

A volatilidade das criptomoedas: Os casos da Polygon, Solana, BitTorrent Token e VeChain

Dissertação de Mestrado

Marisa Margarida Melo Ferreira

Mestrado em

Gestão de Empresas (MBA)



A volatilidade das criptomoedas: Os casos da Polygon, Solana, BitTorrent Token e VeChain

Dissertação de Mestrado

Marisa Margarida Melo Ferreira

Orientadores

Prof. Doutor Francisco José Ferreira Silva

Prof. Doutor Gualter Manuel Medeiros do Couto

Dissertação submetida como requisito parcial para obtenção do grau de
Mestre em Gestão de Empresas (MBA)



RESUMO

A volatilidade no mercado das criptomoedas é um indicador de extrema importância para os investidores, já que lhes permite gerir o risco de investimento e definir estratégias que resultem na maximização dos seus ganhos. Neste sentido, o foco deste estudo está em encontrar o modelo ótimo, de entre os modelos GARCH, EGARCH e TGARCH, que melhor descreva a volatilidade dos retornos diários da MATIC, SOL, BTT e VET – quatro criptomoedas com uma presença relativamente menor neste mercado, por comparação com a Bitcoin. A seleção do modelo ótimo é feita com recurso ao critério de qualidade estatística AIC. Para o período da amostra escolhido, a evidência empírica sugere que os modelos EGARCH(1,1) e GARCH(1,1) são os mais adequados para descrever a volatilidade dos retornos da MATIC e da VET, respetivamente. Nos casos da SOL e BTT, o insucesso na validação de todos os pressupostos à aplicação dos modelos GARCH revela que estes não são os mais adequados para descrever as criptomoedas em estudo.

Palavras-chave: criptomoedas; volatilidade; modelos GARCH; heteroscedasticidade condicional; factos estilizados da volatilidade

ABSTRACT

Volatility in cryptocurrency market is an extremely important indicator for investors, as it allows them to manage their investment risk and to define strategies that will result in profit maximization. To that extent, this study focuses in finding the optimal model, among GARCH, EGARCH and TGARCH models, that best describes the daily returns' volatility of MATIC, SOL, BTT and VET – four cryptocurrencies with relatively less presence in the market, compared with Bitcoin. Optimal model selection is made by using the AIC statistical quality criterion. For the chosen sample period, empirical evidence suggests that EGARCH(1,1) and GARCH(1,1) are the most suitable models to describe the returns' volatility of MATIC and VET, respectively. In the cases of SOL and BTT, the lack of success in validating all the assumptions needed to apply GARCH models reveals that these models are not the most adequate to describe the cryptocurrencies under study.

Keywords: cryptocurrencies; volatility; GARCH models; conditional heteroskedasticity; stylized facts of volatility

ÍNDICE

RESUMO	i
ABSTRACT	ii
ÍNDICE.....	iii
LISTA DE TABELAS	v
LISTA DE FIGURAS	vi
LISTA DE ABREVIATURAS.....	vii
CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO.....	1
CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA	2
CAPÍTULO III – ENQUADRAMENTO TEÓRICO	4
3.1. O conceito de criptomoeda	4
3.2. As criptomoedas como dinheiro	6
3.3. O conceito de volatilidade	7
3.3.1. Volatilidade histórica.....	8
3.3.2. Volatilidade implícita	8
3.3.3. Volatilidade futura.....	9
3.4. Uma visão global sobre o mercado das criptomoedas.....	9
3.5. Efeitos da heteroscedasticidade	11
3.6. Modelação da volatilidade condicionada	12
3.6.1. O modelo ARCH	13
3.6.2. O modelo GARCH	14
3.6.3. O modelo EGARCH.....	16
3.6.4. O modelo TGARCH.....	16
3.7. Factos estilizados da volatilidade	17
3.7.1. O efeito alavanca	17
3.7.2. Os agrupamentos de volatilidade.....	18
3.7.3. A leptocurtose.....	18
CAPÍTULO IV – DESCRIÇÃO DOS DADOS E METODOLOGIA.....	20
4.1. Dados	20
4.2. Metodologia.....	21
4.2.1. Teste à estacionariedade dos dados	21
4.2.2. Teste à autocorrelação	22
4.2.3. Teste à heteroscedasticidade condicionada	22
4.2.4. Estimação dos modelos	23
4.2.5. Teste diagnóstico e seleção do modelo ótimo	23
CAPÍTULO V – EVIDÊNCIA EMPÍRICA E DISCUSSÃO.....	24
5.1. Análise preliminar	24
5.2. Análise às estatísticas descritivas dos retornos diários.....	25

5.3. Verificação dos pressupostos	26
5.3.1. Estacionariedade	26
5.3.2. Autocorrelação.....	28
5.3.3. Heteroscedasticidade condicionada.....	30
5.4. Estimação dos modelos do tipo GARCH	31
5.5. Teste diagnóstico e seleção do modelo ótimo	33
5.6. Discussão de resultados	35
CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E DIREÇÕES FUTURAS DE INVESTIGAÇÃO	37
REFERÊNCIAS	38

LISTA DE TABELAS

Tabela 1. Estatísticas descritivas dos retornos diários da MATIC, SOL, BTT e VET nos períodos em estudo.	25
Tabela 2. Teste ADF à estacionariedade dos retornos diários das criptomoedas MATIC, SOL, BTT e VET.	27
Tabela 3. Especificação da ordem dos modelos ARMA e das consequentes equações da média para as criptomoedas MATIC, BTT e VET.....	30
Tabela 4. Resultados do teste <i>ARCH-LM</i> para as criptomoedas MATIC, BTT e VET. 31	
Tabela 5. Parâmetros resultantes da estimação dos modelos GARCH para a MATIC.. 33	
Tabela 6. Parâmetros resultantes da estimação dos modelos GARCH para a VET..... 33	
Tabela 7. Resultados da aplicação do teste <i>ARCH-LM</i> aos modelos GARCH estimados para a MATIC e VET.	34
Tabela 8. Critério de seleção do modelo ótimo de estimação da volatilidade futura da MATIC e VET e medidas estatísticas.	34

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. Evolução dos retornos diários das criptomoedas MATIC, SOL, BTT e VET, nos períodos em estudo.	24
Figura 2. Correlograma do teste de <i>Ljung-Box</i> da série de retornos diários da MATIC.	28
Figura 3. Correlograma do teste de <i>Ljung-Box</i> da série de retornos diários da SOL.	28
Figura 4. Correlograma do teste de <i>Ljung-Box</i> da série de retornos diários da BTT.	29
Figura 5. Correlograma do teste de <i>Ljung-Box</i> da série de retornos diários da VET.	29

LISTA DE ABREVIATURAS

ADF – *Augmented Dickey-Fuller*
AIC – *Akaike Information Criterion*
AR – *Autoregressive*
ARCH – *Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
ARMA – *Autoregressive Moving Average*
BIS – *Bank for International Settlements*
DApps – *Decentralized applications*
EBA – *European Banking Authority*
ECB – *European Central Bank*
EGARCH – *Exponential Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
ESMA – *European Securities and Markets Authority*
FATF – *Financial Action Task Force*
GARCH – *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*
IMF – *International Monetary Fund*
MA – *Moving Average*
TGARCH – *Threshold Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*

CAPÍTULO I – INTRODUÇÃO

O mercado de investimentos providencia, progressivamente, novas formas aos investidores de alocarem os seus fundos. Uma das mais recentes introduzida neste mercado é o investimento em ativos digitais, nomeadamente o investimento em criptomoedas. As criptomoedas começam a adquirir destaque em 2009, com o surgimento da Bitcoin (o ponto de partida para o surgimento das *altcoins*), despertando, exponencialmente e ao longo dos anos, o interesse da comunidade. Atualmente no seu auge, as criptomoedas e a sua natureza volátil e imprevisível cativaram vários investigadores que se ocuparam de estudar vários aspetos que com elas se relacionam, como a sua volatilidade e o seu comportamento em cada tipo de mercado.

O fator volatilidade é de extrema relevância para os investidores neste tipo de mercado. Encontrar formas de estudar a volatilidade das criptomoedas é sinónimo de facilitar a definição de estratégias que permitam gerir o risco e, conseqüentemente, maximizar os retornos, daí que tenham vindo a surgir muitos estudos à volta da modelação e previsão da volatilidade deste tipo de ativos. No entanto, a maioria dos trabalhos à volta deste tema focam-se na criptomoeda principal e mais valiosa deste mercado, até ao momento – a Bitcoin. Há uma relativamente pequena porção de literatura voltada para outras criptomoedas, pelo que há muito pouca informação que confira o comportamento de cripto-ativos com menos presença e valor nas bolsas de criptomoedas.

Neste sentido, o objetivo primordial deste trabalho passa pela identificação do modelo ótimo, de entre três dos modelos do tipo GARCH mais utilizados pela literatura para modelação da volatilidade de ativos que apresentem comportamento heteroscedástico (nomeadamente os modelos GARCH, EGARCH e TGARCH), de quatro criptomoedas com menos presença no mercado das criptomoedas, comparativamente com a Bitcoin.

No seguimento desta introdução, os capítulos II e III cobrem, respetivamente, uma revisão à literatura sobre criptomoedas e um enquadramento teórico com os conceitos essenciais a considerar para a modelação da volatilidade das criptomoedas em estudo; o capítulo IV descreve os dados e a metodologia a adotar no estudo; o capítulo V destina-se a apresentar os resultados e respetiva discussão dos mesmos; e o capítulo VI reúne as principais conclusões a retirar, bem como as principais limitações encontradas e possíveis questões a abordar em investigações futuras.

CAPÍTULO II – REVISÃO DE LITERATURA

A investigação à volta da volatilidade em séries temporais financeiras, e consequente previsão desta, tem sido uma constante na literatura. O caso particular das criptomoedas surge com maior frequência nos últimos anos, muito devido, não só, à crescente aderência por parte dos investidores, como também ao comportamento destes ativos, que revela uma natureza instável. O risco envolvido num investimento como o das criptomoedas, visto por alguns autores como um investimento especulativo (como Yermack, 2015), desperta o interesse dos investigadores.

Um estudo desenvolvido por Guindy (2021) aponta para a existência de uma relação causal entre a atenção do investidor, em matéria de criptomoedas, e a volatilidade dos preços das mesmas, sublinhando maiores variações na volatilidade dos preços quanto maior for a atenção do investidor. O autor conclui, com base na informação de vinte e cinco criptomoedas, que a atenção do investidor pode, assim, ser utilizada na tarefa de prever a volatilidade destes ativos.

Uma questão abordada com alguma frequência na literatura passa pela identificação de padrões comportamentais nas séries temporais dos retornos das criptomoedas.

Zhang *et al.* (2018) encontraram evidência nos dados de oito criptomoedas que confirma que efeitos como as caudas pesadas (ou *heavy tails*), os agrupamentos de volatilidade (ou *clustering* de volatilidade) ou o efeito-alavanca (ou assimétrico) na volatilidade estão presentes nestas séries temporais. Fung *et al.* (2022) também concluem que estes efeitos são comuns no comportamento dos retornos das criptomoedas, com base numa amostra que inclui informação acerca de duzentas e cinquenta e quatro criptomoedas.

Caporale *et al.* (2018) focam-se em investigar a persistência de volatilidade no mercado das criptomoedas (no estudo, representado por quatro das principais criptomoedas no momento). Os autores verificaram que há, de facto, persistência neste mercado, identificando-a através da correlação positiva entre os retornos destes ativos no passado e no futuro. A previsibilidade destes valores, consequência da referida persistência, sugere, para os autores, que este é um mercado ineficiente.

Cheikh *et al.* (2019) e Kakinaka e Umeno (2022) também procuram encontrar evidência que sustente a existência de comportamento assimétrico na volatilidade, no mercado das criptomoedas. No caso dos primeiros, e para as moedas estudadas, os

resultados sugerem a presença de um efeito assimétrico invertido para a maioria das criptomoedas, isto é, um efeito (atípico, segundo os autores) em que choques positivos tendem a ter maior impacto na volatilidade. No caso de Kakinaka e Umeno (2022), a evidência empírica obtida aponta para um efeito assimétrico mais forte nos ativos com maior presença neste mercado (mais especificamente, a Bitcoin e a Ether), onde choques negativos tendem a demonstrar um maior impacto na volatilidade, e para um efeito assimétrico invertido na volatilidade em escalas temporais relativamente mais extensas no caso particular de ativos com menor predominância no mercado, comparativamente com os primeiros (como os ativos da Ripple e da Dash).

Importa, ainda, aludir aos trabalhos desenvolvidos com o objetivo específico de modelar e prever a volatilidade das criptomoedas.

Fung *et al.* (2022) verificaram, com base nos seus resultados, que os modelos do tipo GARCH são os mais adequados para descrever o comportamento das criptomoedas, considerando os factos estilizados que as caracterizam. Apuraram que, para a grande maioria das criptomoedas utilizadas, a especificação de modelos GARCH utilizando uma distribuição *t-student* é a mais adequada e que, deste modo, modelos GARCH assimétricos com distribuição de cauda pesada resultam em modelos mais precisos. Os autores destacam o modelo TGARCH como um dos que melhor descreve o comportamento da maioria das criptomoedas.

