



UNIVERSIDADE DOS AÇORES  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO  
CAMPUS DE ANGRA DO HEROÍSMO

MESTRADO EM EDUCAÇÃO PRÉ-ESCOLAR E ENSINO DO  
1.º CICLO DO ENSINO BÁSICO

# **Os padrões e a resolução de problemas no 1.º Ciclo do Ensino Básico**

**Potencialidades para o ensino-aprendizagem da Matemática**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico

**Mestranda:** Maria do Rosário Ávila de Castro

**Orientadores:** Professor Doutor José Manuel Cascalho

Professor Doutor Ricardo Cunha Teixeira

**Angra do Heroísmo**

**Abril 2014**



UNIVERSIDADE DOS AÇORES  
DEPARTAMENTO DE CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

Maria do Rosário Ávila de Castro

# **Os padrões e a resolução de problemas no**

## **1.º Ciclo do Ensino Básico**

**Potencialidades para o ensino-aprendizagem da Matemática**

RELATÓRIO DE ESTÁGIO

Relatório de Estágio apresentado na Universidade dos Açores para obtenção do Grau de Mestre em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, Especialidade em Educação Pré-Escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, sob orientação científica dos Professores Doutores José Manuel Cascalho e Ricardo Cunha Teixeira.

**Angra do Heroísmo**

**Abril de 2014**

*Um matemático, como um pintor ou um poeta, é um criador de padrões. Se os seus padrões são mais permanentes que os dos outros, é porque eles são feitos de ideias.*

Godfrey Harold Hardy (1877-1947)

## **Agradecimentos**

Para a concretização deste trabalho foi essencial a colaboração de várias pessoas. A todas elas quero agradecer.

Aos meus orientadores, Professor Doutor José Cascalho e Professor Doutor Ricardo Teixeira, por me terem orientado, pela exigência, pelo apoio e incentivo, que sempre me desafiou a fazer mais e melhor, e pelas sugestões e recomendações que foram importantes para a realização deste trabalho.

Aos meus orientadores de estágio, Professor Doutor Pedro González e Professora Doutora Ana Isabel Santos, pela orientação, disponibilidade e atenção com que sempre nos ouviam, aconselhavam e apoiavam.

À professora cooperante Luísa Parreira por estar sempre disponível, preocupada e por tudo o que tive oportunidade de aprender com ela.

Às crianças da turma do segundo ano de estágio por serem quem são, únicas e especiais, tornando sempre os nossos dias diferentes.

À minha parceira de estágio, a Gabriela, por me ouvir e aconselhar, pelo muito que nos amparamos uma à outra durante todo este percurso e por partilhar os momentos menos bons, que só nos ajudaram a tornar mais fortes, lutadoras e a acreditar que eramos capazes.

Aos meus pais e à minha irmã por estarem presentes, pela compreensão, pelo carinho e por me apoiarem incondicionalmente em mais uma caminhada.

Aos meus amigos, que de diversas formas me ouviram em momentos críticos e sempre me deram o seu apoio e conforto, ajudando-me a ser forte e a seguir em frente e tornando, assim, possível a concretização de mais uma etapa na minha vida.

A todos, o meu sincero obrigado.

## Resumo

Este documento resulta de uma reflexão das práticas desenvolvidas no âmbito do estágio pedagógico inserido na unidade curricular de *Prática Educativa Supervisionada II*, do Mestrado em Educação Pré-escolar e Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, da responsabilidade do Departamento de Ciências da Educação da Universidade dos Açores. Por conseguinte, o presente relatório insere-se no contexto do Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico.

A nossa escolha recaiu sobre o seguinte tema: *Os padrões e a resolução de problemas no 1.º Ciclo do Ensino Básico: potencialidades para o ensino-aprendizagem da Matemática*. O documento abrange uma primeira parte teórica, onde é feita uma breve referência aos documentos curriculares norteadores do 1.º Ciclo do Ensino Básico, seguindo-se uma revisão da literatura sobre o tema foco. Na segunda parte, é apresentado o contexto onde decorreu o estágio e são descritas as tarefas propostas, seguindo-se uma reflexão do trabalho desenvolvido.

Procurou-se implementar aspetos importantes que assentam no desenvolvimento de aprendizagens a partir de tarefas propostas, promovendo-se a capacidade de identificar e descrever regularidades e padrões, em articulação com a resolução de problemas. Deu-se particular atenção aos materiais utilizados, às representações, à generalização e à comunicação. O tema deste trabalho insere-se nas competências transversais à área da matemática. Através dele, pudemos ainda abordar questões que extravasam um tema matemático em particular e que promovem também conexões com outras áreas do currículo, como se constata ao longo do documento.

Com a elaboração deste trabalho e refletindo sobre o percurso realizado, conclui-se que as tarefas implementadas, além de estimularem a identificação, construção e compreensão de padrões, proporcionaram aos alunos a oportunidade de comunicar em linguagem matemática e de generalizar padrões estudados, com claras vantagens para o desenvolvimento da capacidade de abstração. A exploração de padrões também contribuiu de forma pertinente para estimular o processo de resolução de problemas.

Pudemos constatar que, nos primeiros anos de escolaridade, a descoberta de padrões e a resolução de problemas são grandes potenciadores da atividade matemática, ao nível das capacidades de visualização, imaginação, generalização e comunicação.

**Palavras-chave:** estágio; ensino do 1.º ciclo do ensino básico; resolução de problemas; padrões; processos matemáticos; educação matemática.

## Abstract

This document is the outcome of the reflection on the developed practices in the pedagogical internship included in the curricular unit *Supervised Educational Practice II*, of the Master's Degree in Preschool Education and Elementary School teaching, from the Department of Educational Sciences of the University of the Azores. Therefore, this report is integrated in Elementary School teaching.

Our selection focuses on the following topic: *“The patterns and the resolution of problems in primary schools: the potential of Math teaching – learning”*. The document contains a first theoretical part, with a brief reference to the guiding curricular documents of elementary schools, followed by a revision of the literature on the topic. The second part presents the context where the internship occurred and describes the suggested tasks, followed by a reflection of the work done.

There was an effort to implement important aspects that are based on the development of learning experiences from suggested tasks, promoting the ability to identify and describe regularities and patterns, in articulation with the resolution of problems. Particular attention was given to the materials used, to the representations, to the generalization and to the communication. This work discusses, also, issues that go beyond a mathematical theme in particular and also promote connections with other areas of the curriculum, as seen throughout the document.

With the making of this work and looking back to the process that it took, we can conclude that the implemented tasks not only stimulated the identification, construction and comprehension of patterns, but also offered students the opportunity to communicate in a mathematical language and to generalize studied patterns, with clear advantages for the improvement of the capacity of abstraction. The development of patterns also pertinently contributed for the stimulation of the process of problem solving.

We could observe that in the early school years the discovery of patterns and the resolution of problems foster the visualization, imagination, generalization and communication skills and in that sense, they contribute decisively to improve the quality of mathematical activity in the classroom.

**Keywords:** internship; elementary schools, problem solving; patterns; mathematical processes; mathematical education.

## Índice Geral

Agradecimentos .....	iii
Resumo .....	iv
Abstract .....	v
Índice de Figuras.....	viii
Índice de Tabelas .....	ix
Introdução.....	1
<b>Parte I – Enquadramento Teórico.....</b>	<b>3</b>
Capítulo 1 – O Ensino da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico .....	3
Capítulo 2 – A Resolução de Problemas e a Descoberta de Padrões .....	6
2.1 Matemática: a ciência dos padrões .....	6
2.2 As representações no ensino da Matemática .....	12
2.3 A generalização: um processo no contexto do desenvolvimento do raciocínio matemático.....	17
2.4 A resolução de problemas na promoção de aprendizagens .....	18
2.5 A resolução de problemas articulada com o estudo de padrões.....	24
<b>Parte II – Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico.....</b>	<b>26</b>
Capítulo 3 – Procedimentos Metodológicos .....	26
3.1. Questões de partida e definição dos objetivos .....	26
3.2. Metodologia de intervenção .....	27
3.3. Técnicas e instrumentos de recolha e análise de dados.....	29
Capítulo 4 - Caracterização do Contexto de Estágio .....	31
4.1. O meio envolvente .....	31
4.2. A escola .....	32
4.3. A sala de aula.....	32

4.4. A turma.....	35
Capítulo 5 – Um Olhar Reflexivo sobre as Tarefas Desenvolvidas .....	36
5.1. Apresentação das tarefas desenvolvidas.....	37
5.2. O papel dos materiais no contexto da descoberta de padrões.....	45
5.3. Desenvolvimento do processo de generalização através da descoberta de padrões.....	53
5.4. A comunicação como incentivo à reflexão.....	59
5.5. A resolução de problemas na sala de aula .....	62
5.6. Estabelecer conexões.....	64
5.7. A implementação do tempo de estudo autónomo .....	67
Considerações Finais.....	71
Referências Bibliográficas .....	75

## Índice de Figuras

Figura 1: Termos relacionados com o conceito de padrão, adaptado de Vale (2009).....	8
Figura 2: Área da Matemática .....	33
Figura 3: Exemplos de rotinas nos tempos de Matemática .....	43
Figura 4: Castelo dos Números .....	46
Figura 5: Representação da sequência da tarefa 2 .....	47
Figura 6: Sequência da tarefa 2 .....	48
Figura 7: Criança a preencher a tabela, tarefa 3 .....	49
Figura 8: Desenho das mesas .....	50
Figura 9: Resposta n.º4 referente à da tarefa 2 .....	56
Figura 10: Identificação do grupo de repetição, tarefa 3 .....	57
Figura 11: Identificação dos sólidos que se repetem, tarefa 3.....	57
Figura 12: Tabela preenchida, tarefa 3.....	58
Figura 13: Crianças a decifram a poção mágica.....	64
Figura 14: A construção dos naperons.....	65
Figura 15: Naperons criados pelas crianças .....	66
Figura 16: Plano Individual de Trabalho (PIT) .....	68
Figura 17: Ficheiro de Sequências e Regularidades .....	68
Figura 18: Caderno para os momentos do TEA .....	69
Figura 19: Ficheiros na área da Matemática .....	70

## **Índice de Tabelas**

Tabela 1: Constituição da turma .....	35
Tabela 2: Distribuição por idades .....	35
Tabela 3: Tarefas realizadas .....	38
Tabela 4: Tarefas desenvolvidas relacionadas com diversos temas .....	44

## Introdução

A Matemática é uma disciplina com características muito próprias, por isso, a sua aprendizagem implica o que designamos por uma “atitude especial”. De facto, esta não deve ser vista como uma ferramenta utilizada para desenvolver de forma isolada o raciocínio e as competências cognitivas. Deve-se, sim, procurar incluir experiências de aprendizagem diversificadas. A Matemática é a ciência que permite um melhor e maior desenvolvimento de um raciocínio aplicável à abordagem de qualquer assunto ou temática, desenvolvendo, assim, a capacidade de integração e mobilização em diferentes contextos.

O professor tem um papel preponderante na forma como é realizada a aprendizagem da Matemática na sala de aula. Este deve saber o que está a ensinar, o modo como o faz e o porquê do que ensina e deve proporcionar tarefas motivadoras e desafiantes que envolvam os alunos.

Autores e investigadores, bem como os próprios programas do Ministério da Educação e Ciência, apontam para a importância desta área tendo em conta os seus diferentes temas e os seus diferentes saberes, tornando-se fundamental a atenção e o investimento por parte do professor, ainda mais tendo em conta a relação nem sempre positiva que as crianças têm com a Matemática.

A Matemática é um campo de conhecimento que, pela sua própria natureza, se interessa pelo estudo de padrões, permitindo com isso construir e ampliar conceitos e teorias. Por conseguinte, o tema apresentado neste trabalho permite, através de atividades exploratórias, promover descobertas e despertar o interesse e motivação dos alunos pela Matemática. Desde sempre, matemáticos, professores e educadores têm partilhado uma visão consensual no que concerne à importância do estudo de padrões, mencionando que estes constituem a essência de todo o trabalho em Matemática (Davis & Hersh, 1995; Devlin, 2002; NCTM, 2008).

Por outro lado, a prática da resolução de problemas é uma orientação curricular reconhecida como imprescindível para o ensino-aprendizagem da Matemática. Confrontar os alunos com problemas estimulantes, cuja resolução fomente o desenvolvimento de competências de forma integrada, constitui uma ferramenta poderosa para o ensino desta disciplina. Segundo Boavida *et al.* (2008), a resolução de problemas “facilita o desenvolvimento do raciocínio, da organização do pensamento e da capacidade de elaborar estratégias para lidar com [diversas] situações” (p. 127). A resolução de problemas desde há

muito que constitui um panorama universal de aprendizagem que deve estar, sempre que possível, presente e integrado nos diversos tipos de tarefas desenvolvidas. É, igualmente, considerada como um momento especial, em que a interação e o diálogo se propiciam. Quando apoiamos a nossa prática pedagógica na resolução de problemas, estamos a contextualizar a aprendizagem e a favorecer a aquisição de conhecimentos importantes. Sousa (s.d.) defende que “a resolução de problemas é uma estratégia didática/metodológica importante e fundamental para o desenvolvimento intelectual do aluno e para o ensino da matemática” (p. 1).

Tendo em conta todas estas considerações, foi com entusiasmo que abraçamos o desafio de trabalhar o processo matemático de resolução de problemas em articulação com a exploração de padrões. Decidimos, com isso, centrar o nosso trabalho num cruzar de temas e processos matemáticos, suportados por dois pilares: a exploração de padrões, que constitui o núcleo central da Matemática enquanto ciência; e a resolução de problemas, o motor do ensino-aprendizagem da Matemática. A articulação entre estes dois pilares fornece ainda pontes profícuas com as restantes áreas do currículo.

O presente trabalho é composto por uma *Introdução*, por cinco capítulos repartidos em duas partes, Parte I e Parte II, seguidos por algumas *Considerações Finais* e pelas *Referências Bibliográficas*. A Parte I intitula-se *Enquadramento Teórico*, da qual fazem parte os capítulos 1 e 2, respetivamente, *O Ensino da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico* e *A Resolução de Problemas e a Descoberta de Padrões*. No primeiro capítulo, é feita uma breve abordagem aos documentos e programas que constituem e fazem parte do 1.º Ciclo do Ensino Básico e o segundo capítulo foca-se na importância da descoberta de padrões, como sendo parte integrante da área da Matemática, discute a generalização como um processo no contexto do desenvolvimento do raciocínio matemático, aborda a resolução de problemas na promoção das aprendizagens e articulada este processo matemático com o estudo dos padrões.

A parte II do corpo deste trabalho designa-se por *Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico* e contém os capítulos 3, 4 e 5. O terceiro capítulo aborda os *Procedimentos Metodológicos*, onde é feita uma descrição e fundamentação das opções metodológicas e dos procedimentos relativos à recolha e análise de dados. Por sua vez, no quarto capítulo é apresentada a *Caracterização do Contexto de Estágio*, fazendo-se referência ao meio envolvente, à escola, à sala e à turma. No último capítulo, o quinto, é feita uma reflexão sobre o trabalho desenvolvido e as tarefas implementadas, tendo por base o tema do presente trabalho.

## **Parte I – Enquadramento Teórico**

### **Capítulo 1 – O ensino da Matemática no 1.º Ciclo do Ensino Básico**

Neste capítulo, aborda-se o modo como estão estruturados os diferentes programas curriculares do 1.º Ciclo do Ensino Básico, dando-se maior destaque aos programas de Matemática e às recomendações mais recentes.

Os programas são considerados documentos curriculares de referência para o desenvolvimento do ensino, onde são representadas, de modo pormenorizado, as finalidades de cada área, os objetivos cognitivos a alcançar, os conteúdos a adquirir e as aptidões gerais a desenvolver.

Começamos por referir o documento Organização Curricular e Programas do 1.º Ciclo do Ensino Básico – 1.º Ciclo (ME, 2004), que integra os programas para as áreas curriculares de Expressão e Educação: Físico-Motora, Musical, Dramática e Plástica. A organização curricular de cada uma destas áreas é pautada pelos seguintes componentes: princípios orientadores, objetivos gerais e blocos de aprendizagem. Em cada bloco é enunciado um conjunto de atividades de aprendizagem ou experiências educativas proferidas sob a forma de objetivos de ação. A área de Estudo do Meio, também integrada neste documento, apresenta-se organizada em blocos de conteúdo, precedidos de um texto preliminar, onde é definida a sua natureza e são dadas algumas indicações de carácter metodológico. Tendo em conta as áreas curriculares mencionadas anteriormente este foi um dos documentos que nos orientou durante o estágio.

