa isometria é uma *simetria* da figura.

Existem quatro tipos de simetria de figuras do plano: *simetrias de reflexão* (associadas a uma reta, que se designa por eixo de simetria),



*simetrias de rotação* (associadas a um ponto, que se designa por centro de rotação, e a uma determinada amplitude), *simetrias de translação* (associadas a um determinado vetor, com uma direção, sentido e comprimento) e *simetrias de reflexão deslizante* (que resultam da composição de uma translação com uma reflexão de eixo paralelo ao vetor de translação).

No contexto deste artigo, interessa-nos particularmente as simetrias de rotação com amplitude de 180 graus, mais conhecidas por *simetrias de meia-volta*. Por exemplo, encontramos com frequência este tipo de simetria nos passeios em calçada. Se, ao nos posicionarmos de frente para a estrada ou de costas para a estrada, a configuração do desenho do passeio em calçada não se altera, estamos na presença de simetrias de meia-volta. Muitas peças de artesanato também têm este tipo de simetria, como acontece frequentemente com naperons em renda tradicional ou bordados à mão. Se nos posicionarmos de um lado de uma mesa retangular ou do lado oposto e olharmos para um naperon com este tipo de simetria, a sua configuração permanece invariante, não se altera.

Muitas cartas do baralho tradicional apresentam este tipo de simetria. Podemos verificar facilmente que a carta 4 de espadas tem simetria de meia-volta (Figuras 1 a 3). O mesmo acontece com as cartas com reis, damas e

valetes na generalidade dos baralhos de cartas. Contudo, nem todas as cartas têm este tipo de simetria. Por exemplo, podemos constatar que a carta 3 de espadas não tem simetria de meia-volta (Figuras 4 a 6): se olharmos para a carta “de pernas para o ar” a sua configuração é diferente. Já se fosse a carta 3 de ouros, a configuração seria preservada e existiria simetria de meia-volta, isto porque o símbolo do naipe de ouros tem simetria de meia-volta.

O truque que temos para apresentar baseia-se precisamente na presença ou ausência deste tipo de simetria.

Começamos por explicar como se processa o truque. Precisamos de um mágico e de um cúmplice, que podemos designar por ajudante do mágico. E, claro está, precisamos de uma pessoa da audiência, ou seja, de um voluntário.

O mágico coloca quatro cartas alinhadas em cima de uma mesa (Figura 7). Em seguida, o mágico vira-se de costas ou sai da sala. O voluntário escolhe uma carta e retira-a (Figura 8). Depois de memorizá-la, devolve a carta ao ajudante do mágico, que baralha as quatro cartas e volta a alinhá-las em cima da mesa de forma arbitrária (Figura 9). O mágico vira-se para a mesa e adivinha qual foi a carta escolhida pelo voluntário, surpreendendo toda a plateia.

Explicamos, agora, como o mágico desco-



bre a carta escolhida pelo voluntário. Quando o voluntário devolve a carta que escolheu ao ajudante, este roda a carta 180 graus antes de a introduzir no monte de quatro cartas, de as baralhar e de voltar a colocar as cartas alinhadas na mesa. Desta forma, como o mágico conhece as quatro cartas iniciais e a sua orientação, só tem de procurar a carta que apresenta uma orientação diferente.

Para que este truque funcione na perfeição, pelos menos três das quatro cartas não devem ter simetrias de meia-volta, ficando com uma configuração diferente quando são colocadas “de pernas para o ar”. Assim, a carta escolhida pelo voluntário e colocada na mesa “de pernas para o ar” pelo ajudante do mágico será facilmente identificada pelo mágico. No exemplo apresentado (Figura 7), apenas o 5 de ouros tem simetria de meia-volta. Assim, se o mágico encontrar as quatro cartas alinhadas como no início, a carta escolhida pelo voluntário terá que ser o 5 de ouros. Caso contrário, a carta com configuração diferente da inicial será a carta escolhida. No exemplo apresentado, a carta escolhida foi o 9 de paus (Figura 9).

Este truque chama-se “Klein” e é um dos muitos truques matemáticos apresentados no livro *Matemagia*, publicado em 2016 pela Associação Ludus, da autoria de Alexandre Silva, Pedro Freitas, Jorge Nuno Silva e Tiago Hirth, que se recomenda!

Felix Klein (1849-1925) foi um matemático alemão conhecido pelo seu trabalho que incidiu na geometria não-euclidiana e nas conexões entre a teoria dos grupos e a geometria. Em particular, preocupou-se em descrever objetos geométricos recorrendo a transformações que os deixam invariantes (tal como o exemplo da meia-volta explorado neste artigo). Klein também se preocupou com o ensino-aprendizagem da matemática elementar. Prova disso é a coleção de livros da sua autoria, “*Matemática Elementar de um Ponto de Vista Superior*”, traduzida para português recentemente pela Sociedade Portuguesa de Matemática.