Katsiampa (2017) procura encontrar o modelo ótimo para modelar a volatilidade dos retornos da criptomoeda Bitcoin. Procede à comparação de vários modelos do tipo GARCH e encontra evidência que indica que o modelo ótimo para descrever o comportamento desta criptomoeda passa pelo AR(1)-CGARCH(1,1), com base em quatro critérios de adequação comumente utilizados na literatura.

Ghaiti (2021) procede com o mesmo objetivo de Katsiampa (2017), acrescentando à sua amostra outras quatro criptomoedas relevantes no mercado no momento – Litecoin, Dogecoin, Bitcoin Cash e Ether. Para a Bitcoin Cash, a evidência sugere que o modelo mais adequado, de entre os utilizados, seria o GARCH(1,1). Para as restantes, o modelo EGARCH(1,1) surge como o modelo ótimo para descrever o comportamento dos retornos destas criptomoedas.

Charle e Darne-Lemna (2019) replicaram o trabalho de Katsiampa (2017), e obtiveram evidência que rejeita seis modelos do tipo GARCH para caracterizar o comportamento dos retornos da Bitcoin.

CAPÍTULO III – ENQUADRAMENTO TEÓRICO

Neste capítulo, é feita uma breve contextualização do tema das criptomoedas, bem como serão abordados conceitos como o de criptomoeda, de ativo digital, de volatilidade e de heteroscedasticidade. Apresentam-se os projetos relativos às criptomoedas utilizadas neste estudo. Não obstante, aborda-se, ainda, a componente teórica alusiva aos modelos GARCH, a qual será fundamental para a aplicação dos referidos modelos aos dados, em fase posterior, e conseqüente análise empírica. Os factos estilizados da volatilidade são, igualmente, brevemente tratados.

3.1. O conceito de criptomoeda

A Bitcoin foi a primeira criptomoeda bem-sucedida a tomar proporções significativas, no mundo dos investimentos, remontando ao ano de 2009, após a crise financeira mundial de 2008. O principal objetivo do surgimento deste cripto-ativo (que acaba por ser a ideia base dos projetos alusivos aos restantes cripto-ativos existentes) passa, essencialmente, por agilizar o processo de transações monetárias entre compradores e vendedores; por assegurar transações de baixo custo (Hougan e Lawant, 2021); e por eliminar a intermediação governamental (Chapron, 2017), contornando alguns dos problemas de que o sistema bancário tradicional é composto. O processo de validação dessas transações entre contas de instituições bancárias diferentes pode ser moroso. Como afirmam Hougan e Lawant (2021), a questão que a Bitcoin veio tentar resolver assenta num problema de bases de dados, muito devido à informação sensível que é necessária por parte de ambos os bancos (nomeadamente, o estado das contas dos intervenientes na transação). Segundo estes, “o processo de chegar a um consenso acerca do estado das contas, pelas instituições bancárias, é demorado e pode levar vários dias”. Neste sentido, Nakamoto (2008) propôs um sistema de dinheiro eletrónico, descentralizado, o qual assenta numa *blockchain* partilhada e pública que deverá conter todas as transações realizadas confirmadas. Todo o processo é sujeito a técnicas de encriptação – mais especificamente, criptografia – que garantem a integridade, o anonimato e a segurança de todo o processo. São os participantes da rede Bitcoin que validam cada transação, demorando cerca de 10 a 20 minutos até que estas sejam confirmadas (Bitcoin, 2021). Foi este o ponto de partida para começarem a surgir outras criptomoedas alternativas à Bitcoin – as *altcoins* que, atualmente, são mais de 8000 (CoinMarketCap, novembro de 2021) – e,

consequentemente, estudos mais vinculados neste tema (cf. Moore, 2013; Hayes, 2017; Kyriazis *et al.*, 2019; Brik *et al.*, 2022).

O conceito de criptomoeda não é consensual na literatura, ainda que a maioria das definições que surgem na mesma apontem, na sua generalidade, para a mesma ideia. Houben e Snyers (2018) reuniram algumas definições de instituições como o ECB; IMF; BIS; EBA; ESMA; *World Bank*; e FATF e resumiram os pontos essenciais de cada uma delas. Concluíram, então, e com base nas referidas definições, que uma criptomoeda constitui “uma representação digital de valor que (i) se destina a constituir uma alternativa “peer-to-peer” à moeda de curso legal emitida pelo governo; (ii) é utilizada como meio de troca de uso generalizado (independente de qualquer banco central); (iii) é protegida por criptografia; e (iv) pode ser convertida em moeda de curso legal e vice-versa”.

A BDO USA, uma empresa focada em serviços de contabilidade, define criptomoeda como “um tipo de ativo digital, que é intangível, e que utiliza a criptografia para assegurar e verificar as transações, bem como para controlar a criação de novas unidades da moeda. Está pensada para funcionar como um meio de troca descentralizado, independente de instituições financeiras ou qualquer outra autoridade central”.

Howden (2015), ainda que amplamente, crê que, dada a natureza digital das criptomoedas, a categoria onde mais faz sentido enquadrá-las é na dos ativos digitais. Howden (2015) cita Sherry (2012) e aponta para uma definição generalizada do conceito de ativo digital, afirmando que é “qualquer coisa que possa ser guardada num ficheiro digital” e que “seja eletrónica ou executada num computador”. Outra definição para “ativos digitais” é a de que estes são “ativos que são emitidos e transferidos utilizando um *ledger* distribuído ou tecnologia *blockchain*” (SEC, 2019).

Para PwC (2019), “criptomoedas são *tokens* digitais, ou moedas, baseadas na tecnologia *blockchain*, que operam de forma independente de um banco central e que têm o propósito de funcionar como meio de troca”. Acrescenta, ainda, que não têm qualquer valor intrínseco, dado que o seu valor se baseia na oferta e na procura.

P. Miller (2015) identifica duas principais características das criptomoedas que as diferenciam de moedas legais: a descentralização (por não serem controladas por nenhuma entidade) e a criptografia (utilizada para autorizar transações).

Uma das bolsas de criptomoedas mais utilizadas (CoinMarketCap, dezembro de 2021) e bem reputadas do mercado, a Binance, refere-se, nas suas publicações, às criptomoedas como cripto-ativos. Com base nas definições de criptomoeda apontadas, é possível enquadrar a sua natureza em todos os requisitos que definem um cripto-ativo,

pela EBA (2019). Segundo esta, “um cripto-ativo (i) depende de criptografia e de uma tecnologia de *distributed ledger* (ou *blockchain*), ou semelhante; (ii) não é emitida ou garantida por um banco central ou autoridade pública; e (iii) pode ser utilizada como meio de troca, para fins de investimento e para aceder a um bem ou serviço”.

3.2. As criptomoedas como dinheiro

O advento da Bitcoin trouxe algumas questões importantes, especialmente de foro legal (Passinsky, 2020). Uma delas, abordada pelos teóricos com frequência, inclui perceber se as criptomoedas podem ser classificadas como dinheiro (ou como uma verdadeira moeda).

Os economistas, na sua generalidade, definem dinheiro como “algo que seja genericamente aceite como forma de pagamento de bens e serviços e de dívida” (Mishkin, 2019, cf. Hazlett e Luther, 2019) o qual deve atender a três funções principais distintas: (i) ser um meio de troca; (ii) ser uma unidade de conta; e (iii) ser uma reserva de valor (R. Miller, 2021). A moeda é uma variação de dinheiro (Howden, 2015) definida como “um sistema de dinheiro de uso geral em determinado país” (Ramasastry, 2014) que “implica que a sua emissão seja feita por uma autoridade central” (Howden, 2015).

Howden (2015) ressalta que, ainda que haja a tendência de classificar as criptomoedas como moeda, estas não satisfazem todos os requisitos necessários para serem reconhecidas como tal, pois “não são reguladas ou emitidas por uma autoridade central”. O autor sublinha, ademais, a possibilidade de, em teoria, as criptomoedas se tornarem dinheiro, caso o governo de determinado país assim o autorize. El Salvador foi o primeiro país a introduzir a Bitcoin na sua economia, passando a reconhecê-la como moeda legal (Velho, 2021). Posteriormente, a cidade de Lugano, na Suíça, seguiu o mesmo caminho, e adota, não só, a Bitcoin, como também a TetherUSD e a LVGA Token como moedas de curso legal (Paul, 2022).

Miller (2021) e Yermack (2015) chegam à mesma conclusão do que Howden (2015), ao analisarem a questão que se estende a todas as restantes criptomoedas: “a Bitcoin pode ser considerada dinheiro?”. Para estes autores, as criptomoedas não cumprem com todas as funções centrais do dinheiro, invalidando, assim, que o sejam. Ambos concordam que as criptomoedas não servem como meio de troca, uma vez que, em contexto comercial e a nível mundial, o número de comerciantes que as aceitam como forma de pagamento é diminuto. Concordam, também, que as criptomoedas não atendem ao requisito de unidade

de conta. Yermack (2015) sustenta a sua análise com a dificuldade em medir e comparar o valor dos bens e serviços com bitcoins, dado que “os comerciantes teriam de atribuir preços com quatro ou cinco casas decimais aos seus bens”, o que se traduziria numa “prática que deixaria os agentes económicos confusos”. Por fim, as criptomoedas, para estes autores, também não satisfazem a função de reserva de valor que uma moeda deverá ter, já que apresentam um comportamento altamente volátil que “as torna arriscadas de deter” (Miller, 2021). Yermack (2015) aponta para o facto de que a Bitcoin aparenta ter um comportamento mais próximo daquilo que é um investimento especulativo, dada a sua elevada volatilidade.

Hazlett e Luther (2019) também procuram perceber se a Bitcoin deverá, ou não, ser considerada dinheiro. Os autores encontram uma resposta afirmativa a esta questão. Sustentam a sua perspectiva realçando que (i) a procura por bitcoins é relativamente elevada, por comparação com a procura por dinheiro emitido por alguns governos, e que (ii) o uso rotineiro de bitcoins como meio de troca, numa relativamente diminuta porção da Internet, faz com que esta tenha legitimidade para ser considerada dinheiro, ainda que apenas no referido domínio.

3.3. O conceito de volatilidade

A volatilidade é um indicador de extrema importância em matéria de criptomoedas, especialmente para os investidores, dadas as flutuações que se verificam na evolução dos preços das mesmas ao longo do tempo (Ngunyi *et al.*, 2019). De Vilder e Visser (2007) definem volatilidade, no contexto financeiro, como “o grau de oscilação dos preços (de um ativo financeiro), em relação à sua média, ao longo do tempo”. Veiga *et al.* (1993) (cf. Pessoa, 2012) definem-na como “a variação, ao longo do tempo, da variância condicionada de uma série temporal”. Hayes (2021) afirma que a volatilidade surge frequentemente associada a oscilações significativas, numa variável, “em ambas as direções”, ou seja, tanto no sentido positivo, como no sentido negativo. Um ativo com elevada volatilidade pode assistir a flutuações abruptas no seu valor, constituindo, assim, um investimento de maior risco, dada a maior imprevisibilidade do preço esperado para o mesmo (Hayes, 2021).

É de sublinhar a incerteza e o risco de investimento que se pode, em parte, associar à volatilidade, bem como o conseqüente *trade-off* entre risco e retorno, já que investimentos mais arriscados trazem expectativas de retorno mais elevadas (Bodie *et al.*, 2018). Koima

et al. (2015) realçam como a volatilidade tem vindo a ser utilizada para medir riscos financeiros. Segundo Pinho *et al.* (2011), esta medida é tipicamente utilizada para “quantificar o risco de deter determinado ativo”, no tempo em que este é detido (cf. Ascenso, 2016).

Alguns autores, na literatura, apontam para a existência de três tipos de volatilidade: a volatilidade histórica; a volatilidade implícita; e a volatilidade futura, ou previsional.

3.3.1. Volatilidade histórica

A volatilidade histórica é um indicador de desempenho passado (Boyte-White, 2021) através do qual se mede as flutuações de um ativo financeiro com base nas alterações do seu preço, face ao preço médio que lhe está associado, num determinado período ocorrido no passado (Chen, 2021). A abordagem mais comum ao cálculo deste tipo de volatilidade recorre ao desvio-padrão dos retornos logarítmicos (também denominados log-retornos), com base nos preços de fecho diários (Macroption, 2012), onde os impactos dos choques positivos e negativos são tratados de forma indiferenciada. Uma maior volatilidade indica maiores variações nos preços do ativo (Carvalho, 2021), logo, um ativo de maior risco.

Henriques (2015) acrescenta que, apesar de a volatilidade de um ativo financeiro medir a variabilidade das suas cotações num determinado intervalo temporal, não mede a direção futura das mesmas, isto porque o facto de determinado comportamento se ter verificado no passado, não implica que este se volte a repetir no futuro. Jerónimo (2015) afirma, no entanto, que “a volatilidade histórica poderá prever os valores futuros, na medida em que contribui para a formação de expectativas”.

3.3.2. Volatilidade implícita

Contrariamente à volatilidade histórica, que se foca no passado, a volatilidade implícita procura focar-se no desempenho futuro, em termos de preços, de um ativo (Hull, 2018). A volatilidade implícita é, então, “uma medida que capta a visão do mercado, representando a previsão do mesmo em relação a possíveis alterações no preço de um ativo” (Ganti, 2021). De ressaltar que, tal como a volatilidade histórica, a volatilidade implícita não prevê a direção dos preços.