As Metas Curriculares para o Ensino Básico (MEC, 2013) constituem outro documento que orienta o Ensino do 1.º Ciclo do Ensino Básico, onde são definidos conhecimentos e capacidades essenciais que os alunos devem alcançar, nos diferentes anos de escolaridade. As Metas Curriculares para a Matemática traduzem a intenção de organizar os conteúdos ordenados sequencialmente ou hierarquicamente, ao longo das várias etapas de escolaridade.

No contexto regional, o Currículo Regional da Educação Básica (SREF, 2011) é um documento que se organiza a partir da definição de oito competências-chave, que se consideram estruturantes para a formação integral e integrada dos alunos, para a Região dos Açores.

Por sua vez, o documento intitulado Referencial – Área da Formação Pessoal e Social e Área Curricular não Disciplinar de Cidadania (SREF, 2010) pretende, essencialmente, contribuir para que os alunos que frequentam a Educação Básica, em estabelecimentos de ensino da Região Autónoma dos Açores, tenham o acesso a uma área curricular orientada particularmente para o seu desenvolvimento pessoal e social e para a sua realização enquanto cidadãos conscientes, autónomos, responsáveis, reflexivos, críticos, preocupados com os outros e participativos.

Para as áreas de Português e Matemática, após 2004, foram homologados novos programas, nomeadamente, o Programa de Português do Ensino Básico (ME, 2009), o Programa de Matemática do Ensino Básico (ME, 2007), documento ainda em vigor no decurso do estágio, tendo em conta o ano de escolaridade da respetiva turma (2.º ano). Recentemente foi apresentado um novo Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013), que durante o ano letivo 2013/2014 foi já aplicado no 1.º e 3.º anos de escolaridade na escola em que estagiámos.

Assim, durante o estágio orientámo-nos essencialmente pelo Programa de Matemática do Ensino Básico (PMEB) homologado em 2007, mas por interesse e curiosidade em saber se existia algum conteúdo que se pudesse interligar com os que estavam a ser abordados no 2º ano de escolaridade, consultou-se esporadicamente o novo Programa de Matemática do Ensino Básico, homologado em 2013. Pareceu-nos ser pertinente uma vez que esta turma iria transitar para o 3º ano de escolaridade e, assim, já fomos estabelecendo uma primeira abordagem com este novo programa e familiarizando as crianças com as novas ideias e respetiva estruturação.

O PMEB (ME, 2007) foi elaborado e aperfeiçoado tomando como ponto de partida o reajustamento do Programa de Matemática para o Ensino Básico anterior, datado de 1990. No entanto, surgiram algumas inovações, pois apesar de terem sido feitas modificações não impediu que se introduzissem mudanças em alguns aspectos no sentido de melhorar a clareza e o conteúdo do que é apresentado como principais metas para o ensino da Matemática. Assim, foram redigidas e apresentadas novas Finalidades e Objetivos Gerais do Ensino da Matemática. Para além dos temas matemáticos, foram definidas três capacidades transversais a toda a aprendizagem da Matemática, expressamente – a Resolução de Problemas, o Raciocínio matemático e a Comunicação matemática. E, por último, este programa assume que o ensino-aprendizagem desenvolve-se em torno de quatro grandes temas matemáticos: Números e Operações, Álgebra, Geometria e Organização e Tratamento de Dados. (ME,

2007, p. 1). Este programa favoreceu a introdução de elementos de inovação importantes, o que “constitui um factor de possíveis mudanças nas práticas de ensino-aprendizagem na sala de aula e, em consequência, nas aprendizagens matemáticas dos alunos.” (Ponte & Serrazina, 2010, p. 6). Se for realizada uma pesquisa pela palavra “padrões”, encontramos-la nas Finalidades e Objetivos Gerais do Ensino da Matemática, nos Objetivos Gerais e nos Temas Matemáticos e Capacidades Transversais.

Nas Capacidades Transversais a desenvolver, no item da Resolução de Problemas, propõe-se a apresentação de problemas que possam ser resolvidos através de estratégias diversificadas, em particular através da “identificação de regularidades” (PMEB, 2007, p. 46).

Os autores Barbosa *et al.* (2011) referem que “o Programa de Matemática para o Ensino Básico (ME, 2007) enfatiza os padrões e regularidades, assumindo as atividades à volta deste tema um carácter transversal” (p. 11). Neste programa, no tema Números e Operações, mencionam-se os padrões, as regularidades, as sequências e as regras de formação de sucessões. São apresentados alguns exemplos para a procura de regularidades numéricas em sequências e tabelas de números e para a elaboração de sequências segundo uma lei de formação. Na Geometria e Medida, emergem referências a padrões, sequências, frisos, pavimentações e configurações. Por exemplo, é referido que “observar trabalhos de arte decorativa (azulejos, bordados e tapetes) pode entusiasmar os alunos a explorarem aspetos relacionados com simetrias e pavimentações e a aperceberem-se da beleza visual que a Matemática pode proporcionar” (ME, 2007, p. 21). Para finalizar, na Organização e Tratamento de Dados, nas Indicações Metodológicas, é sugerida a procura de regularidades na realização de várias experiências, referindo-se que “a realização de várias experiências, incluindo o registo apropriado e a sua interpretação, permite aos alunos concluir que, embora o resultado em cada realização da experiência dependa do acaso, existe uma certa regularidade no fim de muitas realizações da experiência” (p. 27).

De um modo geral, é possível mencionar que este documento curricular tem indicações bastante específicas à temática dos padrões, sendo evidente a ênfase da sua importância e a transversalidade nos diferentes temas matemáticos.

O Programa de Matemática do Ensino Básico (MEC, 2013), no tópico Números e Operações, aborda o conteúdo Sequências e Regularidades. Refere-se que os alunos devem resolver problemas envolvendo a determinação de termos de uma sequência dada a lei de formação e a determinação de uma lei de formação compatível com uma sequência parcialmente conhecida. Estas finalidades são também evidenciadas nas Metas Curriculares

(MEC, 2013) sob a forma de conhecimentos que os alunos devem alcançar e capacidades que devem desenvolver na área da Matemática, particularmente durante o 2º ano.

## **Capítulo 2 – A Resolução de Problemas e a Descoberta de Padrões**

Neste capítulo serão abordados alguns aspectos relacionados com o ensino e aprendizagem da Matemática, tendo em consideração os programas atuais, referentes às diversas áreas curriculares existentes e a bibliografia no que concerne à esfera da educação matemática.

É feita uma abordagem à Matemática e à descoberta de padrões, onde é evidenciada a importância do estudo de padrões para o ensino desta disciplina. Na secção seguinte, aborda-se a Resolução de Problemas, focando o conceito de problema e por, último, aborda-se a ligação do estudo de padrões à Resolução de Problemas.

### **2.1 Matemática: a ciência dos padrões**

De alguns anos a esta parte, diferentes autores têm vindo a procurar caracterizar a Matemática como uma ciência que se dedica à compreensão e ao estudo de padrões – aqueles que ocorrem na natureza, os que são inventados pela mente humana e mesmo aqueles que são criados por outros padrões (Steen, 1988, citado por Vale, 2009). Os autores Davis & Hersh (1995) também referem que “o próprio objetivo da matemática é, em certa medida, descobrir a regularidade onde parece vingar o caos, extrair a estrutura e a invariância da desordem e da confusão” (p. 167).

A Matemática é a ciência dos padrões. Esta é a definição mais consensual para definir esta área do saber. No contexto do ensino-aprendizagem, uma das consequências práticas desta definição é que se deve começar a encarar a Matemática como um processo onde os alunos se tornam capazes de explicar e justificar os procedimentos e raciocínios empregues, deixando de ser considerada como uma disciplina árida, regida apenas pela automatismo e pela aplicação cega de algoritmos. A verdade é que vários investigadores consignam a exploração de padrões como sendo uma atividade que “proporciona contextos de aprendizagens bastante ricos e motivantes para os alunos, onde o seu poder matemático pode ser explorado e a apreciação pela beleza matemática pode ser desenvolvida.” (Kilpatrick, Martin & Schifer, 2003; NCTM, 2008; Orton, 1999; Vale & Pimentel, 2005).

O próprio Currículo Nacional do Ensino Básico (ME, 2001), documento com mais de uma dúzia de anos, defende a Matemática como a ciência dos padrões. Contudo, esta prática de descoberta de padrões nem sempre tem sido aplicada no âmbito do Ensino da Matemática, algo que urge alterar. Os autores Zazkis e Liljadh (2002, citados por Lopes, 2012) referem mesmo que “os padrões são o coração e a alma da matemática” (p. 29). Neste sentido, o ensino da Matemática deve caracterizar-se pela descoberta e análise de padrões diversos que servem de mote a diferentes temas e atividades matemáticas. O ensino e a aprendizagem desta disciplina através da descoberta de padrões pode constituir um desafio e uma oportunidade de mudança no contexto da sala de aula.

De forma clara, o National Council of Teachers of Mathematics (NCTM), associação de professores de Matemática dos Estados Unidos da América, nos seus Princípios e Normas para a Matemática Escolar, documento traduzido em 2008 pela Associação e Professores de Matemática (APM), defende a importância do papel dos padrões (NCTM, 2008). De facto, o desenvolvimento de competências com padrões é significativo para a capacidade de:

- i) Resolver problemas;
- ii) Compreender conceitos e relações importantes;
- iii) Investigar relações entre quantidades (variáveis) num padrão;
- iv) Generalizar padrões através do uso de palavras ou variáveis;
- v) Continuar e relacionar padrões;
- vi) Compreender o conceito de função.

Da exploração e descoberta de padrões, emergem conceitos matemáticos com significado para os alunos. Nesta linha, o PMEB (ME, 2007), ao contrário dos anteriores programas dos anos 90, prevê a abordagem à temática dos padrões de forma explícita.

Quando se fala em padrões pensa-se logo em padrões visuais que se podem apreciar, por exemplo, na azulejaria, no artesanato e na tradicional calçada portuguesa, mas o conceito de padrão em matemática engloba muito mais do que isso. Segundo Adrián Paenza (2008), os padrões “tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou não. Podem emergir do mundo que nos rodeia, das profundidades do espaço e do tempo ou dos debates internos da mente” (p. 202). Esta interpretação enfatiza a existência de padrões de diversos tipos no Universo que nos rodeia, pois é possível identificá-los numa grande variedade de contextos: nos elementos matemáticos; na natureza; na arquitetura; na arte; nos sistemas computacionais, entre outros (Barbosa, 2009).

Em Matemática, usa-se o termo padrão quando se pretende procurar ordem ou estrutura e por isso os termos regularidade, repetição e simetria estão muitas vezes presentes (Frobisher, Frobisher, Orton & Orton, 2007, citado por Vale, 2012). Por exemplo, quando realizámos uma tarefa simples como preencher uma tabela de 100 podemos observar uma estrutura baseada somente na forma como os dígitos dos números são repetidos, esta é uma das primeiras experiências formais que podem ser realizadas em Matemática onde se revela o poder de percepção dos padrões pela criança (Van de Walle, 2007). A ideia basilar num padrão envolve repetição, um modo de continuação ou mudança, este deve ser compreendido na matemática escolar como uma componente transversal e não só como um tema a explorar. Smith (2003) indica que os elementos de mudança, repetição ou extensão são centrais na ideia de padrão.

O conceito de padrão apresenta uma natureza multifacetada, assim como muitas formas de exploração, podendo ser caracterizado de diferentes maneiras. Alguns dos termos associados à noção, conceito e construção de padrão são apresentados na figura 1.



**Figura 1:** Termos relacionados com o conceito de padrão, adaptado de Vale (2009).

A essência da Matemática consiste em procurar padrões e, a partir da análise da figura 1, podemos verificar que o conceito de padrão está associado a vários termos tais como: regularidade, sequência, regra, ordem, etc. Este é um sinal de riqueza do conceito e que, por isso, deve ser explorado na sua multiplicidade. Fica a ideia de que os padrões, em Matemática, estão associados à descoberta e à procura de relações para explicar aquilo com

que nos vamos deparando, enfim, constituem a força motivadora de exploração de todo o edifício matemático.

Ao longo do presente relatório, os termos “sequência” e “regularidade” serão abordados, pelo que se torna importante definir estes conceitos. O primeiro pode ser usado quando nos referimos a uma disposição ou arranjo de números, formas, cores ou sons onde se detetam regularidades (Vale, 2006). Por sua vez, o conceito regularidade assinala a relação existente entre os diversos objetos, aquilo que é comum a todos eles e que de certo modo os liga (Ponte, Branco & Matos, 2009). Assim, pode-se referir que o trabalho desenvolvido com sequências tem por origem a descoberta de regularidades, estando relacionado com o pensamento que diversifica, designadamente, a posição ou contagem associada a cada desenho ou número (Morais, 2012).

Segundo Ponte (2005), o estudo de padrões e regularidades é um meio privilegiado na Matemática que permite a aquisição de aprendizagens com significado para os alunos. Este mesmo autor também refere que a procura de padrões e regularidades e a formulação de generalizações em inúmeras situações devem ser estimuladas desde os primeiros anos do Ensino Básico. É importante, desde cedo, desenvolver a capacidade de identificar e descrever regularidades e padrões, bem como, continuar um determinado padrão ou criar novos padrões, sendo crucial a ênfase que se dá à realização de tarefas criativas que envolvam a descoberta de padrões. Tal prática promove nos alunos a capacidade de pensar sobre as relações matemáticas e de as representar simbolicamente, fomentando e consolidando a passagem do concreto para o abstrato.

Ponte, Branco e Matos (2009) referem quatro tipos de padrões: pictóricos, numéricos, repetitivos e crescentes. Também os autores Zazkis e Liljedahl (2002) fazem referência a diferentes tipos de padrões: padrões numéricos, padrões geométricos, padrões em procedimentos computacionais, padrões lineares e quadráticos e padrões repetidos. Ao analisar os programas mais recentes, conclui-se que existem dois tipos de padrões que são habitualmente referidos e utilizados no meio escolar: repetição e crescimento. De notar que, segundo Smith (2003), os elementos de repetição, mudança e extensão são o cerne da ideia de padrão.

Desde os primeiros anos de escolaridade, os alunos podem e devem ser encorajados a observar padrões e a representá-los tanto geométrica como numericamente. Por conseguinte, a procura de padrões em sequências numéricas pode ser uma boa oportunidade para introduzir ou relembrar números e relações numéricas, por exemplo, os números pares e ímpares, bem

como compreender o sentido de número nas suas várias vertentes. Também o cálculo mental promove o sentido de número e incentiva a criatividade e um trabalho eficaz com números, e mutuamente, um sentido de número mais apurado leva por sua vez ao desenvolvimento de outras estratégias de cálculo mental (Vale & Pimentel, 2009).

De acordo com os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008), durante os primeiros anos de escolaridade, “os professores deverão ajudar os alunos a fortalecer o sentido de número, transitando do inicial desenvolvimento das técnicas de contagem fundamentais para conhecimentos mais aprofundados acerca da dimensão dos números, relações numéricas, padrões, operações e valor de posição” (p. 91). É, igualmente, nestes anos que “os alunos desenvolvem a capacidade de lidar mentalmente com os números e de pensar sobre eles sem recorrer a um modelo físico” (p. 92).

É essencial propiciar aos alunos diversas experiências que lhes possibilitem a edificação de diferentes significados do número. Desta forma os alunos irão ponderar a relevância dos números para fazer cálculos e também irão aprender a observar e a ter noção de como os números podem ser utilizados em inúmeros contextos do percurso escolar, bem como das suas vivências.