Este tipo de volatilidade é tipicamente aplicado aos contratos de opções e pode ser determinado com recurso a um modelo de precificação de opções. O modelo Black-Scholes é o mais comumente utilizado para este fim. Ganti (2021) e Kohler (2022)

apontam que fatores como a procura e a oferta e o valor temporal da opção influenciam diretamente o valor desta volatilidade, denotando um efeito de correlação positiva entre esta e os referidos fatores: por exemplo, uma maior procura resulta numa maior volatilidade implícita, que se traduz num maior prémio para a opção, e vice-versa; e um maior tempo restante para que a opção expire resulta numa maior a volatilidade implícita.

A volatilidade implícita surge como um indicador crucial, no contexto do mercado das opções, uma vez que permite ajudar a quantificar o sentimento de mercado (Ganti, 2021), face às possíveis flutuações que este pode enfrentar. Serve, assim, como indicador para orientar os investidores no sentido de definirem estratégias ajustadas à realidade do mercado (mais especificamente, à respetiva volatilidade) no momento em que decidem investir.

3.3.3. Volatilidade futura

A volatilidade futura é aquela que procura prever variações no preço de um ativo num período alocado no futuro. Como afirma Natenberg (2007), a volatilidade futura não passa de uma suposição daquilo que acontecerá no futuro, que é, naturalmente, uma incógnita. Para que esta suposição seja o mais precisa possível, o autor invoca a necessidade de considerar outros tipos de volatilidade na previsão da volatilidade futura (como a volatilidade histórica, cujos padrões passados poderão servir de ponto de partida na construção da suposição futura). Araújo (2010) ressalta que uma maior incerteza no mercado resulta numa maior variação dos preços, o que se traduz numa maior variância dos rendimentos. Neste sentido, será do interesse do investidor conseguir a melhor previsão da volatilidade futura dos preços dos ativos que detém em carteira, para que possa gerir a mesma de forma eficiente.

Genericamente, surgem, na literatura, estudos que utilizam variantes dos modelos ARCH e GARCH para estimar o valor da volatilidade futura, já que estes são aplicáveis em séries financeiras que apresentam um comportamento não linear, com volatilidade variável no tempo. No âmbito deste trabalho, e para além do modelo GARCH, serão abordadas e utilizadas outras duas variantes deste modelo – a EGARCH e a TGARCH.

3.4. Uma visão global sobre o mercado das criptomoedas

Após o advento da Bitcoin (o ativo digital que surgiu em plena crise financeira de 2008 com o objetivo de solucionar alguns problemas causados pelas instituições financeiras,

no âmbito de cada transação monetária), milhares de outras criptomoedas – as *altcoins* – foram introduzidas neste novo mercado que se criou. Hazlett e Luther (2019) utilizaram a capitalização de mercado como uma estimativa da procura das moedas emitidas pelo governo de cento e seis países, em 2018, e, por comparação com os valores verificados, apenas seis moedas se posicionam acima da Bitcoin (a qual representa cerca de 40% do valor total empregue nas criptomoedas, de acordo com o *site* CoinMarketCap, a 2 de fevereiro de 2022).

O propósito inicial das criptomoedas assentava no facto de estas servirem como meio de troca, em alternativa às moedas emitidas pelos governos, que dependem diretamente destes e dos bancos centrais. No entanto, e com o decorrer do tempo, estes cripto-ativos foram servindo outras necessidades. A EBA (2019) aponta para três categorias que, de forma muito genérica, podem ser utilizadas para caracterizar as criptomoedas (e, conseqüentemente, determinar a sua utilidade): (i) *tokens* de pagamento, que são utilizados como meio de troca ou como meio de investimento; (ii) *tokens* de investimento, que, quando adquiridos, atribuem, por exemplo, direitos de propriedade; e (iii) *tokens* de utilidade, que concedem acesso a produtos ou serviços exclusivos.

Existem diversos fatores que influenciam as cotações das criptomoedas. İçellioglu e Öner (2019) citam Poyser (2017) e referem que “a procura e a oferta de uma criptomoeda são os principais fatores a ter um impacto direto no preço da mesma”. No entanto, outros fatores como a atratividade da criptomoeda, a especulação ou eventuais restrições de base legal que possam surgir podem, igualmente, influenciar a cotação de cada cripto-ativo.

Cada criptomoeda, ou *token*, opera numa *blockchain*, seja nativamente ou sobre uma *blockchain* de outra criptomoeda. Entrando brevemente no domínio das criptomoedas a analisar neste estudo, a Polygon (cujo surgimento está, em parte, relacionado com as elevadas taxas cobradas por transação pela Ethereum) apresenta-se como uma *sidechain*, ou plataforma de escalabilidade, que é executada em paralelo com a *blockchain* Ethereum e que permite a criação de aplicações descentralizadas (vulgarmente apontadas como DApps) escaláveis e a baixo custo, de forma rápida, totalmente compatíveis com a tecnologia Ethereum. A MATIC é a criptomoeda, ou *token*, nativa da Polygon e serve para, na rede, cobrar taxas de utilização; para garantir a sua segurança através de *staking*; e para fins de participação através de governança (Polygon, 2021). A Solana, contrariamente à Polygon, é uma *blockchain*. No entanto, à sua semelhança, assume-se como sendo uma plataforma que permite a criação de DApps, focando-se essencialmente em “soluções de escalabilidade sem sacrificar a descentralização ou a segurança”

(Kraken, 2022). O seu fator de diferenciação reside fundamentalmente no método de consenso inovador que é utilizado pela *blockchain*, *proof of history*. A SOL é a criptomoeda associada ao ecossistema da Solana, a qual é utilizada para o pagamento de taxas de utilização da rede e para fins de *staking*, por exemplo. O BitTorrent é um projeto cuja origem remonta ao ano 2001 e cuja finalidade assenta na partilha de ficheiros entre os utilizadores da rede, através de uma rede *peer-to-peer*. A Tron Foundation, de onde deriva a *blockchain* Tron, adquire o BitTorrent em 2019 e introduz o BitTorrent Token, ou BTT. Esta é a criptomoeda nativa associada a este projeto, classificada como *token* utilitário, que dá acesso a funcionalidades exclusivas na rede, como velocidades de *download* mais rápidas. Por fim, a VeChain é uma plataforma que utiliza a *blockchain* VeChainThor e que se foca especialmente em disponibilizar ferramentas que ajudem as empresas a melhorar a gestão das suas cadeias de fornecimento, tirando proveito das vantagens associadas à tecnologia *blockchain*. A ideia é aumentar a eficiência e a transparência de todo o processo logístico, bem como permitir que o acompanhamento do produto possa ser feito por várias partes (desde os fornecedores ao utilizador final), em tempo real (Frankenfield, 2021). Em termos de *tokens*, esta plataforma utiliza a VET (que é a criptomoeda principal utilizada em transações financeiras entre utilizadores na *blockchain*) e a VTHOR (que serve para o pagamento tanto de taxas de utilização na *blockchain* como do montante necessário para a criação de um *smart contract*) (Phillips, 2021).

3.5. Efeitos da heteroscedasticidade

A heteroscedasticidade é um conceito fulcral no âmbito deste trabalho. A presença do efeito heteroscedástico em séries temporais financeiras é comum (Hayes, 2020; Ferreira, 2005, cf. Henriques, 2015; Brooks, 2008), daí a pertinência em abordá-lo no contexto do mercado das criptomoedas.

A condição de heteroscedasticidade verifica-se quando “a variância do termo residual (ou de erro) num modelo regressivo não é constante para todos os valores da variável independente” (Kenton, 2020), podendo esta ser incondicionada ou condicionada. Hayes (2020) distingue ambas da seguinte forma: a heteroscedasticidade incondicionada surge quando “as alterações na variância podem ser justificadas por determinado evento” e refere-se a “alterações gerais na estrutura da volatilidade que não estão relacionadas com a volatilidade passada”. A heteroscedasticidade condicionada, para o autor, identifica

uma volatilidade que não é constante e que se relaciona com a volatilidade num período anterior, não sendo previsível.

No contexto de um modelo de regressão linear, há o pressuposto fundamental de que a variância do termo de erro é constante (ou seja, pressupõe-se a existência de homoscedasticidade) (Kenton, 2021).

A heteroscedasticidade é a violação da homoscedasticidade e, por isso, modelar a volatilidade de séries financeiras que acusam um comportamento heteroscedástico, não linear, com recurso a modelos de regressão linear, como, por exemplo, os que se inserem nos modelos ARMA, não é uma solução eficaz para o problema. É nesta sequência que surgem os modelos ARCH (Engle, 1982) e GARCH (Bollerslev, 1986), precisamente para contornar os pressupostos pouco flexíveis dos modelos utilizados até então e tornar possível a parametrização da volatilidade condicionada de uma determinada série temporal. Uma variedade de extensões do modelo GARCH foi apresentada na literatura, sendo que as duas extensões abordadas no presente trabalho serão o modelo EGARCH (Nelson, 1991) e TGARCH (Glosten *et al.*, 1993; Zakoian, 1994).

3.6. Modelação da volatilidade condicionada

A volatilidade é uma variável que tem merecido especial atenção tanto por parte de investigadores, como por parte de investidores. É uma ferramenta de grande utilidade, especialmente na análise ao risco e respetiva tomada de decisão, relativamente ao investimento em determinado ativo.

Por não ser diretamente observável e variável com o tempo (Poon e Granger, 2003, cf. Arubi, 2017), a volatilidade tem de ser estimada com recurso a um modelo econométrico, pelo que a modelação e previsão desta constituem o foco de muitos trabalhos de investigação na literatura. Autores como Engle (1982) e Bollerslev (1986) apresentaram modelos econométricos que têm como principal objetivo explicar o comportamento heteroscedástico da volatilidade presente nas séries temporais financeiras e captar os padrões característicos mais relevantes das mesmas, como *clustering* (ou agrupamentos) e persistência de volatilidade e efeito alavanca, ou assimétrico, das boas e más notícias (Brooks, 2002, cf. Ascenso, 2016).

3.6.1. O modelo ARCH

Para atender à necessidade de construir modelos para séries temporais que apresentem um comportamento heteroscedástico, não linear, portanto (como a grande maioria das séries financeiras), surge o modelo ARCH(q), de Engle (1982), que assume que (i) a variância do termo residual não é constante e que depende do passado e, ainda, que (ii) é capaz de modelar os padrões comportamentais mais comuns da volatilidade, como o fenômeno de *clustering* (Bera e Higgins, 1993; Brooks, 2008).

Um modelo ARCH(q) é composto por duas equações: uma equação da média condicionada (que descreve como a variável dependente se comporta ao longo do tempo e que gera uma estimação do termo de erro partindo da informação dos retornos do período anterior (Alexander, 2009, cf. Letra, 2016)) e uma equação da variância condicionada (a qual será identificada por σ_t^2 , à semelhança daquilo que é prática comum na literatura, e que utilizará a estimação do termo de erro na construção do modelo). A escolha do modelo para formar a equação da média condicionada fica a critério do investigador (Brooks, 2008), podendo ser especificada através de um modelo ARMA, por exemplo, desde que esse seja um modelo apropriado aos dados. O modelo ARCH(q) caracteriza a distribuição do erro estocástico ϵ_t como sendo condicionada à informação passada, isto é, aos valores observados no conjunto das variáveis em I_{t-1} (como $\{y_{t-1}, y_{t-2}, \dots\}$) (Bera e Higgins, 1993), assumindo

$$(\epsilon_t | I_{t-1}) \sim N(0, \sigma_t^2), \quad (1)$$

onde

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \dots + \alpha_q \epsilon_{t-q}^2, \quad (2)$$

em que α_0 é uma constante; α_1 e α_q são parâmetros; e ϵ_{t-q}^2 representa os q defasamentos (ou *lags*) do quadrado dos termos de erro. O termo de erro segue uma distribuição normal com uma média igual a zero e uma variância dependente do tempo.

A variância condicionada, σ_t^2 , neste modelo, depende de q defasamentos dos quadrados dos erros e representa um processo ARCH(q). Brooks (2008) considera que, na sequência da existência de *clustering* de volatilidade nas séries, se pode afirmar que “existe autocorrelação na volatilidade”, e que, no contexto do modelo ARCH, essa

autocorrelação é modelada “ao permitir que a variância condicionada do termo de erro dependa do valor imediatamente anterior dos quadrados dos erros”.

O modelo ARCH foi pioneiro no tratamento de séries temporais com comportamento heteroscedástico e na tentativa de modelação da volatilidade destas mesmas séries. No entanto, Brooks (2008) apresenta algumas limitações que o tornam desadequado em muitas situações, razão pela qual o seu uso tem sido raro nos últimos tempos. O autor aponta para o problema que a utilização de um valor elevado de q desfasamentos para captar toda a dependência na variância condicionada traria. Uma situação deste género resultaria num modelo não parcimonioso, composto por muitos parâmetros, o que não é ideal, sendo que se pretende um modelo o mais simples possível. Outro problema indicado pelo autor tem a ver com a definição do valor dos q desfasamentos, que não segue uma metodologia concreta. Por fim, a possibilidade de violação das restrições de não-negatividade também é referida como uma dificuldade neste modelo, face a valores elevados de q , já que, todo o resto constante, quanto maior for o número de parâmetros na equação da variância condicionada, maior é a probabilidade de se encontrar coeficientes estimados negativos entre eles.

A extensão de Bollerslev (1986) deste modelo, o modelo GARCH, contorna alguns destes problemas, sendo amplamente utilizado atualmente.

3.6.2. O modelo GARCH

O modelo GARCH (Bollerslev, 1986) surge com o objetivo de ultrapassar as limitações encontradas no modelo ARCH, o que inclui estimar modelos parcimoniosos, sem a necessidade de estimar um número elevado de parâmetros (Arubi, 2017). À semelhança do modelo ARCH, os modelos do tipo GARCH são úteis na tarefa de prever a volatilidade de uma determinada série temporal, já que descrevem os movimentos da variância condicionada de um termo de erro ϵ_t (Brooks, 2008). Este detalhe é relevante porque

$$var(y_t | y_{t-1}, y_{t-2}, \dots) = var(\epsilon_t | \epsilon_{t-1}, \epsilon_{t-2}, \dots), \quad (3)$$

isto é, a variância condicionada de y , atendendo aos seus valores passados, será a mesma que a variância condicionada do termo de erro ϵ_t , nas mesmas condições. Assim, modelar a variância condicionada σ_t^2 resultará, também, em modelos e previsões para a variância de y_t (Brooks, 2008). O autor acrescenta, então, que se y_t for uma variável dependente a

representar uma série de retornos de um ativo, as previsões para a variância condicionada serão, também, previsões para a variância (ou volatilidade) futura de y_t .

Neste modelo, a variância condicionada é modelada em função dos quadrados dos erros passados e das próprias variâncias condicionais passadas. Um processo GARCH(p, q), com p a representar os desfasamentos da variância condicionada e q a representar os desfasamentos dos quadrados dos erros, é formulado como:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \epsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (4)$$

O modelo GARCH(1,1) é, por norma, e segundo Brooks (2008), suficiente para captar o fenómeno de agrupamentos de volatilidade (ou *clustering* de volatilidade), não sendo necessário recorrer a modelos de ordem maior. No entanto, Nelson (1991) (cf. Arubi, 2017) e Nwogugu (2006) (cf. Henriques, 2015) ressaltam que, ainda que a aplicação deste modelo tenha tido sucesso na literatura, surge com algumas limitações, sendo uma delas a falha em captar o efeito de alavanca (ou efeito assimétrico) na volatilidade.

Os modelos GARCH, devido às suas características de formulação da variância condicionada (que coloca ao quadrado o termo de erro ϵ_t), forçam que a resposta da volatilidade a choques positivos ou negativos (como boas ou más notícias) seja simétrica (Brooks, 2008), indiferenciando, assim, o tratamento dos referidos choques. De acordo com o mesmo autor, o peso de um choque negativo numa série temporal financeira tem um impacto crescente maior na volatilidade, em relação a um choque positivo da mesma magnitude. Deste modo, tratar estes choques simetricamente levaria a estimações enviesadas, pelo que este modelo não será uma boa opção para séries de dados que mostrem evidências de assimetria na volatilidade.

Para além disso, e ainda que seja menos provável que o modelo GARCH puro viole as restrições de não-negatividade, ainda é possível que surjam coeficientes negativos, caso não sejam determinadas restrições ao estimá-los (Bera e Higgins (1993), cf. Arubi, 2017).

Nesta sequência, surgem outras extensões ao modelo GARCH que procuram abordar estes problemas, tanto da assimetria, como da possível violação das restrições de não-negatividade. Em particular, as extensões abordadas neste trabalho serão os modelos EGARCH e TGARCH.

3.6.3. O modelo EGARCH

O modelo EGARCH, proposto por Nelson (1991), é uma das extensões que vem com o propósito de resolver, entre outras, a limitação do modelo GARCH relativamente à sua falta de capacidade de captar o efeito assimétrico na volatilidade e o problema da violação das restrições de não negatividade.

Uma das possíveis especificações do modelo EGARCH adotada pela literatura é a seguinte:

$$\ln(\sigma_t^2) = \alpha_0 + \beta \ln(\sigma_{t-1}^2) + \gamma \frac{\epsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \alpha_1 \frac{|\epsilon_{t-1}|}{\sigma_{t-1}} \quad (5)$$

Nesta formulação, γ corresponde ao coeficiente responsável por captar o efeito assimétrico na volatilidade. Se a relação entre os retornos e a volatilidade for negativa, o sinal de γ será negativo, ou seja, choques negativos conduzem a períodos mais longos de volatilidade, comparativamente a choques positivos da mesma magnitude (Arubi, 2017).

Ademais, a variância condicionada é modelada com recurso à forma logarítmica, o que implica que esta será sempre positiva, independentemente do sinal dos parâmetros, e que não haverá necessidade de impor restrições de não-negatividade nos parâmetros do modelo (Brooks, 2008). Estas são as principais vantagens do modelo EGARCH face ao modelo GARCH puro.

3.6.4. O modelo TGARCH

O modelo TGARCH (Glosten *et al.*, 1993; Zakoian, 1994), assim como o modelo EGARCH, surge com a finalidade de resolver a falta de capacidade do modelo GARCH puro de captar assimetrias, demonstrando que choques positivos e negativos podem provocar diferentes efeitos na volatilidade. A formulação deste modelo é dada por:

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \epsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 + \gamma \epsilon_{t-1}^2 I_{t-1} \quad (6)$$

onde I_{t-1} é uma variável *dummy* que capta o efeito assimétrico e que tomará o valor de 1 se $\epsilon_{t-1} < 0$ ou tomará o valor de 0 noutra circunstância. O coeficiente γ corresponde ao termo de alavanca, pelo que se este for maior do que zero, há presença de efeito assimétrico.

Na presença de um choque positivo, o efeito na volatilidade será α_1 , mas no caso de um choque negativo, o efeito será dado por $\alpha_1 + \gamma$. Assim se verifica o impacto diferenciado de choques positivos face a choques negativos, já que, caso γ seja estatisticamente significativo e tenha um sinal positivo, isto indica que choques negativos levarão a maiores níveis de volatilidade, face a choques positivos da mesma magnitude (Arubi, 2017).

3.7. Factos estilizados da volatilidade

Desde há várias décadas que estudos empíricos voltados para as séries temporais financeiras e para a volatilidade dos mercados financeiros vêm a observar algumas características, do ponto de vista estatístico, que são comuns às variações aleatórias dos preços dos ativos (à volatilidade, portanto) (Cont, 2001). A estas características, dá-se o nome de factos estilizados (da volatilidade, neste caso).

Como estes factos estilizados têm um impacto direto na volatilidade, irão, conseqüentemente, ter influência na modelação e previsão da mesma. Por este motivo, e para que a estimação dos modelos seja o mais confiável possível, torna-se necessário abordar alguns dos factos estilizados mais importantes e verificados nas análises empíricas presentes na literatura. Em particular, serão tratados o efeito alavanca (ou fenómeno da assimetria na volatilidade); os agrupamentos de volatilidade; e a leptocurtose (onde se insere o fenómeno das *fat tails*).

3.7.1. O efeito alavanca

Para Masset (2011), o efeito alavanca corresponde à relação negativa e assimétrica que prevalece entre os retornos de um ativo e a respetiva volatilidade, isto é, “o fenómeno de uma resposta assimétrica a choques positivos e negativos nos mercados financeiros” (Alexander, 2008, cf. Arubi, 2017). O que tem sido verificado na literatura é que choques negativos têm mais impacto na volatilidade, enquanto que choques positivos da mesma magnitude podem desestabilizar menos o mercado (Arubi, 2017). Masset (2011) sublinha, assim, que, em mercado *bull*, a volatilidade é mais baixa, pelo que a referida relação negativa é mais expressiva em mercado *bear*.

Por ser comum, e por afetar os resultados das análises empíricas, este efeito tem recebido especial atenção não só por parte dos investigadores, que procuram perceber as causas que fazem emergir este fenómeno (uma vez que, afirma Masset (2011), ainda não

há consenso nem uma explicação clara sobre o mesmo), como também por parte de investidores que procuram mitigar o risco dos seus investimentos. Surgem, nesta sequência, um vasto número de extensões ao modelo GARCH, no sentido de incluir o efeito alavanca nas estimações de modelos com vista a prever a volatilidade de determinado ativo. Ahmed e Suliman (2011) (cf. Arubi, 2017) conseguiram evidência empírica que demonstrasse a existência do efeito alavanca na bolsa de valores de Khartoum, com recurso a modelos GARCH simétricos e assimétricos.

3.7.2. Os agrupamentos de volatilidade

Os agrupamentos (ou *clusters*) de volatilidade descrevem a tendência quase universal verificável nas séries de retornos de ativos de que a volatilidade surge em grupos (Brooks, 2008). No contexto dos mercados financeiros, e remetendo para abordagem de Mandelbrot (1963) e de Brooks (2008), grandes alterações nos retornos dos ativos tendem a ser seguidas por grandes alterações, e pequenas alterações tendem a ser seguidas por pequenas alterações, independentemente do sinal, em ambos os casos. O fenómeno descrito realça a ideia de que a volatilidade não é constante, pelo que o esperado é que períodos de alta volatilidade no tempo t se mantenham no tempo $t+1$ e que períodos de baixa volatilidade no tempo t se mantenham no tempo $t+1$.

Alguns trabalhos na literatura suportam a existência deste fenómeno, como é o caso de Daal *et al.* (2007) (cf. Masset, 2011), que concluem que, em países desenvolvidos, a volatilidade tem tendência a agrupar-se. Masset (2011) mostra evidência para o facto de que “a volatilidade revela um grau significativo de autocorrelação (*clustering*) em todos os mercados” e que, em mercados *bear*, os agrupamentos de volatilidade surgem de forma menos pronunciada. Gockan (2000) (cf. Arubi, 2017) demonstra que existem agrupamentos de volatilidade nos mercados emergentes.

3.7.3. A leptocurtose

Quando a tendência dos retornos de ativos financeiros é estes apresentarem distribuições com a presença de *fat tails* e excesso de curtose, o cenário é o de leptocurtose. O excesso de curtose está associado a uma distribuição com um pico mais afunilado na média, que surge devido à elevada ocorrência de valores atípicos, que não estão próximos da média.

Arubi (2017) afirma que, por norma, assume-se que “os resíduos de uma série temporal financeira seguem uma distribuição normal”. No entanto, na prática, como se

verifica investigadores a argumentar que a maioria dos retornos de ativos financeiros não seguem uma distribuição normal, Brooks (2008) defende que é mais provável que se recorra a uma distribuição leptocúrtica para caracterizar séries temporais financeiras e os seus resíduos, isto é, quando o coeficiente de curtose for maior do que três.

Em 2015, Ivanovski *et al.* provaram a existência de leptocurtose nas séries de retornos diários dos mercados da bolsa de valores da Macedónia, de onde puderam concluir que esses retornos apresentam valores elevados de curtose. Ushad *et al.* (2008) também encontraram evidência de que o comportamento dos retornos dos cinco mercados emergentes da bolsa de valores de África em estudo assentam no de uma distribuição não-normal, provando a existência de excesso de curtose positiva em quase todos eles. Zhang *et al.* (2018), que examinam os factos estilizados em oito criptomoedas, demonstram empiricamente a existência de *fat tails* nos retornos de todas as criptomoedas em estudo.

CAPÍTULO IV – DESCRIÇÃO DOS DADOS E METODOLOGIA

Neste capítulo, são descritos, numa primeira fase, os dados das quatro criptomoedas a utilizar no estudo, seguida de um subcapítulo dedicado à apresentação da metodologia a seguir que cobre, brevemente, as características mais sobressalientes (que poderão ser vistas como pressupostos) identificadas nas séries temporais financeiras, para depois passar à descrição da metodologia desde a fase de pré-estimação até à fase de pós-estimação dos modelos.

4.1. Dados

A amostra utilizada no estudo foi retirada da plataforma Investing.com e compreende os preços de fecho diários das quatro criptomoedas em análise nos seguintes períodos:

- MATIC: 1 de maio de 2019 a 31 de janeiro de 2022;
- SOL: 13 de julho de 2020 a 31 de janeiro de 2022;
- BTT: 1 de agosto de 2019 a 27 de janeiro de 2022;
- VET: 1 de setembro de 2018 a 31 de janeiro de 2022.

Os preços de fecho em bruto foram convertidos em retornos diários, conseguidos através da diferença entre o logaritmo dos preços de dois dias consecutivos:

$$r_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \quad (7)$$

onde r_t corresponde aos retornos no tempo t e P_t ao preço das criptomoedas no tempo t . Esta prática é, normalmente, preferida pelos investigadores, no âmbito de muitos trabalhos de investigação na área financeira (Brooks, 2008). A preferência surge, principalmente, porque os retornos têm propriedades estatísticas mais apropriadas à sua utilização, como a normalização, juntamente com o facto de que, muitas das vezes, esses retornos são independentes e identicamente distribuídos (*i.i.d.*), contrariamente aos preços das criptomoedas (Letra, 2016).