Como bem salienta Baroody (2002), “um sentido de número bem desenvolvido ajuda a flexibilizar as formas de resolver os problemas e dá um sentido de controlo ou poder sobre os números” (p. 346), o que é imprescindível num mundo em que a Matemática está cada vez mais presente no quotidiano. Assim, torna-se relevante mencionar o sentido do número nos primeiros anos de escolaridade, de forma a perceber o seu desenvolvimento, os obstáculos que os alunos encontram e definir qual a melhor forma de atuar de modo a identificar as suas dificuldades, ajudá-los a ultrapassar essas dificuldades e, também, a aperfeiçoar as nossas práticas.

Segundo Serrazina (2007),

é hoje aceite por todos que um bom desenvolvimento das capacidades matemáticas se inicia nos primeiros anos e que as aprendizagens matemáticas futuras estão intimamente relacionadas com a qualidade das experiências iniciais em Matemática. Através das experiências do dia-a-dia, os alunos desenvolvem de modo informal e gradualmente muitas das ideias matemáticas relativas a números, padrões, quantidades, formas, tamanhos, etc.

(p. 7)

As pessoas, em muitos momentos do dia, estão perante situações que envolvem uma sequência de números. Por exemplo, o carteiro para encontrar uma determinada residência

numa rua observa uma certa regra de numeração das casas: de um lado estão dispostas as casas de numeração par em sequência crescente ou decrescente e, do outro lado, as de numeração ímpar. Num edifício, a numeração de apartamentos indica também o andar em que ele se localiza. O ser humano também observa vários movimentos naturais que seguem uma determinada sequência, formando, assim, um padrão: os períodos do dia, as estações do ano, as fases da lua, entre outros exemplos. Desde a Antiguidade, grande parte do trabalho dos matemáticos e cientistas tem sido observar e registrar fenômenos que ocorrem segundo um padrão. O encontro de um padrão ou regularidade possibilita a compreensão, previsão e controle desses fenômenos.

No presente relatório é dado maior ênfase ao estudo dos padrões de repetição. Este tipo de padrão é um dos mais abordados nos primeiros anos de escolaridade. Segundo Threlfall (1999), um padrão de repetição é um padrão em que há uma unidade visível que se repete ciclicamente. Esta estrutura cíclica é formada pela aplicação repetida de uma pequena parte do padrão, chamada unidade de repetição (Liljedahl, 2004, citado por Barbosa, 2009). A complexidade de um padrão de repetição vai aumentando conforme vai variando alguns dos atributos dos elementos que o constituem (como o tamanho, a cor, a orientação, ...).

Ao analisar este tipo de padrões os alunos têm a oportunidade de continuar a representação do padrão, de procurar regularidades e estabelecer generalizações. Warren (2008, citado por Barbosa, 2009) reforça as potencialidades dos padrões de repetição para promover a generalização, referindo que os alunos são capazes de generalizar relações entre diferentes objetos dentro de padrões de repetição e ao longo de várias repetições. No presente trabalho, os alunos também foram desafiados a descobrir e compreender a unidade de formação, isto é, a unidade que se repete. À medida que os alunos exploram vão reconhecer e continuar a sequência, analisam-na e descrevem-na, e identificam a sua lei de formação, neste caso, baseada na repetição.

Qualquer padrão pode ser caracterizado no que respeita à forma como pode ser repetido ou prolongado. Temos o exemplo dos padrões que apresentam simetrias e que podem ser repetidos ou prolongados. Algumas das atividades realizadas e apresentadas neste relatório evidenciam isso mesmo. O conceito de simetria de uma figura do plano assenta no conceito de isometria do plano e tem presença obrigatória ao longo de todo o Ensino Básico. Tal é claro em ambos os programas de Matemática, quer no de 2007 como no de 2013.

Basicamente, uma simetria de uma figura do plano é uma isometria ou movimento rígido do plano que a deixa invariante: a figura inicial e a sua transformada sobrepõem-se por

completo. Existem quatro tipos de simetria, tantos quantos os tipos de isometria: simetria de reflexão ou axial; simetria de rotação ou rotacional; simetria de translação ou translacional; e simetria de reflexão deslizante. Nas atividades desenvolvidas, explorou-se essencialmente o conceito de simetria axial, normalmente o primeiro a ser introduzido no Ensino Básico. Ao se fixar uma reta do plano, a reflexão associada a essa reta mantém invariante a figura estudada. Essa reta designa-se por eixo de simetria. A brochura de Breda *et al.* (2011) e o livro de Eduardo Veloso (2012) são excelentes referências no domínio do estudo matemático do conceito de simetria.

## 2.2. As representações no ensino da Matemática

O uso de representações no ensino da Matemática tem ganho destaque nos últimos anos, designadamente a partir da publicação dos Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008). A palavra *representação* pode ter diferentes significados, depende do contexto em que é usada. Goldin (2008) diz que uma representação é “uma configuração que pode representar outra coisa de alguma forma. Por exemplo, uma palavra pode representar um objeto da vida real; um numeral pode representar o número de elementos de um conjunto ou representar a posição de um número na reta numérica” (p. 178).

As autoras Pinheiro e Vale (2013), baseando-se em Bruner (1977), falam de três sistemas diferentes de representação: as representações *enactive* que estão ligadas à ação, especificamente com o manuseamento de objetos e materiais manipuláveis; as icónicas que utilizam imagens, desenhos, esquemas; e, por último, as simbólicas que utilizam símbolos, vocabulário matemático e linguagens que envolvem um conjunto de regras essenciais, quer para o trabalho com Matemática como para a sua compreensão. Mason, Johnston-Wilder e Graham (2005, citados por Barbosa, 2009) defendem que o principal objetivo destes três tipos de representação é fazer com que os alunos progridam da ação de manipular objetos, para imaginar o “resultado desse movimento” e, por fim, para uma representação abstrata por intermédio de símbolos.

As representações podem ser: internas, quando as formas integram as estruturas cognitivas de um indivíduo; ou externas, quando são utilizadas para comunicar ideias. Romberg, Fennema e Carpenter (1993) entendem as representações internas como estruturas cognitivas complexas interiorizadas pelo aluno e que simbolizam ideias matemáticas. Por outro lado, Dufour-Janvier, Bednarz e Belanger (1987, citados por Barbosa, 2009)

mencionam que as representações externas correspondem a todas as organizações simbólicas externas, sendo as palavras, figuras, tabelas, gráficos, diagramas e as cadeias de símbolos as formas mais comuns de representações externas. Estas surgem quando se tenciona comunicar as ideias matemáticas que vão sendo construídas. Os autores Goldin e Shteingold (2001, citados por Barbosa, 2009) referem que “a interação entre as representações externas e internas é fundamental para um ensino-aprendizagem significativos” (p. 29). Mesmo que os professores não consigam observar diretamente as representações internas dos alunos, estes autores defendem que se podem fazer ilações sobre elas com base na avaliação das suas representações externas.

De realçar que as ideias matemáticas podem ser representadas de forma não convencional quando os alunos revelam as suas ideias de modo a fazer-lhes sentido. São exemplo disso os desenhos, ou esquemas ou mesmo a linguagem natural. Valério (2005, citado por Morais, 2012) refere que este tipo de representação pode ser o início para a evolução e construção de conhecimento, proporcionando uma aprendizagem mais significativa para os alunos, tendo em conta que estes adotam um papel mais ativo. As representações convencionais são representações externas e incluem, segundo (Morais, 2012), “tabelas, enquanto registo organizado de valores numéricos; gráficos cartesianos; rectas numéricas; notações algébricas; diagrama de Venn; entre outras. Estas representações são também representadas e processadas internamente” (p. 19).

Assim, é possível identificar diversas formas de raciocinar acerca de uma situação problemática através das representações, pelo que lhe são atribuídas duas funções primordiais: “ferramentas de raciocínio e instrumentos de comunicação” (NCTM, 2008, p. 240). Ao longo do trabalho desenvolvido, os alunos foram convidados em diversas situações a analisar, resolver e discutir as tarefas propostas, tendo sido dado destaque à comunicação oral, à comunicação escrita, bem como às representações realizadas pelos alunos.

Segundo Valério (2005), os alunos ao representar “estão a exteriorizar aquilo que pensam e a forma como organizam essa informação” (p. 38). Este mesmo autor refere ainda que os diferentes tipos de representação podem constituir uma forma de: ultrapassar o problema de expressão verbal através de um suporte visual; ligar o real ao abstracto; ou explorar e aprofundar um determinado conceito. Os alunos quando usam representações tornam-se mais ativos na construção do seu conhecimento, pois essas representações podem “ajudar os alunos a organizarem o seu raciocínio”, bem como a “tornar as ideias matemáticas mais concretas e acessíveis à reflexão” (NCTM, 2008, p. 76).

Citando Barbosa (2009), “a investigação sobre a importância da visualização e do papel das imagens mentais na actividade matemática, tem também contribuído de forma significativa para o reconhecimento e utilidade das representações na formação de conceitos matemáticos” (p. 27). Os tipos de visualização que os alunos necessitam, tanto em contextos matemáticos como em outros, relacionam-se com a capacidade de: criar, manipular e "ler" imagens mentais que orientam as investigações matemáticas, auxiliando na constituição de conexões lógicas e demonstrações; visualizar informação espacial e quantitativa, interpretando a informação que lhes seja apresentada; rever e analisar passos e raciocínios anteriormente empregues, recorrendo a objetos que podem tocar, desenhar e interpretar.

No ensino da Matemática, a visualização é uma forma de representação de uma figura ou de um objecto. Porém, também podemos tratar a visualização como um processo capaz de auxiliar na construção do *fazer matemático* e como elemento facilitador da comunicação de conceitos relativos a diferentes temas matemáticos. Nesse sentido, a visualização em Matemática não pode ser entendida, apenas, como uma forma de representar objetos matemáticos. De facto, a “visualização matemática é o processo de formação de imagens (mentalmente, ou com papel e lápis, ou com o auxílio da tecnologia) e utilização dessas imagens para descobrir e compreender Matemática” (Zimmermann & Cunningham, 1991, p. 3).

Arcavi (2003) apresenta uma definição de visualização que se adequa às ideias defendidas por Zimmermann e Cunningham (1991) e por Hershkowitz, Parzys e Dormolen (1996):

A visualização é a capacidade, o processo e o produto de criação, interpretação, utilização e análise de figuras, imagens e diagramas, na nossa mente, no papel ou por intermédio de ferramentas tecnológicas, com o propósito de descrever e comunicar informação, pensar sobre e desenvolver ideias previamente desconhecidas e progredir no conhecimento. (p. 217)

O recurso às representações, em particular, às representações de cariz visual pode facilitar a compreensão de alguns conceitos matemáticos mais abstratos levando, assim, a interiorizá-los e a torná-los mais claros. Para Eisenberg e Dreyfus (1989, citado por Barbosa, 2009), “a visualização está associada à representação visual” (p. 33).

Autores como Bishop (1989) desenvolveram pesquisas acerca dos impactos da visualização no currículo escolar, em que se destaca a importância desta no ensino da Matemática, não apenas para a aplicação de conhecimentos matemáticos, mas também para a

formação de conceitos em Matemática. Este autor alerta também para a existência de alunos que possuem uma habilidade para a visualização mais desenvolvida em relação a outros.

Como já referimos anteriormente, entende-se a Matemática como a ciência que estuda padrões, que se revelam particularmente adequados à descrição da realidade, permitindo a sua compreensão. Sabe-se, também, que estudar padrões requer a capacidade de abstração, o que torna complexa a compreensão de conceitos e de processos matemáticos. Neste contexto, a representação visual assume um papel importante, pois a componente visual facilita a assimilação das ideias, permite “dar o salto” cognitivo entre o exemplo concreto e a essência do conceito ou processo abstrato. Note-se que “o termo visualização é usado para significar o procedimento mental que permite mover de um objecto físico visível para a sua representação mental (...) [através] de desenhos, tabelas, diagramas e gráficos” (Gilbert, 2007, citado por Vale, 2012, p. 8). Zazkis, Dubbinsky e Dautermann (1996, citado por Barbosa, 2009) descrevem a visualização como uma ação realizada por um indivíduo que articula “uma relação entre um construto interno e algo que se tem acesso pelos sentidos” (p. 33).

As representações visuais são utilizadas quando se deseja propagar uma ideia através de uma imagem. O autor Gilbert (2007, citado por Vale, 2012) diz-nos que, muitas vezes, é mais acessível explicar um conceito a partir de uma imagem visual do que por uma sequência de palavras, sendo, também, mais fácil e rapidamente compreendida e retida. Alguns alunos pensam por vezes de forma visual por ser para eles a forma mais apropriada. No entanto, para outros é fundamental que as suas aptidões visuais sejam desenvolvidas e a descoberta de padrões pode ser um óptimo contexto de aprendizagem (Orton, 1999; Vale 2009).

É de sublinhar que a visualização tem um papel essencial no raciocínio do aluno e as tarefas com padrões figurativos desenvolvem a percepção visual. Na exploração do padrão, “ver” esse padrão, ou seja, identificar as suas principais propriedades é prioritariamente a primeira etapa.

Por todos estes motivos, na resolução de uma tarefa devemos estar atentos às características figurativas que podem estar relacionadas com a generalização. É importante os professores proporem aos seus alunos tarefas desafiantes levando à possibilidade de fazerem generalizações tendo em conta as propriedades das figuras bem como as suas características. Isabel Vale (2009) defende que “as tarefas com padrões podem contribuir para uma nova visão da natureza da Matemática e proporcionar contextos interessantes de aprendizagem a que os professores podem recorrer para proporcionar aos alunos a desejável compreensão de vários tópicos matemáticos” (p. 3).

As tarefas podem ser de natureza diversa e podem sugerir diferentes representações. Ainda segundo a mesma autora, “toda a actividade matemática necessita de recorrer a representações, sendo estas entidades usadas para explicar algo e que usualmente, adquirem a forma de analogias, desenhos ou manipuláveis” (Vale, 2009, p. 8).

Muitas oportunidades de aprendizagem da Matemática, no contexto do 1.º Ciclo do Ensino Básico, podem também ser potenciadas pela utilização de materiais didáticos como auxílio à implementação de um leque diversificado de tarefas de exploração. Por conseguinte, a utilização destes materiais possibilita às crianças diferentes experiências de ensino-aprendizagem. No presente trabalho, veremos como diversos materiais serviram de auxílio à descoberta de padrões e à resolução de problemas. No PMEB (ME, 2007), defende-se que “os alunos devem utilizar materiais manipuláveis na aprendizagem de diversos conceitos” (p. 9).

Através da utilização de diferentes tipos de materiais podemos avaliar a aprendizagem de conceitos matemáticos e o desenvolvimento das capacidades transversais do ensino da Matemática, sendo estas: a resolução de problemas, o raciocínio matemático e a comunicação matemática. Assim, durante o desenvolvimento de tarefas matemáticas, com recurso a materiais e em articulação com as diferentes capacidades transversais do ensino da Matemática, surgem oportunidades promissoras para a promoção de novas aprendizagens matemáticas.

No Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (ME, 2001), pode ler-se que “materiais manipuláveis de diversos tipos são, ao longo de toda a escolaridade, um recurso privilegiado como ponto de partida ou suporte de muitas tarefas escolares” (p. 71). Podemos referir a existência de materiais manipuláveis estruturados e materiais manipuláveis não estruturados. Os primeiros são materiais criados com o objetivo de desenvolver competências específicas na área da matemática. Alguns destes materiais são os blocos lógicos, os calculadores multibásicos, as barras cuisenaire, o material base 10, o geoplano, os pentaminós, o tangram e os polydrons. Por outro lado, consideram-se materiais manipuláveis não estruturados os que são obtidos dos objetos comuns do quotidiano utilizados pelo professor na sua prática, como, por exemplo, grãos de feijão, folhas de papel, lápis, dados, materiais recicláveis, entre outros.

No trabalho desenvolvido ao longo das práticas, optou-se por utilizar materiais manipuláveis não estruturados, pois estes podiam ser facilmente empregues nas tarefas propostas e também envolvem, auxiliam, beneficiam e potenciam o trabalho dos alunos e do professor, bem como das suas aprendizagens. De facto, os materiais manipuláveis não

estruturados são instrumentos relevantes a ter em conta no processo de ensino-aprendizagem da Matemática. É ainda de salientar que sendo a natureza da atividade intelectual dos alunos o objeto essencial de uma investigação em educação, a utilização de materiais manipuláveis constitui um meio e não um fim.

### **2.3. A generalização: um processo no contexto do desenvolvimento do raciocínio matemático**

Os padrões, tendo em conta a sua natureza, são considerados um contexto significativo e privilegiado para trabalhar a Matemática e são uma forma de incentivar os alunos a explorar ideias importantes, como por exemplo, a generalização. A generalização é considerada pelo NCTM (2008) como uma das principais finalidades do ensino da matemática. Assim, os padrões, tendo em consideração a sua natureza constituem o contexto privilegiado para abordar a Matemática. A literatura refere vários estudos que nos levam a concluir que as tarefas com padrões são potenciadoras do desenvolvimento da capacidade de generalizar e da promoção do pensamento algébrico. Isto é, a exploração de padrões poderá ser um contexto muito rico para desenvolver a capacidade de generalização “na medida em que promove o reconhecimento das características comuns aos diferentes termos de padrão, ou seja, das relações existentes entre as variáveis envolvidas, e possibilita a construção de uma regra geral” (Mestre & Oliveira, 2011, p. 219).

Em Matemática, uma generalização é uma afirmação que descreve uma regra geral sobre um determinado conjunto de dados. Em conformidade com Mason (1996, citado por Mestre & Oliveira, 2011), “a generalização é *o coração da Matemática* e pode desenvolver-se de diversas formas” (p. 204). Este autor refere que uma das maneiras de desenvolver a capacidade de generalização “é sensibilizar para a distinção entre *olhar para e olhar através*, conjugando-se esta última com a capacidade de *ver a generalização a partir do particular*” (p. 204).

Segundo Stacey (1989, citado por Vale, 2012), as tarefas de exploração de padrões podem incluir dois tipos de generalização: a generalização próxima que consiste na descoberta do termo seguinte, levando o aluno a estabelecer relações recursivas, e a generalização distante que envolve a descoberta do padrão e requer uma compreensão da sua lei de formação, em que o aluno procura a sua relação funcional. Importa realçar que é importante colocar questões que permitam a mobilização do raciocínio, levando a desmontar

processos, a acrescentar ideias e a provar afirmações como meios essenciais para o desenvolvimento da capacidade de generalização. Os autores Pimentel, Vale, Freire, Alvarenca e Fão (2010) referem que o processo de generalização emerge de forma natural da observação e análise de situações particulares e de um questionamento adequado.

O tópico Sequências e Regularidades percorre todo o Ensino Básico, tendo como principal objetivo contribuir para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos números. No 1º ciclo este tópico integra o tema Números e Operações, envolvendo a exploração de regularidades numéricas em sequências e em tabelas de números (ME, 2007). Tem-se como intenção que os alunos sejam capazes de identificar a lei de formação de uma determinada sequência e a explicarem por palavras suas. O desenvolvimento deste tema e do trabalho realizado com sequências tem um grande contributo para o desenvolvimento do sentido de número, sendo um alicerce para o desenvolvimento da sua capacidade de generalização. De acordo com o PMEB (ME, 2007),

os alunos devem procurar regularidades em sequências de números finitas ou infinitas (estas usualmente chamadas sucessões), e podem observar padrões de pontos e representá-los tanto geométrica como numericamente, fazendo conexões entre a geometria e a aritmética. Este trabalho com regularidades generalizáveis, segundo regras que os alunos podem formular por si próprios, ajuda a desenvolver a abstracção e contribui para o desenvolvimento do pensamento algébrico. (p. 14)

Os padrões, a criatividade e o gosto pela Matemática também estão interligados. Segundo Orton (1999), os padrões permitem que os estudantes construam uma imagem mais positiva da Matemática porque apelam fortemente a que desenvolvam o seu sentido estético e a criatividade, estabeleçam várias conexões entre os diferentes temas, promovam uma melhor compreensão das suas capacidades matemáticas, desenvolvam a capacidade de classificar e ordenar informação e compreendam a ligação entre a Matemática e o mundo que vivem (Vale *et al.*, 2008).

#### **2.4. A resolução de problemas na promoção de aprendizagens**

As finalidades delineadas para a matemática escolar ao longo dos anos têm vindo a modificar-se, de modo a acompanhar o desenvolvimento e as dificuldades da Sociedade. Centrar a Matemática na resolução de tarefas rotineiras, atualmente, não responde às determinações colocadas nem colabora para um melhor entendimento do que é a Matemática

e do que significa *fazer matemática* tendo em conta o nosso sistema de ensino. É neste sentido que, desde os anos oitenta, “a resolução de problemas tem vindo a assumir um papel fundamental na matemática escolar considerando-se que a exploração de tarefas desta natureza envolve os alunos em momentos genuínos de actividade matemática.” (Barbosa, 2010, p. 32).

Em concordância com o Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais (ME, 2001), a competência matemática a ser trabalhada pelos alunos durante a Educação Básica invoca veementemente ao trabalho não rotineiro e requer, por exemplo, “explorar situações problemáticas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, formular generalizações, (...), discutir com outros e comunicar descobertas” (p. 57). Por conseguinte, a intenção é permitir que os alunos tenham a oportunidade de realizar e envolver-se em momentos verdadeiros de atividade matemática, facultar a existência de um processo de interesse pela descoberta, estabelecendo-se então uma proximidade do trabalho do aluno com o trabalho do matemático.

Dinamizar o processo de ensino-aprendizagem da Matemática na sala de aula pode ser um grande desafio. Uma estratégia viável no plano de ação do professor pode passar por implementar o processo de resolução de problemas, recorrendo à exploração de situações do quotidiano. Note-se que “a resolução de problemas implica que a criança compreenda e represente mentalmente a situação descrita verbalmente e consiga elaborar um procedimento de resolução” (Narciso & Paulus, 2005, p. 28).

É importante expressar situações-problema do nosso quotidiano através da linguagem matemática. Assim, ao apresentar situações matemáticas o mais próximo possível da realidade, por exemplo, com situações do dia a dia, a Matemática pode tornar-se menos abstrata, despertando nos alunos o interesse, gosto e prazer em aprendê-la. Com isso, pode criar-se momentos ricos de exploração, promovendo-se uma aprendizagem tão agradável quanto significativa. A resolução de problemas é um modo de proporcionar aos alunos formas de desenvolverem o seu potencial através da criatividade e aplicabilidade dos seus conhecimentos.

Vejamos como podemos definir problema. No NCTM (2008), menciona-se que

um problema genuíno é uma situação em que, para o indivíduo ou para o grupo em questão, uma ou mais soluções apropriadas precisam ainda de ser encontradas. A situação deve ser suficientemente complicada para constituir um desafio, mas não tão complexa que surja como insolúvel. (p. 11)

Alvarenga e Vale (2007) dizem ser “consensual que se está perante um problema quando a situação não pode ser resolvida pelo percurso imediato a processos conhecidos e estandardizados” (p. 3). Para ajudar a chegar à solução, envolve-se o recurso adicional de processos mentais, constituindo um apoio para que os alunos consigam resolver problemas com interesse e êxito.

Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) defendem que um bom problema deverá, comumente, ter três características:

- ser desafiante e interessante a partir de uma perspectiva matemática;
- ser adequado, permitindo relacionar o conhecimento que os alunos já têm de modo que o novo conhecimento e as capacidades de cada aluno possam ser adaptadas e aplicadas para completar tarefas;
- ser problemático, a partir de algo que faz sentido e onde o caminho para a solução não está completamente visível.

A resolução de problemas é uma forma pela qual a Matemática se desenvolve. Um problema tem o seu grau de importância relacionado com a quantidade de ideias novas que traz a esta área e o quão é capaz de estimular os inúmeros domínios da Matemática, principalmente, aqueles em que não está diretamente relacionado.

No contexto da educação matemática, um problema, mesmo simples, pode promover o gosto pelo trabalho mental se desafiar à curiosidade e conceder ao aluno o gosto pela descoberta da resolução. Segundo Alvarenga e Vale (2007), “a procura da solução envolve o recurso adicional de processos mentais que podem ajudar a chegar à solução e que constituem um apoio para que os alunos consigam, com entusiasmo e sucesso, resolver problemas” (p. 3).

Assim, os problemas podem impulsionar a curiosidade do aluno e fazê-lo interessar-se pela Matemática, de forma que, ao tentar resolvê-los, o aluno adquire criatividade e aperfeiçoa o raciocínio, além de aplicar e aumentar o seu conhecimento matemático. De acordo com Pólya (2003), um problema até pode ser simples, contudo, se desafiar a curiosidade e as capacidades criadoras dará a oportunidade a quem o resolver de sentir a tensão – durante a resolução – e o prazer de encontrar a solução.

A resolução de problemas é, assim, considerada uma situação de aprendizagem, em que o aluno se confronta com questões às quais não consegue responder de forma imediata, mas que o levam a reflectir no como e no porquê, sempre na procura da solução.

No documento Organização Curricular e Programas (ME, 2001), salienta-se que “a resolução de problemas constitui, em Matemática, um contexto universal de aprendizagem e

deve, por isso, estar sempre presente, associada ao raciocínio e à comunicação e integrada naturalmente nas diversas actividades” (p. 68). Em suma, um problema é uma situação não rotineira, que se apresenta como um desafio para o aluno, em que se apela à criatividade de raciocínio e ao recurso a diferentes estratégias e métodos de resolução.

A resolução de problemas é uma parte importante do processo ensino-aprendizagem da Matemática. O PMEB (ME, 2007) elege a resolução de problemas como uma capacidade transversal aos diferentes temas matemáticos e destaca-a como uma atividade distinta para os alunos fortalecerem, aplicarem e aprofundarem o seu conhecimento matemático, tendo como principais objetivos: compreender problemas em contextos matemáticos e não matemáticos; adequar ao contexto as soluções a que as crianças chegaram; monitorizar o seu trabalho e refletir sobre as suas estratégias; e formular novos problemas. Segundo Narciso e Paulus (2005),

é importante que os alunos adquiram desenvoltura para lidar com problemas matemáticos, solucionando problemas de diversos tipos, por exemplo, relativos a contextos do seu dia a dia, pois seja como for, os enunciados melhor compreendidos são os que referem a situações familiares e significativas para a criança. (p. 28)

Pólya foi o primeiro matemático a apresentar uma heurística de resolução de problemas específica para a Matemática, de modo a organizar o processo de resolução de problemas. Este sugeriu uma aproximação à resolução de problemas em quatro etapas fundamentais. Na verdade, para além dessas etapas são sugeridas inúmeras estratégias que podem ser utilizadas nas situações apropriadas. Importa salientar que este matemático não pretendeu que essa sequência de etapas fosse percorrida fielmente, uma depois da outra. Além disso, se for pertinente ou necessário pode-se voltar atrás.

As quatro etapas de resolução problemas segundo Pólya (2003) são:

### **1ª etapa – Compreensão do problema:**

- ler cuidadosamente o problema, se necessário várias vezes;
- compreender o significado de cada termo utilizado;
- identificar, claramente, os dados do problema e o objetivo pretendido;
- reescrever o problema por palavras próprias (muitas vezes é uma boa ajuda no esclarecimento de dúvidas).

#### **2ª etapa – Elaboração de um plano:**

- encontrar a conexão entre os dados e o objetivo do problema;
- definir uma estratégia / plano de resolução;
- poderá ser necessário considerar e explorar problemas auxiliares ou particulares.

#### **3ª etapa – Execução do plano:**

- compreender e executar a estratégia definida;
- verificar a correção de “cada passo”;
- se necessário, voltar à 2ª etapa e elaborar um novo plano.

#### **4ª etapa – Verificação dos resultados:**

- implica uma reflexão sobre a resolução do problema, “revedo-a e discutindo-a”;
- procurar reflectir sobre o método seguido, de forma a poder recorrer a esse método em outros problemas.

Estas quatro etapas são fundamentais para ajudar os alunos a resolver um determinado problema. Ao longo destas etapas, os alunos são estimulados a organizar o seu pensamento de um modo mais metódico e eficiente. Segundo Pólya (2003), a quarta etapa é a mais importante pois esta faculta uma depuração e abstracção da solução do problema. As ideias de Pólya ajudam o aluno a organizar o seu pensamento, e concordámos que, quando temos as ideias organizadas, a solução de um problema torna-se correntemente mais simples em comparação a uma situação onde as ideias não estão organizadas.

Já há algum tempo que a resolução de problemas é considerada fundamental na aprendizagem da Matemática e deve estar sempre presente ao longo do pré-escolar e 1.º Ciclo do Ensino Básico. Quando os professores promovem a resolução de problemas na sua prática pedagógica, favorecem a aquisição de conhecimentos relevantes. Por outro lado, o professor que conhece e aplica as etapas da resolução de problemas, conduz os alunos, por etapas, à sua resolução, favorecendo a criatividade e alavancando-os para novas descobertas.

Ao professor cabe um papel ativo e investigativo, com a intenção de transformar as suas aulas num laboratório de Matemática onde os alunos *matematizem*. Um professor deve ser, ele próprio, um formulador e resolvidor de problemas, pois só assim sente a essência dos problemas matemáticos. Assim, ao professor compete: colocar problemas de acordo com o desenvolvimento cognitivo das crianças e com as suas vivências; promover o trabalho de grupo, a apresentação de resultados, discussão e reflexão dos mesmos; questionar as crianças ao longo de resolução de problemas para suscitar o debate de ideias e o desenvolvimento do

raciocínio; incitar a curiosidade natural das crianças e o seu espírito investigativo; desenvolver a capacidade reflexiva e espírito crítico dos alunos, bem como a comunicação matemática. (Vale *et al.* 2008)

Expandir a capacidade de resolução de problemas nos alunos é considerada uma das finalidades importantes do ensino da Matemática. É nessa perspectiva que a problemática da comunicação ganha uma importância significativa, pois, constitui a base essencial das aprendizagens matemáticas. Entendendo-se por comunicação um processo social onde os intervenientes interagem, trocando informações, influenciando-se reciprocamente na construção de significados.

O PMEB (ME, 2007) distingue a Comunicação Matemática como uma importante capacidade transversal para aprendizagem da Matemática, juntamente com a Resolução de Problemas e o Raciocínio Matemático, salientando que “os alunos devem ser capazes de comunicar as suas ideias e interpretar as ideias dos outros, organizando e clarificando o seu pensamento matemático” (p. 5). Quer isto dizer que os alunos devem ser capazes, entre outras coisas, de interpretar enunciados apresentados de forma oral ou escrita, expressar ideias usando uma linguagem matemática precisa, descrever e explicar estratégias e processos utilizados nas suas produções, argumentar e discutir argumentações apresentadas por outros colegas e/ou professores (ME, 2007). Como refere o documento do NCTM (2008), “a comunicação matemática deverá incluir a partilha de raciocínios, a colocação de questões e justificação de ideias” (p. 226).

Esta importância dada à comunicação coloca nas mãos do professor a tarefa árdua de promover a explicitação, por parte dos alunos, dos seus raciocínios com clareza, tarefa que em parte foi conseguida em algumas situações que iremos descrever na segunda parte deste relatório.

A comunicação matemática é desenvolvida através da comunicação oral e escrita que é preponderante para a organização de ideias, para a consolidação do pensamento dos alunos, na partilha e discussão de ideias e na apresentação de estratégias e raciocínios matemáticos. Como salienta o NCTM (2008), os alunos anunciam, organizam, elucidam e solidificam os seus pensamentos através da comunicação matemática. O raciocínio matemático desenvolve-se através de experiências que favorecem aos alunos oportunidades que incentivem o pensamento e em momentos de partilha e debate na sala de aula.

## 2.5. A resolução de problemas articulada com o estudo de padrões

Vale (2013) refere que os padrões são a essência da Matemática e a linguagem na qual é expressa, sendo a Matemática a ciência que analisa e sintetiza esses mesmos padrões. Segundo Vale *et al.* (2008), a exploração de padrões é de uma enorme riqueza que reside na transversalidade, tanto ao nível de conteúdos como das capacidades que promove nos estudantes de qualquer nível, e também na forte ligação que tem com a resolução de problemas.