O *software* utilizado para trabalhar com os dados e construir os modelos será o *Eviews*, de onde se identificará o modelo ótimo para estimação da volatilidade futura de cada uma das criptomoedas. Os parâmetros dos modelos são estimados assumindo que o termo de erro segue uma distribuição *t-student*. Para esta seleção, ter-se-á por base o

critério *Akaike Information* (AIC), o qual deverá ter o menor valor, refletindo, assim, o modelo que melhor se adequa aos dados.

4.2. Metodologia

Há um conjunto de características identificadas nas séries temporais financeiras que é representado pelos modelos do tipo GARCH. Caldeira *et al.* (2009) mencionam as seguintes:

1. A estacionariedade, no sentido em que as propriedades estatísticas do conjunto de dados não variam ao longo do tempo;
2. Fraca, ou nenhuma, dependência linear e dependência não linear (onde se insere o efeito GARCH), isto é, a série é pouco ou não autocorrelacionada, mas a série do quadrado das observações mostra correlação);
3. A não-normalidade, já que, por norma, as distribuições das séries financeiras são leptocúrticas e, conseqüentemente, apresentam caudas pesadas e evidências de assimetria;
4. Os agrupamentos de volatilidade, uma vez que se costuma verificar, nas séries temporais financeiras, que períodos de alta volatilidade são seguidos por períodos de alta volatilidade e que períodos de baixa volatilidade são seguidos por períodos de baixa volatilidade.

Para que os modelos GARCH possam, então, ser aplicados às séries temporais, há que validar, numa fase de pré-estimação, pressupostos como a estacionariedade; a autocorrelação; e a heteroscedasticidade condicionada. Relembra-se que a estimação dos modelos do tipo GARCH inclui a modelação de duas equações: a equação da média e a equação da variância condicionada.

4.2.1. Teste à estacionariedade dos dados

Uma série temporal estacionária é aquela cujos primeiro e segundo momentos (isto é, a média, a variância e a estrutura de autocorrelação) são constantes ao longo do tempo (Dinardi, 2019). São séries que não seguem o fator tendência, ou sazonalidade.

É de ressaltar a importância de verificar que a série é estacionária, antes de proceder com a análise estatística (Brooks, 2008). A não estacionariedade pode levar a análises estatisticamente enviesadas e desadequadas, já que poderá demonstrar o fator tendência (o que não acontece com as séries que apresentam estacionariedade, dado que as

alterações que se espera que aconteçam ao longo do tempo, na série, vão desaparecendo) (Brooks, 2002, cf. Henriques, 2015).

Um dos testes adotados pelos investigadores para efetuar essa validação é o *Augmented Dickey-Fuller* (ADF), como recomenda Brooks (2008), o qual será utilizado no presente trabalho. Neste teste, a hipótese nula é a de que a série temporal não é estacionária, sendo que a hipótese alternativa é a de que a série é estacionária. Pretende-se, assim, e no contexto deste trabalho, rejeitar a hipótese nula de que as séries de dados dos retornos das criptomoedas não são estacionárias.

4.2.2. Teste à autocorrelação

A dependência linear é um dos componentes que se deve verificar na fase de pré-estimação do modelo. Uma vasta porção da literatura recorre ao teste de *Ljung-Box* (1978) para este fim, que mede simultaneamente o grau de autocorrelação para todos os desfasamentos em análise. A hipótese nula é a de que não há correlação na série, contra a hipótese alternativa de que há correlação.

Para que seja possível proceder com a estimação de um modelo GARCH univariado, é necessário validar a existência de autocorrelação nos dados (Arubi, 2017). A ausência de autocorrelação impede a prossecução do processo de estimação com a *framework* deste tipo de modelo, pelo que há que rejeitar, assim, a hipótese nula de inexistência desta. Havendo correlação, torna-se necessário analisar as funções de autocorrelação (ACF) e de autocorrelação parcial (PACF) (que surgirão no correlograma resultante da aplicação do teste de *Ljung-Box* às séries de retornos) e identificar, através dessas funções, os componentes (nomeada e respetivamente, MA e/ou AR) e respetivos desfasamentos que melhor capturam a dependência linear.

Os desfasamentos onde se verificar um excedente nos intervalos de confiança, presentes no correlograma, determinarão potenciais candidatos a definir a ordem do modelo ARMA. Estes candidatos deverão ser suficientes para capturar a referida dependência linear, sendo, assim, incluídos na modelação da equação da média.

4.2.3. Teste à heteroscedasticidade condicionada

A estimação de modelos com recurso a modelos do tipo GARCH exige que haja presença estatisticamente significativa de efeito ARCH nos dados. O efeito ARCH surge quando as séries temporais, neste caso particular, financeiras, apresentam evidências de

“heteroscedasticidade condicionada e de autocorrelação nos quadrados dos resíduos das séries de retornos” (Zivot, 2008, cf. Arubi, 2017).

Existem dois testes utilizados com muita regularidade pelos investigadores para a detecção do efeito ARCH, que são o teste-padrão *ARCH-LM*, de Engle (1982) e o teste de *Ljung-Box*. No caso do teste-padrão, *ARCH-LM*, o qual será aplicado aos resíduos do modelo resultante da equação da média, a presença ou ausência de efeito ARCH é testada sob as hipóteses nula de que “não há efeito ARCH nos resíduos” e alternativa de que “há efeito ARCH nos resíduos”. No caso do teste de *Ljung-Box*, este é, também, aplicado aos resíduos do modelo da equação da média. Os correlogramas para os resíduos não devem apresentar autocorrelação entre si; pelo contrário, os correlogramas para os quadrados dos resíduos devem estar autocorrelacionados. A verificação destas condições é uma indicação da existência do efeito ARCH (Chand *et al.*, 2012).

4.2.4. Estimação dos modelos

Verificados os pressupostos de estacionariedade, de autocorrelação e de presença de efeito ARCH nas séries de dados, procede-se com a estimação dos modelos da volatilidade condicionada com recurso aos modelos GARCH(1,1), EGARCH(1,1) e TGARCH(1,1), juntando os componentes ARMA adequados a cada série de retornos, identificados anteriormente. Assumir-se-á uma distribuição *t-student*.

4.2.5. Teste diagnóstico e seleção do modelo ótimo

Efetuada a validação dos pressupostos e definidas as equações da média e da variância condicionada, é, ainda, importante efetuar um teste diagnóstico para averiguar se o efeito ARCH ainda persiste nos resíduos padronizados (Chand *et al.*, 2012; Arubi, 2017). O teste utilizado para este fim é o *ARCH-LM*, sob a hipótese nula de que não há efeito ARCH nos resíduos padronizados e sob a hipótese alternativa de que há efeito ARCH nos resíduos padronizados.

O modelo ótimo será selecionado com base no critério AIC, o qual deverá apresentar o menor valor. Para além disso, Arubi (2017) aponta que, neste contexto, “modelos GARCH adequados devem ser capazes de reduzir o coeficiente de assimetria e de curtose, bem como o valor do teste de Jarque-Bera”, pelo que, juntamente com a informação fornecida pelo AIC, poder-se-á, também, comparar estas estatísticas para sustentar a decisão final.

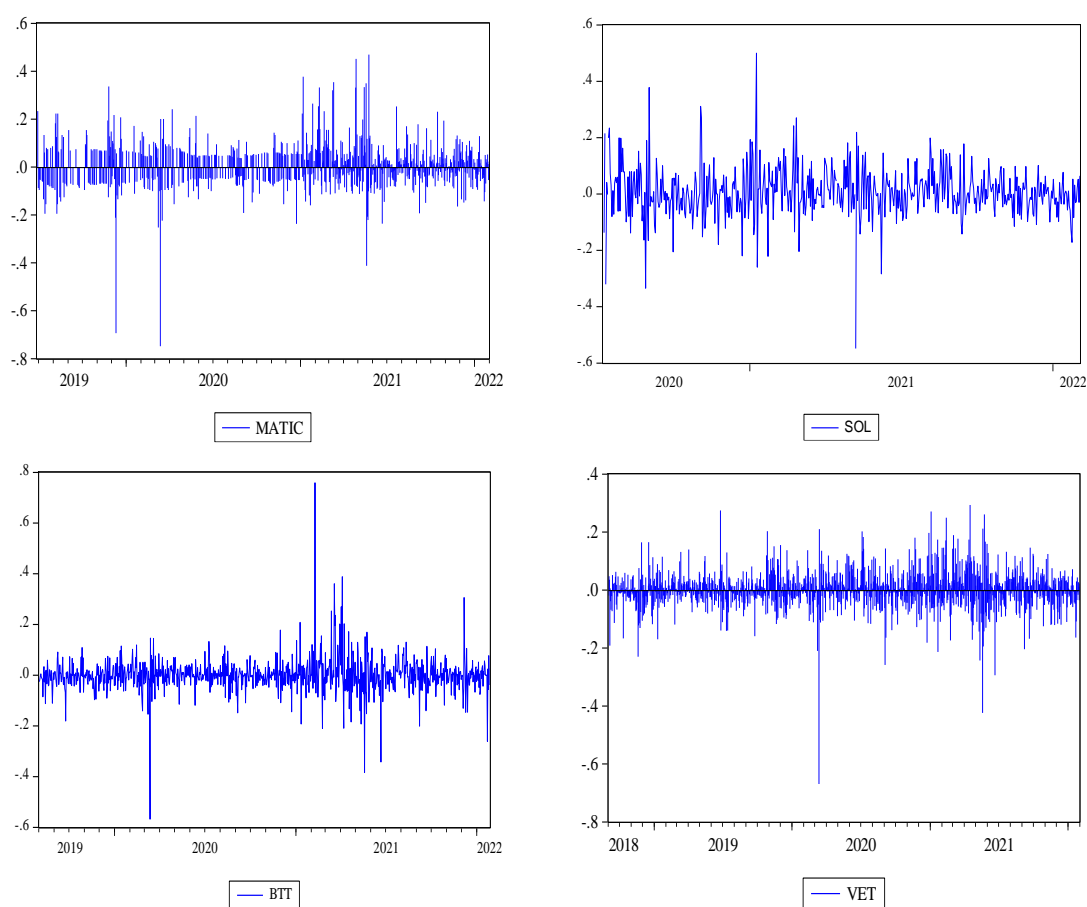
CAPÍTULO V – EVIDÊNCIA EMPÍRICA E DISCUSSÃO

O presente capítulo cobre um tópico de análise preliminar que visa analisar a evolução dos retornos das quatro criptomoedas em estudo, seguido de uma análise às estatísticas descritivas de cada uma. Em fase posterior, é apresentado o processo de modelação da volatilidade, que passa, numa primeira fase, pela verificação dos pressupostos, para depois passar à estimação dos modelos da volatilidade condicionada, que antecede a fase de diagnóstico e de seleção dos modelos ótimos e a secção de discussão de resultados.

5.1. Análise preliminar

A análise gráfica à evolução dos retornos diários das criptomoedas, presentes na Figura 2, ajuda a compreender o comportamento das mesmas e a detetar factos estilizados nas séries de dados, como os agrupamentos de volatilidade.

Figura 1. Evolução dos retornos diários das criptomoedas MATIC, SOL, BTT e VET, nos períodos em estudo.



É visível a presença de agrupamentos de volatilidade nos retornos diários de todas as criptomoedas, nos gráficos da Figura 2. Isto porque é perceptível que, e remetendo para aquilo que são agrupamentos de volatilidade, períodos de grande, ou baixa, volatilidade são seguidos por períodos de grande, ou baixa, volatilidade, comportamento este que comprova a instabilidade das criptomoedas.

Os gráficos da MATIC, BTT e VET demonstram, por exemplo, um período de elevada volatilidade entre fevereiro e março de 2020, altura que coincide com o surgimento da COVID-19 a nível mundial, a qual abalou os mercados, não só das criptomoedas, mas também a um nível geral. Sensivelmente a meados do ano de 2021 também é possível identificar um cenário em que predominam períodos de alta volatilidade, em todos os gráficos, que são seguidos por períodos de baixa volatilidade. Pode afirmar-se, conforme indicam Baillies *et al.* (1996) (cf. Arubi, 2017) e Brooks (2002) (cf. Jerónimo, 2015), que os níveis de volatilidade de hoje influenciam os níveis de volatilidade do futuro imediatamente a seguir, tendendo a correlacionar-se.

5.2. Análise às estatísticas descritivas dos retornos diários

A análise às estatísticas descritivas das criptomoedas em estudo, apresentadas na Tabela 1, serve de complemento à análise preliminar realizada, o que permitirá uma melhor perspetiva sobre o comportamento dos seus retornos ao longo do tempo, especialmente em termos de assimetria e de curtose.

Tabela 1. Estatísticas descritivas dos retornos diários da MATIC, SOL, BTT e VET nos períodos em estudo.

	MATIC	SOL	BTT	VET
Média	0.004699	0.008095	0.001132	0.000867
Máximo	0.469307	0.499914	0.759063	0.293544
Mínimo	-0.747214	-0.548332	-0.567609	-0.668559
Desvio-padrão	0.089377	0.089398	0.069206	0.067833
Assimetria	-0.411725	-0.006307	1.012752	-0.779832
Curtose	14.72406	8.413074	27.53689	13.08849
Jarque-Bera	5461.957	656.8426	22983.63	5418.928
Sig. Jarque-Bera	0.000000	0.000000	0.000000	0.000000

Pelas estatísticas da Tabela 1, os retornos diários de cada uma das criptomoedas apresentam uma média próxima de zero. Todos os retornos exibem máximos e mínimos um tanto distantes. Os desvios-padrão para cada uma das criptomoedas são relativamente insignificantes, o que poderá representar o quão condensados os dados de cada série temporal se encontram à volta da média.