Pesquisar um padrão é uma estratégia possante de resolução de problemas, e a busca da expressão da generalidade constitui também em si uma atividade de resolução de problemas. Ferrini-Mundy, Lappan e Phillips (1996, citados por Vale, 2000) defendem que o conhecimento matemático pode ser desenvolvido através de problemas que envolvam a descoberta de padrões e que através destes surge a álgebra como um modo de generalizar e representar esse conhecimento. Abrantes, Serrazina e Oliveira (1999) acrescentam ainda que, para os alunos, este tipo de abordagem é bastante intuitiva e converge de forma significativa para o desenvolvimento do raciocínio, bem como para o estabelecimento de conexões entre as diversas áreas da Matemática.

Foi nosso objetivo abordar o processo de resolução de problemas envolvendo a descoberta de padrões, por considerar que as tarefas que exploram essa descoberta podem contribuir de forma privilegiada para o desenvolvimento de capacidades adequadas e criativas da resolução de problemas. Esta estreita ligação entre a descoberta e estudo de padrões e a resolução de problemas é essencial, não só por Pólya (2003) considerar a procura de padrões como uma das suas heurísticas na resolução de problemas, mas porque também é bastante visível no facto de estimular o cruzamento de diferentes processos matemáticos, numa convergência de um leque significativo de ferramentas matemáticas, tais como: exploração, experimentação, formulação, conjectura, generalização, prova, comunicação e discussão de ideias (Vale, 2009). Por sua vez, Barbosa (2009) salienta que, considerando a procura de padrões como estratégia da resolução de problemas, “os alunos podem experienciar a utilidade da matemática e simultaneamente desenvolver o seu conhecimento acerca de novos conceitos” (p. 55).

Vale (2006) refere ter “tido a percepção de que o reconhecimento de padrões existentes nos números, nas formas e no mundo à nossa volta é o início de uma exploração que ajuda os alunos a continuar, completar e generalizar padrões e sobretudo a resolver problemas” (p. 11).

Vale *et al.* (2008) acrescentam ainda que é “através da resolução de problemas, onde a procura de padrões [é] uma estratégia fundamental, [que] os estudantes [podem] experimentar a utilidade da matemática e desenvolver o conhecimento de novos conceitos, e os professores [podem] encontrar contextos interessantes para desenvolver o poder matemático do aluno” (p. 2).

Recordamos o documento do NCTM (2008), referido na página 7 deste relatório, em que se afirma que o desenvolvimento de competências com padrões é importante para:

- i) Resolver problemas;
- ii) Compreender conceitos e relações importantes;
- iii) Investigar relações entre quantidades (variáveis) num padrão;
- iv) Generalizar padrões através do uso de palavras ou variáveis;
- v) Continuar e relacionar padrões;
- vi) Compreender o conceito de função.

Não é, de facto, por acaso que no topo da lista se encontra a resolução de problemas. Em suma, a resolução de problemas por intermédio da descoberta de padrões constitui uma oportunidade para desenvolver competências de forma multifacetada, dentro do edifício matemático (aprofundando conceitos matemáticos e aplicando diversos processos matemáticos) e em conexão com as outras áreas do currículo.

## **Parte II – Intervenção Educativa no 1.º Ciclo do Ensino Básico**

### **Capítulo 3 – Procedimentos metodológicos**

Neste capítulo, são apresentados os procedimentos metodológicos. Primeiramente são apresentadas as questões de partida e os objetivos gerais e específicos delineados para este trabalho, seguindo-se a metodologia de intervenção utilizada, bem como as técnicas e instrumentos de recolha e análise de dados.

#### **3.1. Questões de partida e definição dos objetivos**

O surgimento e posterior desenvolvimento de uma pesquisa resulta de uma vontade de conhecer melhor uma determinada temática. Mas, essa vontade não deve cingir-se somente à curiosidade, deve ser sistematizada e seguir determinados procedimentos. Para tal, primeiramente, foram definidas duas perguntas de partida, estas devem ser claras, exequíveis e pertinentes e segundo Quivy e Campenhoudt (1992), “o investigador tenta exprimir o mais exatamente possível o que procura saber, elucidar e compreender melhor” (p. 30). Estas perguntas de partida surgem como a ideia base para iniciar o estudo, sendo elas:

- De que forma, partindo de contextos do dia a dia das crianças, a descoberta de padrões pode promover os diferentes processos matemáticos?
- Como é que a resolução de problemas pode estimular a procura por padrões?

#### **Objetivos gerais:**

- Incentivar o gosto pela Matemática;
- Promover atividades que permitam desenvolver a capacidade de identificar e descrever regularidades e padrões, em articulação com diferentes processos matemáticos, com destaque para a resolução de problemas.

#### **Objetivos específicos:**

- Desenvolver atitudes positivas face à Matemática e a capacidade de apreciar esta ciência;

- Levar as crianças a adquirirem autoconfiança nos seus conhecimentos e capacidades matemáticas, e autonomia na sua utilização;
- Explorar situações matemáticas, em articulação com as diferentes áreas do currículo;
- Procurar e identificar regularidades em tarefas desenvolvidas com recurso a diferentes materiais;
- Formular generalizações através da descoberta de padrões;
- Desenvolver a habilidade para resolver problemas, em articulação com a descoberta de padrões;
- Relacionar situações problemáticas com contextos do dia a dia.

### **3.2. Metodologia de intervenção**

Um método corresponde a um caminho, meio, percurso, projeto de raciocínio, previamente determinado para abordar e compreender fenómenos. E as técnicas são os processos práticos que implementam o método tendo por objetivo a pesquisa, recolha e tratamento de dados.

Durante a realização deste trabalho teve-se o cuidado para que todos os procedimentos globais fossem realizados de forma coerente e que as sugestões e oportunidades que surjissem fossem aplicadas de forma flexível, crítica e inventiva.

Foi nossa intenção educativa a existência de um processo reflexivo de observação, planeamento, ação e avaliação do trabalho desenvolvido pela mestranda, de forma a adequar sempre a prática à necessidade das crianças. Porque, na nossa opinião, deve haver uma continuidade educativa que consiste no processo que parte do que as crianças já sabem e aprenderam, criando, assim, condições para o sucesso nas aprendizagens seguintes.

O desenrolar de todo o trabalho teve de ser feito de uma forma processual e os seus dispositivos metodológicos foram elaborados com lucidez em função das perguntas de partida e dos objetivos gerais e específicos, previamente delineados.

Assim, para a realização deste relatório foi utilizada uma metodologia de cunho qualitativo de cariz interpretativo, tendo por base uma experiência de estágio pedagógico, realizado a pares, tendo sido desenvolvido numa turma de 2.º ano de escolaridade, com 20 alunos, com a duração de 5 semanas de intervenção e mais duas de observação. De realçar que, “em educação, a investigação qualitativa é frequentemente designada por *naturalista*, porque o investigador frequenta os locais em que naturalmente se verificam os fenómenos nos quais está interessado, incidindo os dados recolhidos nos comportamentos naturais das

peças: conversar, visitar, observar, comer, etc” (Guba, 1978; Wolf, 1978a; citados por Bogdan & Biklen, 1994, p. 17). O estudo foi desenvolvido no seu contexto natural, tentando sempre interpretar os dados recolhidos em termos dos significados imediatos e dos indivíduos envolvidos na ação.

Durante o estágio houve um momento destinado somente à observação e, um momento posterior, à intervenção, intercalada com as intervenções da colega de estágio (nesses momentos assumíamos o papel de observador participante).

Em todos os momentos em que houve a oportunidade de observar, foram registados, por escrito, pormenores importantes e descritas situações que pareciam ser relevantes para o desenvolvimento do trabalho a realizar com as crianças.

As intervenções, durante o estágio pedagógico, foram sempre todas pensadas e planificadas em conjunto com a professora cooperante e com a colega de estágio de modo a existir um trabalho coerente e estruturado. Tendo em conta todo o trabalho desenvolvido, uma sequência de tarefas foi construída e implementada considerando os objetivos do presente trabalho. As tarefas foram escolhidas tendo em consideração a faixa etária das crianças, os programas curriculares e os conteúdos que se pretendia abordar.

A planificação do trabalho teve sempre em conta o resultado das observações de cada criança e do grupo, no sentido de permitir uma diferenciação pedagógica e garantir a adequação do trabalho desenvolvido ao grupo de crianças em questão. Note-se que a planificação é

um instrumento de clarificação e gestão das opções e prioridades educativas (o quê, o porquê e o como) assumidas num determinado momento. Tem como finalidade otimizar a prática educativa. Para planificar, o [professor] terá que apoiar-se em princípios teóricos (curriculares e pedagógico-didáticos) para, uma vez contextualizados esses princípios, adaptar o seu pensamento às componentes e características fundamentais da ação concreta. (Vilar, 1993)

Sempre que se inicia um empreendimento mais ou menos complexo, tendo em vista alcançar determinadas metas, torna-se importante fazer uma previsão da ação a ser realizada. Esta previsão servirá como fio condutor que orienta toda a ação. Por isso, no que se refere ao domínio da educação, esta necessidade torna-se cada vez mais importante, planificando-se, assim, as atividades a desenvolver. Devido à natureza e ação a que se refere, cada planificação tem um momento próprio para ser realizada. Esta é importante mas não deve ser rígida, mas sim flexível, pois deverá ser uma previsão do que se pretende fazer, tendo em conta as atividades, material de apoio e, essencialmente, o contributo das crianças.

### 3.3. Técnicas e instrumentos de recolha e análise de dados

Segundo Carmo e Ferreira (1998), “a escolha das técnicas depende do objectivo que se quer atingir, o qual, por sua vez, está ligado ao método de trabalho” (p. 175). Para o presente relatório, as técnicas de recolha de dados utilizadas foram a observação direta participante e a pesquisa documental.

Sobre a observação e, segundo Estrela (1994), podemos afirmar que

só a observação permite caracterizar a situação educativa à qual o professor terá de fazer face em cada momento. A identificação das principais variáveis em jogo e a análise das suas interações permitirão a escolha das estratégias adequadas à prossecução dos objectivos visados. Só a observação dos processos desencadeados e dos produtos que eles originam poderá confirmar ou infirmar o bem fundado da estratégia escolhida. (p. 128)

Vale (2000) refere que “a observação é a melhor técnica de recolha de dados do indivíduo em actividade, em primeira-mão, pois permite comparar aquilo que diz, ou que não diz, com aquilo que faz” (p. 233). Assim, a observação desempenha um papel fulcral em qualquer metodologia de investigação, o ato de observar é um ato aberto, surge das hipóteses que levamos para o contexto. Saber observar constitui uma etapa essencial na iniciação do investigador. Em termos educacionais, o professor deve ser capaz de observar para recolher e organizar criteriosamente a informação e para adaptar-se continuamente aos elementos que fazem parte do seu estudo.

Para Carmo e Ferreira (1998), “existem várias formas de tipificar as técnicas de observação. Uma forma usual de o fazer é distingui-las de acordo com o envolvimento do observador no campo do objecto de estudo” (p. 106). Assim, neste caso em específico, podemos falar de observação direta, ao observar as atividades ao vivo na sala de aula. A observação direta é o único método em investigação que capta no momento os comportamentos em si mesmo, sem a medição de qualquer documento ou testemunhos. (Quivy & Campenhoudt, 2003). E em observação direta, “fala-se de *observação participante* quando, de algum modo, o observador participa na vida do grupo por ele estudado” (Estrela, 1994, p. 31). A observação participante é o método de recolha de dados mais utilizado, é usualmente seguido quando se pretende estudar uma comunidade durante um longo período de tempo, participando na vida coletiva. As observações realizadas, durante todo o estágio, no ambiente natural dos alunos (contexto de sala de aula) contribuíram bastante para a compreensão das ações por eles levadas a cabo aquando da realização das tarefas.

A pesquisa documental constitui uma técnica importante na pesquisa qualitativa, seja para complementar informações obtidas por outras técnicas, seja para explanar aspectos novos de um tema ou problema (Ludke & André, 1986). Esta foi realizada por meio de dados de registos fornecidos pela professora cooperante e por diferentes materiais escolares, designadamente, cadernos, livros escolares e produções dos alunos. Em suma, toda a documentação consultada e analisada permitiu conhecer melhor a prática pedagógica e a turma em questão, bem como cada criança, que deve ser vista como um ser único, com características e necessidades próprias.

Os instrumentos de trabalho utilizados para a recolha de dados foram o diário de bordo, o registo fotográfico e as produções dos alunos.

No que concerne ao diário de bordo, Bogdan e Biklen (1994) dão a designação *notas de campo*, nas quais o “investigador registará ideias, estratégias, reflexões e palpites”, ou seja, “o relato escrito daquilo que o investigador ouve, vê, experiencia e pensa no decurso da recolha e refletindo sobre os dados de uma estudo qualitativo” (p. 150). Este é um instrumento que permite registar as observações diárias no contexto de sala e turma, isto é, é um registo precioso de toda a observação direta participante realizada durante o estágio pedagógico.

O registo fotográfico também não deixa de ser importante. Os autores Bogdan e Biklen (1994) afirmam que “a fotografia está intimamente ligada à investigação qualitativa (...). As fotografias dão-nos fortes dados descritivos, são muitas vezes utilizadas para compreender o subjectivo e são frequentemente analisadas indutivamente” (p.183). De facto, os registos fotográficos representam um avanço na pesquisa porque permitem compreender e “ver” aspetos que não se consegue através de outras abordagens. Hine (1973, citado por Bogdan & Biklen, 1994) sugere mesmo que “as imagens dizem mais do que as palavras” (p. 184).

Todas as informações e dados adquiridos foram, posteriormente, analisados e relacionados com os conceitos estudados, a partir de uma análise por categorização simplificada, indo, assim, ao encontro das respostas para as questões de partida, bem como da consecução dos objetivos delineados. Os dados foram analisados em toda a sua riqueza. Conforme Bogdan & Biklen (1994) defendem, a “análise [de dados] envolve o trabalho com os dados, a sua organização, divisão em unidades manipuláveis, síntese, procura de padrões, descoberta dos aspectos importantes e do que deve ser aprendido e a decisão sobre o que vai ser transmitido aos outros” (p. 205). Neste seguimento, foi feita uma descrição pormenorizada da realização de todas as tarefas de interesse para o presente relatório e, posteriormente, foram

destacados os aspetos e significados essenciais para uma melhor e mais adequada interpretação de todo o processo.

## **Capítulo 4 - Caracterização do Contexto de Estágio**

No presente capítulo, faz-se uma breve caracterização: do meio envolvente, evidenciando os recursos que apresenta; da escola, em que se destacam as potencialidades do espaço; da sala de aula, com destaque para alguns aspetos que nos pareceram pertinentes relativos ao seu modo de funcionamento, às rotinas envolvidas e aos instrumentos de trabalho utilizados; e, por último, da turma onde intervimos, pois conhecer a turma e as suas particularidades permitiu-nos adequar as atividades àquilo que eram as necessidades e interesses dos alunos, bem como adaptar as estratégias de trabalho à organização e aos recursos existentes na sala de aula.

### **4.1. O meio envolvente**

A Escola Básica e Secundária Tomás de Borba localiza-se no Concelho de Angra do Heroísmo, mais propriamente, em São Carlos, na freguesia de São Pedro, sendo esta uma das cinco freguesias urbanas do concelho, com 3,85 km<sup>2</sup> de área e 3 460 habitantes (de acordo com os censos de 2011), o que corresponde a uma densidade populacional de 898,7 hab/km<sup>2</sup>.

A cidade de Angra do Heroísmo é uma cidade histórica e tradicionalmente rica em expressões culturais e recebeu o título de Património Mundial da Humanidade pela UNESCO, em 1983. A cidade possui várias instituições que merecem ser destacadas pela sua importância e qualidade. São exemplos, a Biblioteca Pública e Arquivo Regional, o Centro Cultural e de Congressos, o Instituto Açoriano da Cultura e o Museu de Angra do Heroísmo.

Em São Carlos estão implementados importantes equipamentos e serviços, como a Creche e a Escola Profissional da Santa Casa da Misericórdia de Angra do Heroísmo, a residência do representante da República Portuguesa, a Direção Regional de Estudos e Planeamento do Governo Regional dos Açores, o Clube Desportivo e Recreativo de São Carlos, a Rádio Horizonte e as instalações da Portugal Telecom. Constatámos que são inúmeros os recursos que a comunidade nos oferece e que podemos recorrer, para desenvolver eventuais visitas, trabalhos por projeto, atividades da escola, entre outros.

## **4.2. A escola**

A Escola Básica e Secundária Tomás de Borba acolhe cerca de 1282 alunos no seu total, sendo que abrange níveis de ensino desde o Pré-Escolar ao Ensino Secundário. Em relação à Educação Pré-Escolar, existem duas turmas e o 1º Ciclo de Ensino Básico dispõe de sete turmas. Esta escola possui um núcleo de Educação Especial e Serviços de Orientação e Psicologia. Por ser uma escola de artes, inclui o Ensino Artístico, servindo não só as crianças desta escola mas, também, as de outras, que embora externas desejam ter formação nesta área.

Esta é uma escola de grandes dimensões, sendo que a parte dedicada ao Pré-Escolar e ao 1.º Ciclo funciona num dos extremos de um corredor que tem acesso direto para o exterior.

As crianças dos níveis de ensino acima referidos podem frequentar, sem restrições, todos os espaços da escola, dos quais se destacam a biblioteca, as instalações desportivas e os laboratórios.

No espaço exterior da escola, que é bastante amplo, existe um pequeno parque infantil. No entanto, é de mencionar a falta de um espaço onde as crianças possam permanecer em dias de chuva, na hora do recreio, sem ser nos corredores ou mesmo no interior das salas.

## **4.3. A sala de aula**

A sala ocupada pela turma de estágio apresenta um espaço um pouco limitado para o número de crianças que a frequentam (19). Apesar de a sala possuir três grandes janelas, não é muito favorecida em termos de luz natural, isto porque as janelas possuem persianas metálicas exteriores fixas, que não abrem na sua totalidade.

A sala apresenta-se disposta em “U”, fazendo com que os alunos se possam ver uns aos outros e, também, permitindo ao docente ter um maior controlo sobre a turma. A sala está organizada por áreas: a área da escrita, a área da matemática e a área da biblioteca; de notar que estas áreas foram reorganizadas pelas estagiárias e pela professora cooperante. Cada uma das áreas apresenta-se devidamente identificada e apetrechada com materiais adequados para cada uma. Assim, os recursos existentes encontram-se expostos e organizados pelas respetivas áreas, de modo a permitir uma utilização livre e estruturante.

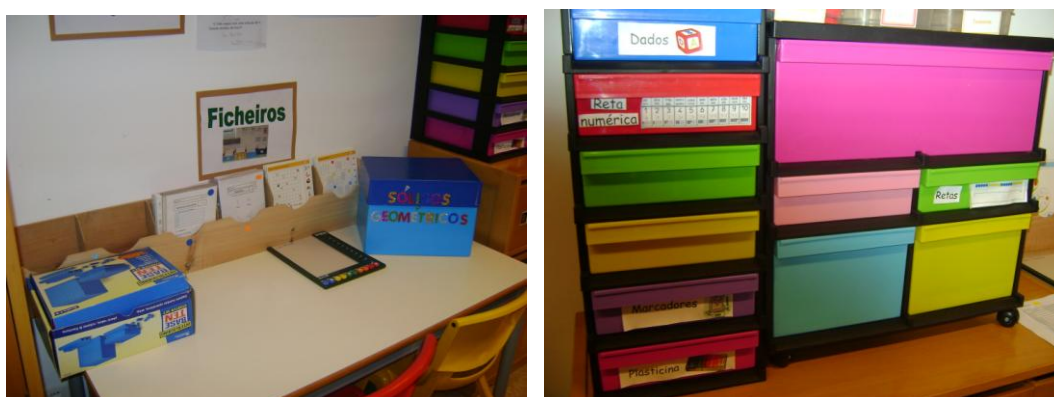
A área da biblioteca tem o objetivo de promover o prazer pela leitura e serve de suporte a trabalhos e projetos. Assim, tentamos diversificar a biblioteca integrando livros de diferentes tipos e com diferentes funções, de modo a incentivar a sua utilização,

nomeadamente, livros de histórias, de poesia, de pesquisa de informação, de apoio ao desenvolvimento de projetos, de receitas e livros feitos pelas crianças.

A área da escrita dispõe de um conjunto de ficheiros, organizado em prateleiras, que correspondem às várias áreas do programa do ano em que a turma se encontra a frequentar. Os ficheiros vão sendo colocados ou retirados consoante determinados conteúdos vão sendo abordados. De destacar também que os ficheiros estão devidamente ordenados e classificados para permitir a fácil localização e arrumação por parte das crianças. A área de escrita também dispõe de um computador que serve, por exemplo, de apoio para a escrita de textos ou pesquisa de informação.

A área da Matemática já tinha o seu espaço definido, mas ainda não estava totalmente organizada no início do estágio. Assim, em conjunto com a colega de estágio e com a professora cooperante, reorganizámo-la de modo a tornar-se mais funcional para os alunos.

Nesta área, existe um armário com várias gavetas, devidamente identificadas com etiquetas, onde estão disponíveis geoplanos, tangrans, colares de contas, régua numérica, etc. Foi criado pelos alunos, num dos tempos de Expressão Plástica, um conjunto de sólidos geométricos, que estão guardados numa caixa. A caixa encontra-se em cima de uma mesa que pertence a esta área. A mesa em causa também dispõe de uma caixa com um MAB e de um conjunto de ficheiros referentes a vários conteúdos da e temas de Matemática. As crianças podem recorrer a esse conjunto de ficheiros durante os momentos de Estudo Autónomo, bem como a outros materiais que estão disponíveis nessa área para auxiliar as diversas atividades. Os ficheiros vão sendo colocados ou retirados à medida que conteúdos matemáticos vão sendo abordados, com a finalidade de desenvolver o treino de conteúdos programáticos e a ampliação de conhecimentos (ver figura 2).



**Figura 2:** Área da Matemática.

Esta sala também dispõe de uma diversidade de instrumentos de trabalho de organização e de avaliação, a começar pelo mapa das tarefas. As tarefas são rotativas, sendo a troca feita semanalmente para que os alunos possam desempenhar todas essas tarefas com regularidade. O mapa de tarefas tem como objetivo permitir que cada criança tome consciência que o seu desempenho, em determinada tarefa, condiciona a dinâmica do grupo, conduzindo-a assim a uma progressiva responsabilização e a adquirir hábitos de trabalho e cooperação. Segue-se o diário de turma, que funciona como suporte à negociação e à regulação da vida quotidiana da turma, com base nas opiniões, críticas, esclarecimentos, justificações e sugestões dos alunos e da professora. Tem como objetivo promover: a regulação de conflitos através da análise das situações que os produziram; a reflexão crítica sobre as normas instituídas para a sala de aula; e a mediação de conflitos, evitando a passagem a atos menos próprios, permitindo uma distanciação do momento do conflito e dando uma finalidade à informação que foi escrita.

Destaca-se também a utilização de uma grelha para agendar o trabalho com o professor, que é feito nos momentos de Tempo de Estudo Autónomo, e de uma grelha para agendar as apresentações de produções, que são realizadas duas vezes por semana. Deve referir-se, por fim, o Plano Individual de Trabalho (PIT) que é uma espécie de mapa de planeamento das atividades e verificação do seu cumprimento, onde se torna visível não só o trabalho de estudo e treino de competências que cada um se propõe realizar, mas também o registo de outros trabalhos e responsabilidades assumidas pelo aluno como ator, no contexto de de atividades de manutenção e organização do trabalho de turma ou da escola (Niza, 1998).

No que diz respeito às rotinas da sala, existem as rotinas semanais, cujo planeamento ajuda a estruturar o trabalho a desenvolver ao longo da semana, bem como a escolha de tarefas a explorar. Destaca-se também o conselho de turma. Há também a rotina diária, designadamente o tempo de estudo autónomo. Também existe outro tipo de rotinas, as de Português e as de Matemática que são realizadas no início de cada tempo destas áreas curriculares.

Todas estas rotinas podem ser consideradas como uma atividade permanente, são essenciais para o processo de aprendizagem e são organizadas para atingir diversos objetivos didáticos relacionados com o ensino e com a aprendizagem. Apresentam, necessariamente, um nível progressivo de desafios e podem ou não ser relacionadas com conteúdos abordados em determinada altura. Antes do começo de cada rotina, é estipulado o tempo que os alunos têm para a realizar. Note-se que a duração de uma rotina varia de acordo com o conteúdo

abordado e com o tipo de tarefa pedida (grau de dificuldade). A dinâmica de cada rotina é sempre corrigida e adaptada, tendo por base a participação ativa das crianças da turma.

#### 4.4. A turma

A turma é constituída por dezanove alunos, onze raparigas e oito rapazes, do 2º ano, turma C, com idades compreendidas entre os 6 e os 8 anos, como podemos analisar nas tabelas 1 e 2.

Total de alunos	Sexo feminino	Sexo masculino
19	11	8

**Tabela 1:** Constituição da turma.

5 anos	6 anos	7 anos	8 anos
		16	3

**Tabela 2:** Distribuição por idades.

Existem 2 alunos com Necessidades Educativas Especiais: um dos alunos segue um Currículo Específico Individual e o outro possui um Currículo com Adaptações Curriculares. Existe também um aluno retido (está no 2º ano pela 2ª vez), um aluno medicado para a Hiperatividade, 3 alunos no nível 1 e 2 alunos com dificuldades de aprendizagem que recebem apoio educativo. É um grupo em que, para além das referidas situações específicas, existem diversos “subníveis”, destacando-se algumas dificuldades de concentração, de compreensão e de raciocínio, detetadas inicialmente.

No início do ano, no contexto das semanas de observação, pudemos realizar uma breve avaliação diagnóstica nas diferentes áreas programáticas. Assim, na área do Português, detetamos que as principais dificuldades da turma eram ao nível da leitura: esta deve ser automatizada e fluente, pelo que entendemos que é necessário haver mais treino da leitura. Ao nível da compreensão oral, as dificuldades existentes devem-se essencialmente à falta de concentração. Na escrita, como não foram sistematizados os grupos consonânticos e dígrafos, é compreensível as dificuldades apresentadas. As crianças mostraram-se capazes de ordenar frases e de legendar imagens. Alguns alunos escrevem textos sem ajuda. No conhecimento explícito da língua, a turma revela mais dificuldades no alfabeto, nomeadamente, na identificação e distinção das letras maiúsculas e minúsculas, em identificar quais são as vogais, quais as consoantes e na fronteira gráfica da palavra.

Na área da Matemática, no tema organização e tratamento de dados, não são apresentadas muitas dificuldades. Os alunos da turma são capazes de identificar o diagrama de Venn e de Carrot, constroem gráficos e pictogramas. No entanto, alguns alunos ainda têm dificuldade em comparar frequências absolutas, por exemplo, “quantos a mais” ou “quantos a menos”. Nos números e operações, há ainda alguma dificuldade na escrita dos números por extenso, nas contagens de 2 em 2, 5 em 5 e de 10 em 10, quando estas não começam no zero. Na geometria e medida, os alunos manifestaram algum esquecimento em relação aos critérios de classificação dos polígonos e sólidos geométricos (polígono/não polígono; poliedro/não poliedro). Outro aspeto que merece destaque: algumas crianças também apresentaram dificuldades na interpretação do calendário, mais concretamente, na identificação dos fins de semana.

Em Estudo do Meio, a maior parte dos alunos da turma não sabe a sua data de nascimento completa (dia, mês e ano). E na área das Expressões observou-se maior dificuldade na expressão motora, nomeadamente, nas aulas de Educação Física e no desenvolvimento da motricidade fina, por exemplo, o uso correto da tesoura.

A caracterização acima apresentada foi feita de acordo com as nossas observações ao longo das intervenções e com informações que a professora cooperante foi facultando, uma vez que já acompanhava o grupo desde o ano anterior.

O tempo dispensado para observação foi uma mais valia porque permitiu reflectir com objetividade sobre quais as melhores formas de realizar determinadas tarefas com os alunos desta turma e quais as opções que devíamos tomar para conseguir desenvolver um bom trabalho em conjunto com eles. Temos consciência de que a observação desempenha um papel fundamental na melhoria e qualidade do ensino e da aprendizagem. Durante o período de observação fomos, diariamente, interagindo com os alunos e dando apoio durante o decorrer das atividades, sempre que se justificava.

## **Capítulo 5 – Um Olhar Reflexivo sobre as Tarefas Desenvolvidas**

Neste capítulo, apresenta-se uma reflexão sobre tarefas desenvolvidas tendo em conta o estágio realizado no âmbito da unidade curricular de Prática Educativa Supervisionada II. A reflexão que agora se apresenta encontra-se articulada com as principais considerações tecidas no capítulo 2, que se integra na parte I deste relatório.

Iniciamos o capítulo com uma breve descrição das tarefas implementadas ao longo do estágio, com especial destaque para aquelas em que se contempla o tema foco deste relatório. Em seguida, partilhamos com o leitor a nossa reflexão organizada em torno de tópicos que foram seleccionados através de uma categorização realizada a partir de elementos recolhidos ao longo do estágio.

Assim, a reflexão inicia-se com a secção «O papel dos materiais no contexto da descoberta de padrões», uma vez que a maior parte das tarefas realizadas recorreram ao uso de diferentes materiais e estes mostraram ter um papel significativo nas descobertas que as crianças realizaram. Segue-se, depois, a secção «Desenvolvimento do processo de generalização através da descoberta de padrões», que surgiu uma vez que algumas das tarefas implementadas promoveram substancialmente o desencadear de processos de generalização.

Em seguida, apresenta-se a secção «A comunicação como incentivo à reflexão», pois existiram inúmeros momentos que foram enriquecidos pela interação e comunicação matemática suscitadas pelos diálogos dos alunos. Terminamos com as secções: «A resolução de problemas na sala de aula», processo matemático crucial para a aprendizagem da Matemática que constitui um dos pilares deste relatório; «Estabelecer conexões», aspeto que achamos pertinente abordar considerando a concretização de algumas tarefas durante o estágio; e, por último, «A implementação do tempo de estudo autónomo», que foi um dos nossos intuitos durante o estágio.

## **5.1. Apresentação das tarefas desenvolvidas**

Um dos aspetos importantes que o professor deve ter em consideração é a seleção das tarefas a apresentar aos seus alunos. É importante que estas sejam apresentadas em sequências congruentes de forma a propiciar um trajeto de trabalho favorável às aprendizagens dos alunos (Ponte & Serrazina, 2009). Na tabela 3, podemos observar as tarefas realizadas e a designação dada a cada uma delas. Também são mencionadas algumas das rotinas de matemática realizadas. O professor deve apresentar algum cuidado na forma como sequencia as tarefas matemáticas. Canavarro e Santos (2012) defendem que

muitas vezes este trabalho [de planificação] surge no contexto da elaboração de uma sequência de ensino focada num determinado tema/tópico matemático, na qual as várias tarefas adotadas são chamadas a cumprir papéis distintos, e a ordem pela qual são apresentadas aos alunos nas sucessivas aulas não é indiferente. (p. 101)

A seleção das atividades a implementar na turma do segundo ano, com a qual se desenvolveu o estágio, nem sempre se revelou uma tarefa fácil. Por um lado, houve a necessidade de procurar tarefas que se adaptassem ao contexto. Por outro lado, e relativamente aos momentos de intervenção, há que referir que o estudo de padrões não faziam parte da planificação previamente organizada pela professora titular, o que dificultou, de certa forma, o nosso trabalho. No entanto, o ensino da Matemática propicia sempre rotinas e temas onde é possível interligar os conteúdos, bem como alguma atividade realizada que suscite a oportunidade de estabelecer uma interligação.

<b>Tarefa</b>	<b>Designação da Tarefa</b>
<b>1</b>	“Castelo dos Números até 100”
<b>2</b>	“Os Cubos e os Cones 1”
<b>3</b>	“Os Cubos e os Cones 2”
<b>4</b>	“A Poção Mágica”
<b>5</b>	Problema “As Mesas”
<b>6</b>	“Jogo dos Espelhos”
<b>7</b>	“Detetives à Caça de Simetrias”
<b>8</b>	“Naperons”
<b>9</b>	Rotinas na Matemática

**Tabela 3:** Tarefas realizadas.

Seguem-se algumas considerações sobre como surgiram as ideias para as tarefas elencadas na tabela 3. Em primeiro lugar, há que referir que a tarefa 1 se proporcionou porque, quando foi implementada, as crianças estavam a abordar a centena. Tentou-se, assim, aproveitar um tema que estava a ser trabalhado para uma primeira tentativa de dar resposta às questões de partida deste relatório.