Para assumir que os retornos diários das criptomoedas seguem uma distribuição normal, ter-se-ia de presenciar um valor de zero e de três para a assimetria e para a curtose, respetivamente. No entanto, não é isto que se verifica: para a assimetria, os retornos diários da MATIC, SOL e VET surgem com coeficientes negativos, o que traduz um comportamento assimétrico nas suas distribuições com um alongamento do lado esquerdo. Apenas o coeficiente de assimetria para a BTT é positivo, o que também se traduz num comportamento assimétrico, mas com um alongamento do lado direito na distribuição. No caso dos coeficientes de curtose, todos eles são superiores a três, verificando-se que seguem uma distribuição leptocúrtica. Postos estes valores, é de constatar que estes dados não seguem uma distribuição normal.

De modo a validar e verificar a não normalidade nos dados, recorre-se ao teste de Jarque-Bera. Este teste serve para examinar se um conjunto de dados segue uma distribuição normal, sob as hipóteses nula de que os dados estão normalmente distribuídos e alternativa de que os dados não seguem uma distribuição normal. Com um grau de significância de 1%, a hipótese nula de que os dados seguem uma distribuição normal é rejeitada para os casos de todas as criptomoedas, pelo que se pode confirmar a condição de não-normalidade nos conjuntos de dados utilizados.

5.3. Verificação dos pressupostos

A fim de ser possível aplicar os modelos GARCH aos dados, é necessário garantir que os pressupostos de estacionariedade; dependência linear; e heteroscedasticidade condicionada se verificam.

5.3.1. Estacionariedade

O teste à estacionariedade dos dados é feito nesta secção, com recurso ao teste ADF, em cada uma das séries temporais em estudo. As estatísticas resultantes seguem na Tabela 2.

Tabela 2. Teste ADF à estacionariedade dos retornos diários das criptomoedas MATIC, SOL, BTT e VET.

	ADF	Lags	P-value	Valores críticos	
MATIC	-14.96118	4	0.0000	1%	-3.967800
				5%	-3.414581
				10%	-3.129437
SOL	-4.854089	14	0.0004	1%	-3.975700
				5%	-3.418436
				10%	-3.131719
BTT	-30.74459	3	0.0000	1%	-3.437322
				5%	-2.864507
				10%	-2.568403
VET	-14.69884	4	0.0000	1%	-3.965446
				5%	-3.413431
				10%	-3.128755

A estatística do teste ADF é importante na medida em que quanto mais negativo for o seu valor, comparativamente com a estatística t dos valores críticos, mais evidenciada é a rejeição da hipótese nula de não estacionariedade nos dados (Pessoa, 2012). A coluna *lags*, na Tabela 2, corresponde aos desfasamentos necessários para remover a autocorrelação das séries temporais.

No caso de todas as criptomoedas em estudo, todos os valores para a estatística do teste ADF são inferiores à estatística dos valores críticos, nos vários graus de significância, conforme sucede na Tabela 2. Este é um forte indicador de que a hipótese nula de não estacionariedade será rejeitada. No entanto, e para confirmar este questão, parte-se para a análise dos *p-values* do teste ADF. Estes valores apontam para a efetiva rejeição da hipótese nula, concluindo-se, assim, que as séries de retornos diários destas criptomoedas são estacionárias, já que, a um grau de significância de 1%, há evidência estatística para rejeitar essa mesma hipótese.

Verifica-se, deste modo, o pressuposto de estacionariedade dos dados, ficando a faltar a verificação dos pressupostos de dependência linear (ou autocorrelação) e de heteroscedasticidade.

5.3.2. Autocorrelação

O teste à dependência linear, ou à autocorrelação, dos retornos diários das criptomoedas constitui um dos pressupostos a verificar, no processo de pré-estimação dos modelos GARCH. Os correlogramas resultantes da aplicação do teste de *Ljung-Box* seguem nas Figuras 2 a 5.

Figura 2. Correlograma do teste de *Ljung-Box* da série de retornos diários da MATIC.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.063	-0.063	3.7967	0.051
		2 0.081	0.077	9.9967	0.007
		3 -0.037	-0.028	11.298	0.010
		4 0.049	0.039	13.558	0.009
		5 -0.128	-0.119	29.179	0.000
		6 0.042	0.022	30.877	0.000
		7 -0.033	-0.009	31.896	0.000
		8 -0.028	-0.044	32.660	0.000
		9 0.017	0.029	32.941	0.000
		10 -0.024	-0.037	33.510	0.000
		11 -0.024	-0.023	34.051	0.000
		12 0.060	0.062	37.482	0.000
		13 0.032	0.031	38.492	0.000
		14 -0.025	-0.022	39.101	0.000
		15 0.004	-0.008	39.120	0.001
		16 0.063	0.061	42.929	0.000
		17 -0.013	0.006	43.085	0.000
		18 0.023	0.016	43.583	0.001
		19 0.024	0.026	44.162	0.001
		20 0.055	0.058	47.070	0.001

Figura 3. Correlograma do teste de *Ljung-Box* da série de retornos diários da SOL.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob
		1 -0.075	-0.075	3.0799	0.079
		2 0.002	-0.004	3.0823	0.214
		3 0.004	0.003	3.0892	0.378
		4 0.061	0.062	5.0957	0.278
		5 0.017	0.027	5.2601	0.385
		6 -0.063	-0.060	7.4410	0.282
		7 0.074	0.065	10.460	0.164
		8 -0.037	-0.031	11.196	0.191
		9 -0.021	-0.028	11.430	0.247
		10 0.097	0.102	16.572	0.084
		11 -0.050	-0.044	17.963	0.082
		12 -0.022	-0.031	18.220	0.109
		13 -0.049	-0.040	19.526	0.108
		14 0.114	0.090	26.677	0.021
		15 0.093	0.116	31.450	0.008
		16 -0.025	0.008	31.784	0.011
		17 0.071	0.057	34.603	0.007
		18 -0.033	-0.029	35.204	0.009
		19 0.003	-0.021	35.209	0.013
		20 0.060	0.066	37.218	0.011

Figura 4. Correlograma do teste de *Ljung-Box* da série de retornos diários da BTT.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.021	-0.021	0.3883	0.533
		2	0.026	0.025	0.9994	0.607
		3	-0.030	-0.029	1.8439	0.605
		4	0.104	0.102	11.695	0.020
		5	-0.024	-0.020	12.245	0.032
		6	0.056	0.050	15.109	0.019
		7	-0.026	-0.018	15.749	0.028
		8	0.020	0.006	16.114	0.041
		9	0.075	0.085	21.283	0.011
		10	0.036	0.026	22.461	0.013
		11	0.044	0.051	24.242	0.012
		12	-0.007	-0.009	24.289	0.019
		13	0.053	0.041	26.898	0.013
		14	0.003	0.004	26.907	0.020
		15	0.032	0.015	27.869	0.022
		16	0.057	0.066	30.834	0.014
		17	-0.004	-0.019	30.849	0.021
		18	-0.075	-0.079	36.051	0.007
		19	0.004	-0.012	36.064	0.010
		20	-0.009	-0.025	36.140	0.015

Figura 5. Correlograma do teste de *Ljung-Box* da série de retornos diários da VET.

Autocorrelation	Partial Correlation	AC	PAC	Q-Stat	Prob	
		1	-0.116	-0.116	16.777	0.000
		2	0.085	0.073	25.872	0.000
		3	-0.003	0.015	25.882	0.000
		4	0.124	0.122	45.235	0.000
		5	-0.070	-0.046	51.455	0.000
		6	0.001	-0.031	51.456	0.000
		7	0.022	0.025	52.056	0.000
		8	-0.007	-0.013	52.122	0.000
		9	-0.010	-0.001	52.237	0.000
		10	0.048	0.050	55.201	0.000
		11	0.008	0.012	55.282	0.000
		12	-0.027	-0.028	56.173	0.000
		13	0.004	-0.004	56.198	0.000
		14	-0.009	-0.019	56.308	0.000
		15	0.002	0.003	56.311	0.000
		16	-0.028	-0.016	57.279	0.000
		17	0.069	0.062	63.289	0.000
		18	-0.022	-0.002	63.888	0.000
		19	0.035	0.024	65.410	0.000
		20	0.007	0.014	65.464	0.000

As colunas “Prob” correspondem à probabilidade de o valor de autocorrelação ser zero em cada um dos desfasamentos. Deste modo, levando em consideração um grau de significância de 5%, e analisando o *p-value* de cada um dos correlogramas, é possível afirmar que há evidência estatística para rejeitar a hipótese nula de inexistência de

autocorrelação nos casos da MATIC, BTT e VET, já que os valores do *p-value*, na maioria dos desfasamentos testados, são inferiores ao grau de significância utilizado. Esta evidência sugere que há um impacto dos valores passados nos valores futuros, destas séries temporais. Contrariamente, no caso da SOL, a maioria dos valores do *p-value* sustentam a aceitação da hipótese nula de que não existe autocorrelação, sendo que são superiores ao grau de significância de 5%.

Nesta sequência, as séries de retornos diários da MATIC, BTT e VET têm o pressuposto de autocorrelação validado. No entanto, no caso da SOL, verifica-se a impossibilidade de prosseguir com a análise, uma vez que não há autocorrelação na série de retornos. Este facto incapacita a estimação de um modelo do tipo GARCH para esta criptomoeda.

Verificando-se correlação, procede-se com a identificação dos desfasamentos que melhor capturam a dependência linear de cada criptomoeda, a fim de determinar a ordem do modelo ARMA a utilizar na equação da média. De acordo com a análise às ACF e PACF, e atendendo aos desfasamentos que excedem os intervalos de confiança, identificam-se as ordens para os modelos ARMA e consequentes equações da média adequadas para cada criptomoeda, conforme apresentado na Tabela 3.

Tabela 3. Especificação da ordem dos modelos ARMA e das consequentes equações da média para as criptomoedas MATIC, BTT e VET.

	Ordem ARMA(p,q)	Equação da média
MATIC	AR(2)	$y_t = c + \sum_{i=1}^2 \phi_i y_{t-i} + \epsilon_t$
BTT	AR(4)	$y_t = c + \sum_{i=1}^4 \phi_i y_{t-i} + \epsilon_t$
VET	AR(2) MA(2)	$y_t = c + \sum_{i=1}^2 \phi_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^2 \theta_i \epsilon_{t-i} + \epsilon_t$

5.3.3. Heteroscedasticidade condicionada

Com base nas equações da média definidas na secção anterior, testa-se a existência do efeito ARCH nas séries de retornos diários de cada uma das criptomoedas. Será utilizado o teste *ARCH-LM*. Na Tabela 4, encontram-se os resultados da aplicação deste teste.

Tabela 4. Resultados do teste *ARCH-LM* para as criptomoedas MATIC, BTT e VET.

	<i>P-value</i>
MATIC	0.0019
BTT	0.2832
VET	0.0003

Nos casos da MATIC e da VET, e como os *p-value* são inferiores ao grau de significância de 5%, há evidência estatística para rejeitar a hipótese nula de que não há presença de efeito ARCH nestas séries de retornos. No entanto, para o caso da BTT, e como o *p-value* é superior ao grau de significância utilizado, não se rejeita a hipótese nula. De acordo com estes resultados, apenas a MATIC e a VET atendem a todos os requisitos necessários para estimar modelos do tipo GARCH com os seus dados. Sendo que a BTT não atende ao requisito da presença de efeito ARCH, não será possível prosseguir com a estimação do modelo para esta criptomoeda.

5.4. Estimação dos modelos do tipo GARCH

A Tabela 5 e a Tabela 6 resumem os parâmetros resultantes da estimação dos modelos para os dados das moedas MATIC e VET, respetivamente. Assumiu-se uma distribuição *t-student* por ser considerada uma das mais adequadas, face a séries temporais com fortes evidências de leptocurtose (Nugroho, 2020).

Tanto no caso da MATIC como da VET, a estimação do modelo GARCH(1,1) para previsão da volatilidade futura surge com coeficientes estatisticamente significativos, considerando um grau de significância de 5%, o que ressalta a adequação do modelo na tarefa de explicar o comportamento da variância condicionada, ou da volatilidade, das duas séries em estudo. Brooks (2008) afirma que a soma entre os coeficientes dos quadrados dos erros desfasados (neste caso, α_1) e da variância condicionada desfasada (neste caso, β) resulta tipicamente num valor muito próximo da unidade nas estimações dos modelos do tipo GARCH. Esta soma pode refletir o efeito de persistência de volatilidade, isto é, como o impacto dos choques se estende a longo prazo sobre a volatilidade futura (Arubi, 2017). Nos casos em questão, a soma desses coeficientes resulta nos valores de 0.903439 e de 0.943924, para a MATIC e para a VET, respetivamente. Sendo estes valores próximos de 1, é possível sublinhar um elevado grau

de persistência dos choques na variância condicionada, o que se traduz num maior impacto desses choques na volatilidade futura dos retornos das referidas criptomoedas.