Nas tarefas 2 e 3, “Os Cubos e os Cones 1” e “Os Cubos e os Cones 2”, utilizamos os cartões com imagens de cubos e cones como forma de aproveitar o contexto de aprendizagem. De facto, estas eram imagens que as crianças estavam familiarizadas porque, naquele momento, estavam a abordar os sólidos geométricos. A realização da tarefa 5, o problema “As

Mesas”, também não foi totalmente novidade visto que observamos várias vezes a professora cooperante resolver problemas com os alunos, seguindo o método de Pólya.

Importa salientar que as tarefas 6, 7 e 8, designadamente “Jogo dos Espelhos”, “Detetives à Caça de Simetrias” e “Naperons”, tiveram intencionalmente esta ordem de concretização. O conceito intuitivo de simetria tem a ver com alguma coisa que se repete e essa repetição pode ser efetuada de diferentes maneiras. Assim, com a apresentação e realização destas tarefas, utilizámos propriedades simples da isometria *reflexão* para visualizar a simetria axial existente em algumas figuras. A sequência de tarefas foi escolhida de forma a ir consolidando progressivamente o conceito de simetria axial.

As tarefas apresentadas pelo professor fazem parte do processo de ensino e de aprendizagem e influenciam, em grande medida, o que os alunos aprendem. Podemos assim constatar que todas as tarefas realizadas foram organizadas e selecionadas com uma intencionalidade, a de articular os conteúdos de modo a alcançar os objetivos de ensino. Segundo Steele (2001), “nenhuma outra decisão que o professor toma tem um impacto tão grande nas oportunidades dos alunos aprenderem e na sua percepção acerca do que é a Matemática, como a seleção ou criação de tarefas” (p. 42). O PMEB (ME, 2007) também refere que é necessário que as tarefas no seu conjunto proporcionem um conjunto de aprendizagem coerente que permita aos alunos a construção dos conceitos fundamentais em jogo, a compreensão dos procedimentos matemáticos em causa, o domínio da linguagem matemática e das representações relevantes.

Neste seguimento, a exploração de tarefas que envolvem a descoberta de padrões e a resolução de problemas proporcionam a realização de descobertas e o desenvolvimento da capacidade de raciocínio, pois os alunos ao empenharem-se na sua resolução estão a desenvolver um leque significativo de competências. Ao longo do estágio, foi possível constatar que as tarefas implementadas constituíram diferentes oportunidades para o aluno pensar em grupo e, conseqüentemente, possibilitaram também o desenvolvimento da comunicação matemática.

Foi importante conhecer e refletir com profundidade sobre o papel de cada tarefa, tendo em conta o tema deste relatório, porque isso permitiu-nos escolher tarefas adequadas aos objetivos de ensino, iniciando-se assim um processo que privilegia tarefas desafiadoras, isto é, que tem o potencial de envolver os alunos num trabalho que pode desencadear formas mais complexas de pensamento. A partir daí, tornou-se fundamental levar os alunos a: estabelecer conexões com significados ou com ideias e conceitos matemáticos; reconhecer

que as tarefas podem expressar mais do que um conteúdo; e perceber como as tarefas influenciam o seu ensino.

Assim, torna-se pertinente realizar uma breve apresentação das tarefas desenvolvidas durante o estágio, mantendo por perto o tema deste relatório.

## **1 . “Castelo dos Números”**

Foi trabalhado o Castelo dos Números que existia na sala com números móveis e, também, foi entregue a cada criança uma cópia em dimensões mais reduzidas de um Castelo dos Números, para que cada uma pudesse fazer os seus próprios registros. Este Castelo permite a representação dos cem primeiros números naturais numa tabela, ordenados de forma crescente do topo para a base.

Com este material foi possível trabalhar na sala de aula o valor posicional, associando o valor de um algarismo à posição que ocupa num número, no sistema de numeração decimal, a relação de grandeza entre números e identificar regularidades numéricas. A aprendizagem que resultou nesta tarefa é descrita com algumas interjeições dos alunos acerca da identificação de padrões no contexto da tabela que se enquadram no sentido do número, em particular o valor posicional. Pelo que, aproveitando as descobertas dos alunos, também se explora o quadro em termos de adição, pois o seu manuseamento produz imagens mentais que facilitam a aquisição de estratégias de cálculo mental.

## **2. “Os Cubos e os Cones 1”**

Neste problema foi, numa primeira fase, solicitado que os alunos continuassem uma sequência representada numa ficha de trabalho procurando que identificassem qual o grupo de repetição. Antes de continuar o padrão, foi solicitado que os alunos previssem e justificassem essas previsões oralmente e/ou por escrito, o que foi um incentivo à capacidade de verbalização e de argumentação. Esta fase inicial de concretização da tarefa permitiu ao aluno tomar contato e envolver-se nela, promovendo uma sucessiva compreensão do tema explorado.

As imagens selecionadas para a elaboração do material utilizado na formação da sequência, foram os cubos e cones, como já foi referido anteriormente. As aprendizagens realizadas mostraram o empenho das crianças, que apresentaram facilidade na descoberta de padrões. Também houve espaço para a comunicação matemática, através da explicação dos raciocínios e conseqüente discussão.

### **3. “Os Cubos e os Cones 2”**

Esta tarefa surgiu no seguimento da tarefa “Cubos e Cones 1”, tendo sido apresentado um padrão de repetição diferente. A sequência foi apresentada no quadro interativo e as crianças tiveram algum tempo para a observar.

A descoberta do motivo de repetição, cubo – cubo – cone, foi apenas uma pequena parte da tarefa, a fase de arranque para outras questões ligadas a ideias matemáticas que lhes estão subjacentes. Também foi sugerido a construção de uma tabela para registo e organização das observações e para facilitar as conclusões.

O objetivo final é que os alunos fossem capazes de generalizar relações a partir de um pequeno número contável de repetições de um motivo para a continuação do padrão a um número de repetições que já não seja possível contar.

### **4. “A Poção Mágica”**

As crianças tinham a receita de uma poção mágica que estava escrita ao contrário, assim com o recurso a um espelho tinham de descobrir o que estava escrito e registar no espaço destinado para isso.

Esta atividade foi realizada a pares, que se ajudaram mutuamente na resolução da tarefa. Cada criança utilizou o seu manual e os pares partilharam um espelho. Ambas as crianças experimentavam colocar o espelho ao lado da poção mágica, escrita ao contrário, e conseguiram descobrir o que acontecia. Começavam a olhar para o espelho e viam que conseguiam ler a poção mágica que, no livro, estava escrita ao contrário.

### **5. Problema “As Mesas”**

A exploração desta tarefa decorreu em duas fases: uma fase inicial em que os alunos trabalharam individualmente; outra em que se analisou e discutiu em grande grupo o trabalho realizado, considerando as dificuldades gerais apresentadas pela turma para encontrar uma estratégia de resolução.

Começámos por perguntar quantas mesas e cadeiras compõem a figura que ilustrava o problema e este foi o mote para os alunos explicarem diferentes processos de contagem. Foi de igual modo importante tentar focar os alunos nas representações visuais.

A primeira pergunta do problema consistiu em saber quantas mesas devia o Manuel juntar para conseguir sentar 20 pessoas, tendo em conta os dados que já sabiam à partida.

Inicialmente as crianças mostraram dificuldade em encontrar uma estratégia para resolver o problema. A estagiária sugeriu que utilizassem a imagem representada na folha para procurarem uma estratégia para a sua resolução. Alguns meninos pegaram nesta sugestão e começaram a desenhar as mesas acrescentando sucessivamente mais mesas até obterem o resultado desejado. Depois, através do diálogo e do que foram dizendo a partir dos desenhos que tinham realizado, todos os alunos da turma optaram também por utilizar o desenho das mesas como representação.

## **6. “Jogo dos Espelhos”**

Nesta tarefa as crianças trabalharam aos pares. Havia desenhos com as imagens de uma casa, de um telefone e de uma televisão. Foi dado a cada criança o desenho de uma figura, apenas desenhada pela metade, em papel quadriculado, sendo que cada par ficava com o mesmo desenho. Os alunos tiveram a oportunidade de explorar e construir imagens simétricas a partir da metade de uma imagem, com o auxílio de espelhos. Nesta fase inicial, foi dado aos alunos a possibilidade de usarem um espelho, para melhor compreenderem o conceito de simetria axial. Nesta atividade foi explicado às crianças o que era o eixo de simetria.

## **7. “Detetives à Caça de Simetrias”**

As crianças, nesta tarefa, trabalharam a pares. Foram realizadas diversas experiências em que os alunos tiveram a oportunidade de descobrir que os objetos com simetria axial podem apresentar mais de um eixo de simetria e que é precisamente a partir do número de eixos de simetria que se distinguem e se podem classificar as figuras analisadas. Assim, manuseando os espelhos com o devido cuidado, os alunos descobriram simetrias axiais em imagens de azulejos, naperons e calçadas. As imagens utilizadas pretenderam ser apenas exemplos de situações do dia a dia, em que se podem observar simetrias, permitindo, deste modo, realçar a aplicabilidade da matemática no nosso quotidiano.

## **8. “Naperons”**

Com a utilização de folhas coloridas os alunos foram convidados a realizar diversas dobragens e recortes; ao resultado final deu-se o nome de *naperon*. Foi apresentada aos alunos a possibilidade de fazerem previsões e conjeturas sobre o que poderiam obter quando dobrassem e, posteriormente, recortassem o papel.

Foi dada liberdade aos alunos para explorarem o mais autonomamente possível esta tarefa, bem como tempo para poderem experimentar as suas conjecturas.

A manipulação e a construção de materiais concretos estimulou o desenvolvimento da visualização espacial e tornou a aprendizagem mais significativa e relevante para a turma. A realização desta tarefa proporcionou aos alunos com dificuldades em outros temas da Matemática (como, por exemplo, em Números e Operações) a sentirem-se motivados para aprender a trabalhar com este tipo de abordagem, contribuindo para o desenvolvimento de uma atitude positiva face à Matemática, o que foi possível verificar durante a realização desta tarefa.

### 9. Rotinas na sala de aula

Estas rotinas podem ser consideradas como uma atividade permanente. São essenciais para o processo de aprendizagem. São organizadas para atingir diversos objetivos didáticos relacionados com o ensino e com a aprendizagem. Apresentam, necessariamente, um nível progressivo de desafios. Podem ou não ser relacionadas com conteúdos abordados num determinado momento. Na área da Matemática havia sempre o cuidado de realizar rotinas diversificadas e relacionadas com os conteúdos abordados no momento e/ou com conteúdos que sabemos que as crianças tinham mais dificuldades. A figura 3 apresenta alguns exemplos.

**1. Completa as seguintes sequências.**

$+ 2$   
→  
11 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$+ 5$   
→  
3 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$+ 10$   
→  
2 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

$- 2$   
→  
22 □ □ □ □ □ □ □ □ □ □

**Resolve:**

$112 + 1 =$	$112 + 10 =$	$112 + 100 =$
$124 + 1 =$	$124 + 10 =$	$124 + 100 =$
$148 + 1 =$	$148 + 10 =$	$148 + 100 =$
$153 + 1 =$	$153 + 10 =$	$153 + 100 =$
$167 + 1 =$	$167 + 10 =$	$167 + 100 =$

Nº1 Dobros		
$0 + 0 =$	$4 + 4 =$	$8 + 8 =$
$1 + 1 =$	$5 + 5 =$	$9 + 9 =$
$2 + 2 =$	$6 + 6 =$	$10 + 10 =$
$3 + 3 =$	$7 + 7 =$	$11 + 11 =$
Fiz: _____ Acertei: _____ Errei: _____		

**Figura 3:** Exemplos de rotinas nos tempos de Matemática.

Antes do começo de cada rotina era estipulado o tempo que tinham para a realizar. A duração da rotina variava de acordo com o conteúdo abordado e com o tipo de tarefa pedida (grau de dificuldade). As rotinas foram sempre corrigidas com a participação ativa das crianças da turma.

		Temas				
		Representações (materiais)	Generalização	Comunicação	Resolução de Problemas	Conexões
Tarefas desenvolvidas	1 – Castelo dos Números até 100	X	X	X		
	2 – Os Cubos e os Cones 1	X	X	X	X	
	3 – Os Cubos e os Cones 2	X	X	X	X	
	4 – A Poção Mágica	X				X
	5 – Problema: As Mesas			X	X	
	6 – Jogo dos Espelhos	X				
	7 – Detetives à Caça de Simetrias	X				
	8 – Naperons					X

**Tabela 4:** Tarefas desenvolvidas relacionadas com diversos temas.

Na tabela 4, agrupam-se as diferentes tarefas realizadas de acordo com alguns temas que serão objeto da nossa análise nas próximas secções, especificamente, materiais, generalização, comunicação, resolução de problemas e conexões.

Constatamos que existem tarefas que são transversais a diversos temas. Por exemplo, ao reflectir sobre as tarefas 1, 2 e 3, conferimos que é possível trabalhar as representações (materiais), a generalização e a comunicação. Também verificamos que os materiais foram utilizados em quase todas as tarefas, à exceção das tarefas 5 e 8, valorizando-se a importância da utilização de materiais como facilitadores para a descoberta de padrões e como suporte à resolução de problemas. O processo de generalização foi privilegiado com a realização das tarefas 1, 2 e 3. Deu-se maior realce à comunicação através da realização das tarefas 1, 2, 3 e 5. O tema da resolução de problemas incidiu, essencialmente, na realização das tarefas 2 e 3 (em que no decorrer da exploração de determinados padrões surgiram naturalmente situações problemáticas) e da tarefa 5 (em que se partiu de uma situação problemática com o objetivo

de usar a exploração de padrões como estratégia) e é mencionado o desenvolvimento de conexões nas tarefas 4 e 8.

## **5.2. O papel dos materiais no contexto da descoberta de padrões**

Aprender e perceber Matemática significa ter a aptidão de trabalhar com diferentes representações de um mesmo conceito, estabelecendo conexões entre elas e sabendo distinguir as limitações de cada uma. Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) apontam a representação como processo matemático fundamental para a aprendizagem da Matemática. Os diferentes tipos de representação incluem a linguagem oral e escrita e os diferentes tipos de registo utilizando materiais concretos, como símbolos, desenhos, esquemas, tabelas, entre outros.

O presente trabalho deu a possibilidade aos alunos de utilizar diferentes representações, sejam elas concretas, pictóricas ou numéricas (Orton, Orton & Roper, 1999), como forma de representar, caracterizar e ajudar nas descobertas realizadas nas diferentes tarefas propostas.

Segundo Alvarenga e Vale (2007), “as diferentes representações acabam por influenciar o modo como o conceito de padrão é interpretado” (p. 5). De facto, os materiais fazem parte do ambiente de aprendizagem e incentivam a aprendizagem do aluno, pelo que ao longo do trabalho realizado fomos utilizando diferentes materiais para promover a aprendizagem da Matemática através da descoberta de padrões. A utilização de materiais permitiu que houvesse um maior envolvimento e compreensão dessas tarefas. O trabalho com padrões veio tirar proveito da utilização de materiais adequados; foi dada a oportunidade às crianças de construir e descobrir padrões, conjecturar, generalizar, justificar factos e relações matemáticas. Por tudo isto, esta opção foi pensada e entendida como natural.

Com a realização da tarefa 1, pretendíamos que os alunos elaborassem sequências de números segundo uma dada lei de formação e que investigassem regularidades em sequências e em tabelas de números. Realizar tarefas utilizando o Castelo dos Números ajudou os alunos a descobrir relações, por exemplo, os conceitos de número par e ímpar. Temos, como exemplo disso, o momento em que uma criança referiu espontaneamente: “O número 100 é um número par!” Esta afirmação surgiu quando os alunos estavam a identificar no Castelo dos Números as colunas de números pares e as colunas de números ímpares, naquele momento;

identificar o 100 como sendo um número par foi pertinente porque as crianças estavam a abordar a centena, por isso, o número 100 despertou a atenção de alguns alunos.