No caso da estimação do modelo EGARCH(1,1), os termos ARCH e GARCH são estatisticamente significativos em ambos os casos, a um grau de significância de 5%. A sua soma resulta num valor próximo da unidade, à semelhança do que acontece no modelo GARCH(1,1), indicando, assim, elevada persistência da volatilidade. Quanto ao termo γ , que capta o efeito assimétrico tanto no caso da MATIC como no caso da VET, o seu coeficiente é positivo, no entanto, não estatisticamente significativo, ao nível de significância utilizado. Isto indica que o sinal do choque não tem impacto na volatilidade dos retornos, pelo que o resultado sugere, consequentemente, um modelo simétrico.

Em relação à estimação do modelo TGARCH(1,1), e similarmente ao caso da estimação do modelo EGARCH(1,1), os coeficientes para o quadrado do erro e para a variância condicionada desfasada, nas duas tabelas em análise, são estatisticamente significativos a um grau de significância de 5%. A soma desses coeficientes equivale a um valor próximo de um, em ambos os casos das duas criptomoedas, pelo que se pode afirmar que há evidência que sustente a afirmação de que há um elevado grau de persistência de volatilidade, considerando a informação deste modelo. Quanto ao termo assimétrico, os coeficientes dos modelos das duas criptomoedas são negativos. No caso da MATIC, este coeficiente é estatisticamente significativo a um grau de significância de 10%, indicando a presença de assimetria. Isto significa que, de acordo com este modelo, choques negativos irão ter um impacto mais significativo sobre a volatilidade do que choques positivos da mesma magnitude. No caso da VET, o coeficiente não é estatisticamente significativo, pelo que se assume um efeito simétrico por parte dos choques na volatilidade.

Em suma, e de um modo geral, os três modelos estimados para a MATIC e para a VET surgem com evidência que permite confirmar a sua adequação aos dados utilizados, o que admite que possam explicar o comportamento da volatilidade futura destas duas criptomoedas. O modelo EGARCH(1,1) não foi capaz de captar efeito assimétrico nos dados em análise, contrariamente ao TGARCH(1,1), que conseguiu fazê-lo no caso da MATIC. O teste diagnóstico aos modelos estimados e consequente escolha do modelo ótimo surgem na próxima secção do documento.

Tabela 5. Parâmetros resultantes da estimação dos modelos GARCH para a MATIC.

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
α_0	0.000852	-0.559731	0.000701
<i>p-value</i>	(0.0031)	(0.0003)	(0.0036)
α_1	0.161935	0.234202	0.175542
<i>p-value</i>	(0.0002)	(0.0000)	(0.0006)
β	0.741504	0.920047	0.788888
<i>p-value</i>	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
γ		0.053414	-0.105613
<i>p-value</i>		(0.1307)	(0.0660)

Tabela 6. Parâmetros resultantes da estimação dos modelos GARCH para a VET.

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
α_0	0.000307	-0.454133	0.000252
<i>p-value</i>	(0.0028)	(0.0001)	(0.0035)
α_1	0.128654	0.231538	0.133146
<i>p-value</i>	(0.0001)	(0.0000)	(0.0007)
β	0.815270	0.947500	0.840180
<i>p-value</i>	(0.0000)	(0.0000)	(0.0000)
γ		0.008867	-0.039330
<i>p-value</i>		(0.7234)	(0.3363)

5.5. Teste diagnóstico e seleção do modelo ótimo

Iniciando a secção pela fase de diagnóstico aos modelos estimados, com a finalidade de averiguar se estes foram capazes de capturar a heteroscedasticidade condicionada verificada nas séries de dados, analise-se a Tabela 7, com os resultados da aplicação do teste *ARCH-LM* aos três modelos estimados para a MATIC e para a VET.

Tabela 7. Resultados da aplicação do teste *ARCH-LM* aos modelos GARCH estimados para a MATIC e VET.

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
	MATIC		
(<i>P-value</i>)	0.8267	0.5891	0.7608
	VET		
(<i>P-value</i>)	0.7101	0.9657	0.8773

Conforme se pode verificar na Tabela 7, todos os valores de estatística de teste para o teste *ARCH-LM*, em cada um dos casos, são estatisticamente insignificantes, considerando um nível de significância de 5%. Tal facto implica que não haja evidência estatística para rejeitar a hipótese nula de não existência de efeito ARCH nos dados, pelo que se pode confirmar a adequação dos modelos a estas séries de dados, uma vez que são capazes de capturar a heteroscedasticidade condicionada verificada anteriormente

A adequação dos modelos é, ainda, reforçada com base na análise aos coeficientes de curtose e de assimetria após a estimação dos modelos, retirados dos resíduos padronizados, juntamente com a fase de seleção do modelo ótimo, a qual considera o critério AIC. A Tabela 8 resume toda esta informação.

Tabela 8. Critério de seleção do modelo ótimo de estimação da volatilidade futura da MATIC e VET e medidas estatísticas.

	GARCH(1,1)	EGARCH(1,1)	TGARCH(1,1)
	MATIC		
AIC	-2.330989	-2.337362	-2.332081
Assimetria	-0.098276	-0.278983	-0.394917
Curtose	9.063461	10.47928	11.55600
Jarque-Bera	1452.232	2219.571	2913.170
	VET		
AIC	-2.802332	-2.800481	-2.801457
Assimetria	-0.675158	-0.852596	-0.803100
Curtose	10.74066	13.56823	12.10822
Jarque-Bera	3205.399	5949.403	4440.927

Por comparação com as estatísticas das séries de retornos originais, apresentadas na Tabela 1, e começando pelo caso da MATIC, todos os coeficientes de assimetria e de curtose foram atenuados com a estimação dos três modelos GARCH, bem como os resultados do teste de Jarque-Bera. A redução nestes valores sugere a adequação destes três modelos na tarefa de explicar as características assimétricas e de leptocurtose presentes nos dados utilizados da MATIC, reforçando as conclusões anteriormente retiradas.

No caso da VET, o coeficiente de assimetria apenas é atenuado pelo modelo GARCH(1,1), sendo o seu valor aumentado no sentido negativo nos outros dois modelos estimados. Em relação ao coeficiente de curtose e ao valor do teste de Jarque-Bera, o modelo GARCH(1,1) e TGARCH(1,1) revelam ser capazes de atenuar estes valores, contrariamente ao modelo EGARCH(1,1), que, ao invés disso, os aumenta. De acordo com esta análise, o modelo estimado com recurso ao EGARCH(1,1) não aparenta ser adequado para explicar o comportamento assimétrico e leptocúrtico da VET. O modelo GARCH(1,1), com base na comparação destas medidas estatísticas com as estatísticas originais, da Tabela 1, parece ser o mais adequado para este efeito.

Quanto à seleção do modelo ótimo para cada criptomoeda, surgem, na Tabela 8 e a negrito, os menores valores para o AIC, que é o critério a utilizar para definir o melhor modelo para estimar a volatilidade futura das criptomoedas em estudo. No que toca à MATIC, e ainda que todos os modelos estimados apontem para um cenário onde são adequados para explicar os dados desta criptomoeda, o modelo que consegue o menor valor de AIC é o EGARCH(1,1), sendo este o escolhido como modelo ótimo para estimar a volatilidade futura da MATIC. Em relação à VET, e em concordância com a análise anteriormente feita aos coeficientes de curtose, assimetria e ao valor do teste de Jarque-Bera, o modelo GARCH(1,1) aparenta ser o mais adequado para estimar a volatilidade futura da VET, levando em consideração que é este o modelo que detém o menor AIC.

5.6. Discussão de resultados

No seguimento da análise estatística preliminar efetuada aos retornos das criptomoedas, sublinha-se que as características das séries temporais destes ativos vão de encontro com o que se verifica em estudos anteriores (cf. Zhang *et al.* (2018), Caldeira *et al.* (2009)), na medida em que podem ser representadas pelos modelos do tipo GARCH.

A literatura sugere recorrer aos modelos do tipo GARCH para modelar e prever a volatilidade das criptomoedas. Considerando os resultados dos testes aos pré-requisitos efetuados neste estudo, e atendendo às características verificadas nas séries de retornos das criptomoedas (por exemplo, aos agrupamentos de volatilidade, não-normalidade nos dados e distribuição leptocúrtica), considera-se que os resultados foram consistentes com o que a literatura já existente suporta, na medida em que os modelos do tipo GARCH testados são adequados para duas das criptomoedas investigadas (a MATIC e a VET). Para a SOL e BTT, estes modelos não se revelam eficazes para descrever o comportamento da sua volatilidade.

Uma questão relevante verificada em estudos anteriores é a de que diferentes estudos apontaram para modelos GARCH ótimos diferentes para cada criptomoeda (em alguns casos, para a mesma criptomoeda). No presente estudo, os resultados, no que à seleção de modelos ótimos diz respeito, apontam para dois modelos GARCH diferentes. Atendendo a que não há um modelo ótimo que seja considerado universal, pela literatura nesta matéria (uma vez que o desempenho dos modelos varia conforme fatores como o período utilizado na amostra, por exemplo), e atendendo a que cada série financeira apresenta características peculiares que podem requerer uma extensão específica dos modelos do tipo GARCH que as suporte, pode afirmar-se que os resultados vão de encontro com o que se verifica em outros trabalhos com a mesma finalidade.

Em suma, é de constatar que o objetivo de modelar a volatilidade das criptomoedas escolhidas para o estudo foi atingido para duas delas. Nesta sequência, os resultados confirmam o que é dito na literatura. No entanto, não é regra que estes modelos sejam os mais adequados para estas séries financeiras, ficando esta questão comprovada pelos resultados das outras duas criptomoedas para as quais não se conseguiu modelar a volatilidade.

CAPÍTULO VI – CONCLUSÕES, LIMITAÇÕES E DIREÇÕES FUTURAS DE INVESTIGAÇÃO

O principal objetivo desta dissertação passa por encontrar o modelo GARCH ótimo, de entre três dos mais utilizados, para descrever o comportamento da volatilidade de quatro criptomoedas com relativamente menor presença no mercado, por comparação com a presença da Bitcoin. Procedeu-se com a aplicação dos referidos modelos, quando possível, às séries de dados das criptomoedas, a que se seguiu a respetiva comparação entre os mesmos e consequente identificação do resultado ótimo, com base em critérios de qualidade e seleção.

Os resultados obtidos mostram que, com base nos dados utilizados, as moedas SOL e BTT, nos períodos analisados, não se qualificam à aplicação dos modelos do tipo GARCH para modelar a volatilidade dos seus retornos, ainda que detenham algumas das características estatísticas consideradas necessárias à aplicação destes. Não obstante, a evidência sugere que fatores como o período utilizado na amostra e o próprio caráter imprevisível das criptomoedas podem condicionar a modelação da volatilidade com recurso aos modelos deste tipo. Pelo contrário, encontrou-se evidência que conclui que os modelos ótimos para modelar a volatilidade das criptomoedas MATIC e VET são o EGARCH(1,1) e o GARCH(1,1), respetivamente. A análise às séries de retornos diários destes criptoativos, num período conturbado devido às consequências económicas causadas pela COVID-19, sugerem a existência de agrupamentos de volatilidade, um cenário presumivelmente propício à aplicação de modelos do tipo GARCH, que se revelaram eficazes em outros estudos com condições semelhantes.

De um modo geral, e ainda que se verifique a aplicabilidade dos modelos GARCH a duas das criptomoedas em estudo, sublinha-se a efetiva falta de consenso entre os investigadores quanto ao modelo mais adequado para fins de modelação da volatilidade deste tipo de ativos. Num contexto de investigação futura, e dado que este estudo se encontrou limitado ao período temporal da amostra, procurar modelar a volatilidade das quatro criptomoedas a ser investigadas utilizando séries de retornos intradiários (já que estes são afetados pelas flutuações constantes nos preços) poderia originar resultados diferentes. Outras extensões dos modelos GARCH poderiam, também, ser aplicadas, a fim de conferir se há outras extensões com melhor performance ou não, face às que foram utilizadas.

REFERÊNCIAS

- Al Guindy, M. (2021). Cryptocurrency price volatility and investor attention. *International Review of Economics & Finance*, 76, 556–570. <https://doi.org/10.1016/j.iref.2021.06.007>
- Araújo, M. A. R. (2010, setembro). *Análise de clusters e volatilidade de índices de ações*. Dissertação de Mestrado em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa. 80 pp.
- Arubi, A. (2017, maio). *Forecasting the volatility of the Chinese stock market: A comparative study of GARCH, EGARCH and GJR-GARCH*. Tese de Licenciatura em Economia Empresarial da China Contemporânea. Nottingham University Business School. 61 pp.
- Ascenso, E. A. C. (2016, janeiro). *A assimetria na volatilidade das rendibilidades do preço da crude*. Dissertação de Mestrado em Contabilidade e Análise Financeira. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa. 101 pp.
- Bera, A. K., e Higgins, M. L. (1993). ARCH MODELS: PROPERTIES, ESTIMATION AND TESTING. *Journal of Economic Surveys*, 7(4), 305–366. <https://doi.org/10.1111/j.1467-6419.1993.tb00170.x>
- Bitcoin (2021). *How does Bitcoin work?* - Bitcoin. Bitcoin. Acedido a 7 de dezembro de 2021, em <https://bitcoin.org/en/how-it-works>
- Bodie, Z., Kane, A., e Marcus, A. (2017). Markets are competitive: The risk-return trade-off. In *Investments* (11^a ed., pp. 9–10). McGraw Hill.
- Boyte-White, C. (2021). *Learn How to Calculate Volatility in Excel*. Investopedia. Acedido a 20 de dezembro de 2021, em <https://www.investopedia.com/ask/answers/021015/how-can-you-calculate-volatility-excel.asp>
- Brooks, C. (2008). *Introductory Econometrics for Finance* (2.^a ed.). Cambridge University Press.
- Caldeira, A. A. M., Machado, M. A., e Souza, R. C. (2009). *Seleção de variáveis: Uma aplicação na identificação das ordens dos modelos GARCH*. XLI SBPO. <http://www.din.uem.br/sbpo/sbpo2009/artigos/55956.pdf>
- Caporale, G. M., Gil-Alana, L., e Plastun, A. (2018). Persistence in the cryptocurrency market. *Research in International Business and Finance*. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2018.01.002>
- Chand, S., Kamal, S., e Ali, I. (2012). Modeling and Volatility Analysis of Share Prices Using ARCH and GARCH Models. *World Applied Sciences Journal*, 19(1), 77–82. <https://doi.org/10.5829/idosi.wasj.2012.19.01.793>
- Chapron, G. (2017, 25 de maio). *The environment needs cryptogovernance*. Nature. Acedido a 7 de dezembro de 2021, em <https://www.nature.com/articles/545403a>

- Charles, A., e Darné, O. (2018). Volatility estimation for Bitcoin: Replication and robustness. *International Economics*. <https://doi.org/10.1016/j.inteco.2018.06.004>
- Cheikh, N. B., Zaiied, Y. B., e Chevallier, J. (2019). Asymmetric Volatility in Cryptocurrency Markets: New evidence from Smooth Transition GARCH Models. *Finance Research Letters*. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2019.09.008>
- Chen, J. (2021). *Definition Historical Volatility (HV)*. (2021). Investopedia. Acedido a 12 de dezembro de 2021, em <https://www.investopedia.com/terms/h/historicalvolatility.asp>
- CoinMarketCap. *Top Cryptocurrency Exchanges Ranked By Volume*. (2021). Acedido a 20 de dezembro de 2021, em <https://coinmarketcap.com/rankings/exchanges/>
- Cont, R. (2001). Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. *Quantitative Finance*, 1(2), 223–236. <https://doi.org/10.1080/713665670>
- De Vilder, R. G. e Visser, M. P. (2007, setembro). *Volatility Proxies for Discrete Time Models* (N.º 4917). Korteweg-de Vries Institute for Mathematics, University of Amsterdam. https://mpra.ub.uni-muenchen.de/4917/1/MPRA_paper_4917.pdf
- Dinardi, F. B. (2020, novembro). *Forecasting the stock market using ARIMA and ARCH/GARCH approaches*. Dissertação de Mestrado em Estatística e Gestão de Informação. NOVA Information Management School (NIMS). 50pp. <http://hdl.handle.net/10362/109749>
- EuQueroInvestir. *Volatilidade: tudo o que você precisa saber sobre o assunto* (2021, fevereiro). Acedido a 10 de novembro de 2021, em https://euqueroinvestir.com/volatilidade-tudo-o-que-voce-precisa-saber-sobre-o-assunto#Volatilidade_historica
- European Banking Authority. (2019, janeiro). *Report with advice for the European Commission on cryptoassets*. <https://www.eba.europa.eu/sites/default/documents/files/documents/10180/2545547/67493daa-85a8-4429-aa91-e9a5ed880684/EBA%20Report%20on%20crypto%20assets.pdf>
- Frankenfield, J. (2021, 19 de outubro). *VeChain*. Investopedia. Acedido a 16 de fevereiro de 2022, em <https://www.investopedia.com/terms/v/vechain.asp>
- Fung, K., Jeong, J., e Pereira, J. (2022). More to cryptos than bitcoin: A GARCH modelling of heterogeneous cryptocurrencies. *Finance Research Letters*, 47, 102544. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2021.102544>
- Ganti, A. (2021). *How Implied Volatility (IV) Helps You to Buy Low and Sell High*. Investopedia. Acedido a 14 de dezembro de 2021, em <https://www.investopedia.com/terms/i/iv.asp>
- Ghaiti, K. (2021). *The Volatility of Bitcoin, Bitcoin Cash, Litecoin, Dogecoin and Ethereum*. Dissertação de Mestrado em Ciências Empresariais. Telfer School of Management – University of Ottawa. 67 pp.

- Hayes, A. (2020). *Heteroskedasticity*. Investopedia. Acedido a 21 de fevereiro de 2022, em <https://www.investopedia.com/terms/h/heteroskedasticity.asp>
- Hayes, A. (2021). *Volatility Definition: Calculation & Market Examples*. Investopedia. Acedido a 13 de dezembro de 2021, em <https://www.investopedia.com/terms/v/volatility.asp>
- Hazlett, P. e Luther, W. J. (2019). Is Bitcoin Money? (And What that Means). *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3387886>
- Henriques, D. S. P. (2015, dezembro). *Assimetria na volatilidade - O impacto das más notícias nas rendibilidades do PSI 20*. Dissertação de Mestrado em Contabilidade e Gestão das Instituições Financeiras. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa. 82 pp. <https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/6529>
- Houden, R. e Snyers, A. (2018). *Cryptocurrencies and blockchain: Legal context and implications for financial crime, money laundering and tax evasion*. Policy Department for Economic, Scientific and Quality of Life Policies. European Parliament, Luxemburgo, PE 619.024 2018
- Hougan, M. e Lawant, D. (2021). Cryptoassets: The Guide to Bitcoin, Blockchain, and Cryptocurrency for Investment Professionals. *SSRN Electronic Journal*, 2–4. <https://doi.org/10.2139/ssrn.3792541>
- Howden, E. (2015, 7 de dezembro). The Crypto-Currency Conundrum: Regulating an Uncertain Future. *Emory Law Scholarly Commons*. <https://scholarlycommons.law.emory.edu/eilr/vol29/iss4/3/>
- Hull, J. (2018). *Options, Futures, and Other Derivatives* (10.^a ed.). Pearson.
- İçellioglu, C. A. e Öner, S. (2019). An Investigation on the Volatility of Cryptocurrencies by means of Heterogeneous Panel Data Analysis. *Procedia Computer Science*, 158, 913–920. <https://doi.org/10.1016/j.procs.2019.09.131>
- Ivanovski, Z., Stojanovski, T. e Narasanov, Z. (2015). Volatility and kurtosis of daily stock returns at MSE. *UTMS Journal of Economics*, 6(2), 209–221. <https://ideas.repec.org/a/ris/utmsje/0150.html>
- Jerónimo, S. R. (2015, fevereiro). *Assimetria na volatilidade dos principais índices bolsistas de Portugal, Irlanda, Itália, Grécia e Espanha: Um estudo comparativo*. Dissertação de Mestrado em Controlo de Gestão e dos Negócios. Instituto Superior de Contabilidade e Administração de Lisboa. 102 pp. <https://repositorio.ipl.pt/handle/10400.21/4615>
- Kakinaka, S., e Umeno, K. (2022). Asymmetric volatility dynamics in cryptocurrency markets on multi-time scales. *Research in International Business and Finance*, 62, 101754. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2022.101754>
- Katsiampa, P. (2017). Volatility estimation for Bitcoin: A comparison of GARCH models. *Economics Letters*, 158, 3–6. <https://doi.org/10.1016/j.econlet.2017.06.023>
- Kenton, W. (2020). *Heteroskedastic*. Investopedia. Acedido a 8 de março de 2022, em <https://www.investopedia.com/terms/h/heteroskedastic.asp>

- Kenton, W. (2021). *What Is Homoskedastic?* Investopedia. Acedido a 10 de março de 2022, em <https://www.investopedia.com/terms/h/homoskedastic.asp>
- Kohler, J. (2022). *Learn About Implied Volatility*. Investopedia. Acedido a 13 de janeiro de 2022, em <https://www.investopedia.com/articles/optioninvestor/08/implied-volatility.asp>
- Koima, J. K., Mwita, P. N. e Nassiuma, D. K. (2015). Volatility Estimation of Stock Prices using Garch Method. *European Journal of Business and Management*, 7(19).
- Kraken. (2022). *What is Solana?* Acedido a 11 de fevereiro de 2022, em <https://www.kraken.com/en-us/learn/what-is-solana-sol>
- Letra, I. J. S. (2016, junho). *What drives cryptocurrency value? A volatility and predictability analysis*. Dissertação de Mestrado em Decisão Económica e Empresarial. Instituto Superior de Economia e Gestão de Lisboa. 49 pp. <https://www.repository.utl.pt/handle/10400.5/12556>
- Macroption. *Historical Volatility Calculation*. (2012). Acedido a 23 de novembro de 2021, em <https://www.macroption.com/historical-volatility-calculation/#what-historical-volatility-is-mathematically>
- Masset, P. (2011, setembro). *Volatility Stylized Facts*. Ecole hôtelière de Lausanne; University of Fribourg - Faculty of Economics and Social Science. <https://ssrn.com/abstract=1804070>
- Miller, P., e Sammons, J. (2015). The cryptocurrency enigma. Em *Digital Forensics: Threatscape and Best Practices* (1ª ed., pp. 1–5). Syngress.
- Miller, R. (2021, 29 de junho). *Bitcoin Is A Cryptocurrency, But Is It Money?* Forbes. Acedido a 17 de dezembro de 2021, em <https://www.forbes.com/sites/rmiller/2021/03/23/bitcoin-is-a-cryptocurrency-but-is-it-money/>
- Natenberg, S. (2007). The Four Types of Volatility and How to Evaluate Them. Em *Option Volatility Trading Strategies* (1.ª ed., pp. 67–77). Wiley. <https://doi.org/10.1002/9781119204473.ch5>
- Ngunyi, A., Mundia, S. e Omari, C. (2019). Modelling Volatility Dynamics of Cryptocurrencies Using GARCH Models. *Journal of Mathematical Finance*, 09(04), 591–615. <https://doi.org/10.4236/jmf.2019.94030>
- Nugroho, D. B., Pamungkas, B. A. e Parhusip, H. A. (2020). Volatility Fitting Performance of QGARCH(1,1) Model with Student-t, GED, and SGED Distributions. *ComTech: Computer, Mathematics and Engineering Applications*, 11(2), 97–104. <https://doi.org/10.21512/comtech.v11i2.6391>
- Passinsky, A. (2020). Should Bitcoin Be Classified as Money? *Journal of Social Ontology*, 6(2), 281–292. <https://doi.org/10.1515/jso-2020-0022>

- Pessoa, P. F. P. (2012, janeiro). *Opções de conversão com movimento de reversão à média com saltos de Poisson: O caso do setor sucroalcooleiro*. Dissertação de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Departamento de Engenharia Industrial. <https://doi.org/10.17771/PUCRio.acad.18933>
- Phillips, D. (2021, 9 de novembro). *What Is VeChain (VET)?* CoinMarketCap - Alexandria. Acedido a 16 de fevereiro de 2022, em <https://coinmarketcap.com/alexandria/article/what-is-vechain-vet>
- Polygon. (2021). *The MATIC Token*. Acedido a 10 de fevereiro de 2022, em <https://polygon.technology/matic-token/>
- PwC. (2019, dezembro). *Cryptographic assets and related transactions: Accounting considerations under IFRS* (No. 2019–05). <https://www.pwc.com/gx/en/audit-services/ifrs/publications/ifrs-16/cryptographic-assets-related-transactions-accounting-considerations-ifrs-pwc-in-depth.pdf>
- Ramasasthy, A. (2014, 9 de setembro). *Is Bitcoin Money? Lawmakers, Regulators and Judges Don't Agree*. Verdict Justia. Acedido a 6 de janeiro de 2022, em <https://verdict.justia.com/2014/09/09/bitcoin-money>
- Ushad, S. A., Fowdar, S., Vinesh, S. R. e Jowaheer, M. (2008). Return Distributions: Evidence from Emerging African Stock Exchanges. *ICFAI Journal of Financial Economics*, 6(3), 41–52.
- Yermack, D. (2015). Is Bitcoin a Real Currency? An Economic Appraisal. Em D. Chuen (Ed.), *Handbook of Digital Currency: Bitcoin, Innovation, Financial Instruments, and Big Data* (1ª ed., pp. 31–43). Elsevier.
- Zhang, W., Wang, P., Li, X. e Shen, D. (2018). *Some stylized facts of the cryptocurrency market*. *Applied Economics*, 1–16. <https://doi.org/10.1080/00036846.2018.1488076>

UNIVERSIDADE DOS AÇORES
Faculdade de Economia e Gestão

Rua da Mãe de Deus
9500-321 Ponta Delgada
Açores, Portugal



DM

2022

A volatilidade das criptomoedas: Os casos da Polygon, Solana, Bittorrent, BitTorrent, Solana, Bittorrent, Polygon, Solana, Bittorrent, BitTorrent, Token e VeChain

Marisa Margarida Melo Ferreira