Foram dadas às crianças as seguintes indicações: “No Castelo dos Números, pinta os números que têm dois algarismos iguais” e “No Castelo dos Números, pinta os números em que a soma dos seus dois algarismos dê 10”. Ao assinalar os números com uma cruz (primeira indicação) ou pintando os quadrados no Castelo dos Números (segunda indicação), os alunos verificaram que se formavam linhas diagonais ao longo do Castelo dos Números, sendo assim possível a previsão visual dos números do padrão, tal como se pode observar na figura 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
<del>11</del>	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	<del>22</del>	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	<del>33</del>	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	<del>44</del>	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	<del>66</del>	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	<del>77</del>	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	<del>88</del>	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	<del>99</del>	100

**Figura 4:** Castelo dos Números.

Este quadro era, muitas vezes, utilizado na sala de aula para auxiliar as crianças em algumas tarefas de cálculo mental, por exemplo, para perceberem o que acontecia quando se andava de 5 em 5, de 10 em 10, de 20 em 20, pois as crianças, por vezes, apresentavam dificuldades em efetuar este tipo de cálculo. No Castelo dos Números “ver” envolve reconhecer que há uma diferença, 5, 10 ou 20, na devida ordem, de entre os termos da sequência, constatando que qualquer termo subsequente pode ser calculado adicionando 5, 10 ou 20 respetivamente. Desta forma, a utilização do material Castelo dos Números foi um suporte para as aprendizagens na descoberta de padrões.

Ainda, durante a realização desta tarefa foram colocadas às crianças as seguintes questões:

- “Se eu estiver no número 30 e somar mais 20 unidades, onde fico?”
- “Se eu estiver no número 35 e somar mais 10 unidades, onde fico?”
- “Se eu estiver no número 45 e somar mais 20 unidades, onde fico?”

Depois de colocada cada questão, foi sempre solicitado a uma criança da turma que encontrasse a resposta no Castelo dos Números. Não houve dificuldade na resposta à primeira questão. No entanto, para as duas últimas questões, os alunos já apresentaram maior dificuldade.

A partir da realização desta tarefa também verificámos que os alunos conseguiam efetuar com correção certos cálculos mentais mas que, nem sempre conseguiam analisar criticamente os resultados que obtinham, por exemplo, identificar e usar determinados padrões numéricos ou escolher um método mais eficiente para efetuar um cálculo. Todos estes aspetos estão contemplados no sentido do número. Por isso mesmo, este é um material que possibilitou às crianças descobrir regularidades e as ajudou na compreensão de sentido do número.

No contexto da tarefa 2, “Os Cubos e os Cones 1”, procurámos que os alunos explorassem a relação entre as figuras e a sua posição numa sequência (padrão de repetição) e que desenvolvessem a capacidade de encontrar critérios lógicos de ordenação e de justificá-los. De facto, “ver um padrão é necessariamente um primeiro passo na exploração de padrões” (Freiman & Lee, 2006, p. 115). As citações que se seguem foram retiradas do nosso diário de bordo/das nossas reflexões escritas e comprovam que, através do material disponível e da sua aplicabilidade, procurámos que fossem as próprias crianças a construir e a identificar padrões:

“Uma criança foi ao quadro, com o auxílio dos cartões com imagens de cubos e cones, reproduzir a sequência apresentada no quadro interativo.”

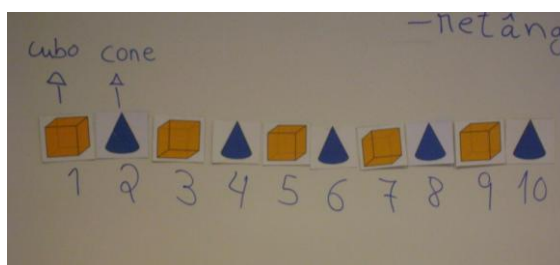
“A maior parte das crianças responderam sem dificuldade, através do auxílio da respetiva sequência que estava representada no quadro com os cartões com imagens de cubos e cones.”

(Reflexões escritas, outubro, 2013)



**Figura 5:** Representação da sequência da tarefa 2.

No contexto da tarefa começámos por projetar a imagem da sequência no quadro interativo. Solicitamos à turma que identificasse os sólidos geométricos que estavam ali representados, ao que responderam corretamente que eram cubos e cones. Perguntámos como poderíamos continuar a sequência, pelo que solicitamos que uma criança fosse ao quadro e apresentasse o seu raciocínio, e esta deu prontamente continuidade àquela sequência (figura 5), utilizando os cartões com as imagens de cubos e cones. Salienta-se que “Numa sala de aula, quando se desenrola o processo de ensino aprendizagem, recorrer a determinados suportes educativos, concretos e manejáveis, facilita a compreensão de processos que de outro modo se podem tornar complexos” (Serrazina *et al.* 2005, p. 23).



**Figura 6:** Sequência da tarefa 2.

Na figura 6, podemos observar que se continuou a numerar as imagens que compunham a sequência de cubos e cones em estudo. Neste sentido foi solicitado que identificassem as imagens que estavam por cima de determinados números, e as crianças foram capazes de o fazer facilmente. Perguntamos que imagem estava por cima do número 2, do número 3, do número 4 e todas as crianças da turma foram capazes de identificar as respetivas imagens.

Pela referência seguinte constatamos que, através do material utilizado, os alunos colocaram questões e realizaram novas descobertas, foram capazes de associar números a determinadas imagens e assim, encontrar um padrão.

“Algumas crianças perguntaram qual seria a imagem do sólido que estaria por cima do número 21 e do número 24. Assim, com o auxílio dos cartões continuámos a sequência até chegar a estes números para as crianças poderem visualizar e identificar quais seriam os sólidos.”

(Reflexões escritas, outubro, 2013)

Recorremos às representações visuais quando temos a intenção de transmitir uma ideia através de uma imagem. De facto, muitas vezes é mais acessível explicar uma ideia e/ou

encontrar uma resposta através de uma imagem visual, pois pode ser mais rapidamente compreendida. (Vale, 2009).

Uma última observação a destacar: a figura 6 ilustra também a forma como se introduziu, informalmente, o conceito de sucessão enquanto lista ordenada de números ou de figuras. Este conceito será alvo de um aprofundamento crescente ao longo da formação do aluno, com destaque para o 3.º Ciclo do Ensino Básico e para o Ensino Secundário. Sendo assim, esta tarefa lançou sementes que podem germinar ao longo dos anos e dar bons frutos. Estabeleceram-se as bases de um importante conceito do currículo de Matemática. Interessante também é o facto de, por sugestão das próprias crianças, se ter trabalhado um aspeto de importância no estudo das sucessões e, de certa forma, indicador da capacidade de abstração dos alunos: depois de identificado e caracterizado o padrão, a partir dos primeiros termos da sucessão, deduzir propriedades sobre os termos de maior ordem dessa sucessão. No caso concreto, os alunos mostraram interesse em saber que sólido “estaria por cima” de números mais avançados na sequência. A próxima tarefa seguiu os passos profícuos da anterior.

Com a realização da tarefa 3, “Os Cubos e os Cones 2”, foi importante para os alunos compreenderem que organizar numa tabela os dados relativos a um padrão ajuda a identificar a sua estrutura e a escrevê-la simbolicamente (NCTM, 2008).



**Figura 7:** Criança a preencher a tabela, tarefa 3.

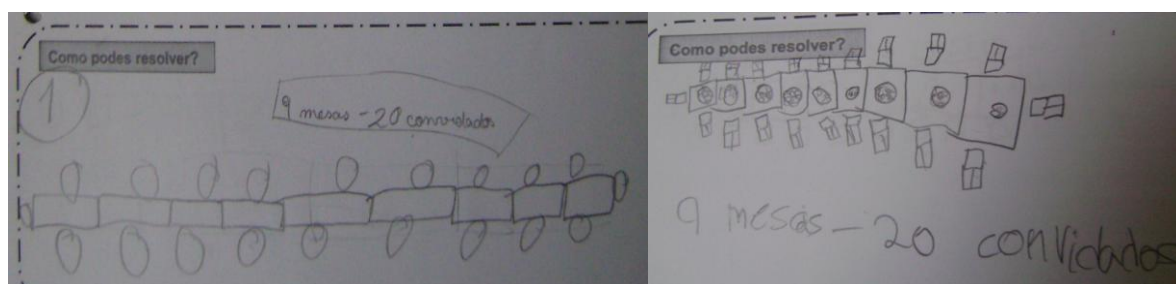
Na resolução da questão número três, “Vamos preencher a tabela com os dados fornecidos” (figura 7), os alunos conseguiram preencher a tabela até onde era possível visualizar a sequência. Muitos tiveram necessidade de contar as figuras da sequência

representada pelos cartões, sendo que alguns conseguiram descobrir que existia uma relação entre o número de grupos e o número de cones.

O recurso a uma tabela acabou por ser uma forma de garantir se os alunos tinham realmente compreendido a tarefa. Em casos em que os alunos não mostram estar familiarizados com a exploração de padrões de repetição, o recurso a uma tabela é sem dúvida uma opção vantajosa (Vale, Pimentel, Alvarenga & Fão, 2011). Pode-se assim dizer que os alunos tiveram, primeiro, uma abordagem figurativa e, então, só depois de identificarem o padrão visualmente é que passaram para a sua tradução numérica. Os alunos recorreram a uma tabela para organizar os dados obtidos e traduzir numericamente esse modo de ver (Vale, 2000). Trata-se de mais um passo dado entre o concreto e o abstrato.

Nas tarefas 2 e 3, a maioria das crianças percebeu a existência de uma regularidade desenhando corretamente os termos seguintes da sequência. Nestas duas tarefas as crianças tiveram oportunidade de manipular cartões com imagens de cubos e cones o que contribuiu efetivamente para que os alunos com mais dificuldade se apercebessem se existia algum erro, ou não, na sua representação gráfica, levando-os a corrigirem o que não estava bem. O uso dos cartões com as imagens de cubos e cones contribuiu para uma melhor percepção da disposição das diferentes figuras da sequência, pois “com este apoio, o aluno que explora o padrão terá mais facilidade na produção de uma lei de formação que traduza matematicamente a estrutura subjacente ao padrão” (Vale & Pimentel, 2005, p. 3).

Durante a realização da tarefa 5, foi necessário a nossa ajuda e orientação. A primeira pergunta questionava sobre sobre qual o número de mesas que o Manuel devia juntar para conseguir sentar 20 pessoas, tendo em conta os dados que já se sabiam à partida. Foi por nós sugerido que utilizassem a imagem representada na folha para procurarem uma estratégia para a resolução do problema. Assim, os alunos basearam-se na utilização de desenhos de modo a ganhar uma consciência das regras de colocação das mesas e da localização das pessoas, como está ilustrado na figura 8.



**Figura 8:** Desenho das mesas.

Os alunos só conseguiram resolver o que era possível representar através do desenho e, depois quando tiveram necessidade de “ver” para além do que estava representado graficamente, não estavam a ser capazes de o fazer. Mesmo assim, houve envolvimento por parte dos alunos, mostraram-se interessados e participativos na tentativa de resolver o problema.

Após o desenvolvimento da tarefa 5, sentimos necessidade de refletir sobre o motivo pelo qual os alunos não conseguiram descobrir a relação entre o número de mesas e o número de pessoas que se podiam sentar. Como resultado dessa reflexão, pensamos que outra forma de chegar à solução poderia ter sido o recurso a uma tabela com duas colunas, a primeira coluna corresponderia ao número de mesas e a segunda coluna ao número de pessoas que se poderiam sentar. É provável que as crianças, assim, tivessem conseguido encontrar alguma relação e alcançado uma generalização, relacionando o número de mesas com o número de pessoas que se podiam sentar. Parece-nos que algumas crianças da turma tinham conseguido responder à pergunta número dois do problema que era descobrir quantas pessoas poderiam sentar-se em dez mesas, se tivéssemos recorrido ao uso de uma tabela, como acabamos de referir.

Para o desenvolvimento das tarefas 4, 6 e 7, recorreremos ao uso de espelhos de modo a facilitar a resolução das tarefas. Note-se que “estes materiais podem servir de ponte entre o mundo abstracto do simbolismo matemático e as situações concretas do mundo real” (Serrazina *et al.*, 2005, p. 23).

Todos os materiais suscetíveis de serem utilizados numa aula de Matemática são importantes, pois com eles podem promover-se processos ativos, em que os alunos necessitam de experimentar, explorar e construir, de modo a obter um entendimento crescente das ideias matemáticas. O PMEB (ME, 2007), documento normativo utilizado durante este estágio, realça a importância da utilização de materiais (estruturados ou não estruturados) na construção de certos conceitos, que pelo seu nível de abstração, precisam de um suporte físico. A manipulação do material pode, da mesma forma, servir para representar os conceitos auxiliando na elaboração dos mesmos.

Portanto, a utilização de materiais constitui um modo de facilitar a visualização e a execução da tarefa. Estes materiais são um bom recurso para essa exploração, exemplo disso, são os cartões com as imagens de sólidos que as crianças utilizaram para construir as sequências, apresentadas nas tarefas 2 e 3 e os espelhos nas tarefas 4, 6 e 7.

Os materiais traduzem-se numa vantagem na exploração de conteúdos matemáticos, segundo Alsina (2004),

sempre que se pretenda introduzir uma nova competência matemática, o processo ideal de ensino-aprendizagem deveria incluir a manipulação de diferentes materiais, já que só a partir de um ensino diversificado, rico em recursos e estratégias para abordar uma mesma aprendizagem, se conseguirá que as aprendizagens sejam interiorizadas de forma significativa e aumente o grau de consciência sobre elas. (p. 9)

O recurso à utilização de materiais é, a maior parte das vezes, indispensável ao processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois envolve os alunos de forma mais ativa e beneficia o ritmo de aprendizagem de cada um. O contacto direto com os materiais é muito importante. Neste caso, foram cartões com imagens de cubos e cones, que permitiram, a nosso ver, envolver os alunos de forma mais ativa na exploração da tarefa. Levou-os a comunicarem e a agirem, conjuntamente, adquirindo novo vocabulário, associando uma ação real a uma expressão verbal, traduzindo para o professor a experiência que o aluno está tendo naquele momento. Parece-nos que a forma como os alunos manipulavam os cartões, as questões que iam colocando, as reflexões que expressaram e as conclusões que apresentaram vinco o grau de envolvimento e desenvolvimento de cada um e foi-nos dando pistas para poder intervir no momento certo, de forma adequada e pertinente.

Para finalizar, podemos referir que segundo Reys (s.d., citado por Pires, 1994), os materiais

convenientemente seleccionados e utilizados permitem, entre outros aspectos: (a) diversificar as actividades de ensino; (b) realizar experiências em torno de situações problemáticas; (c) representar concretamente as ideias abstractas; (d) dar a oportunidade aos alunos de descobrir relações e formular generalizações; e (e) envolver os alunos activamente na aprendizagem. (p. 289)

As tarefas 2 e 3 desenvolvidas com a turma proporcionaram momentos bastante diversificados e dinâmicos, onde as crianças tiveram oportunidade de participar ativamente e explicitar o seu raciocínio sempre que explicavam uma estratégia que tinham usado ou quando vinham ao quadro completar uma sequência, recorrendo aos cartões construídas para o efeito. De um modo geral, as crianças aderiram bem à realização destas tarefas e mantiveram-se empenhadas e motivadas, não manifestaram grandes dificuldades, tendo em conta que era a primeira vez que abordavam estes conteúdos.

As representações são uma forma de atingir uma determinada aprendizagem, por exemplo, o trabalho desenvolvido com base na visualização, potenciou a atribuição de significado à manipulação numérica (Castro & Rodrigues, 2008).

Na sua maioria, os alunos recorreram ao uso das representações concretas ou pictóricas para, desta forma, conseguirem responder a alguns dos desafios colocados nas diferentes tarefas.

### **5.3. Desenvolvimento do processo de generalização através da descoberta de padrões**

À medida que os alunos exploram os padrões têm a oportunidade de continuar a construí-los, de descobrir a regra de formação assente, por exemplo, na repetição, de formular uma lei geral de formação e de chegar, então, ao processo de generalização. Neste trabalho atribuímos importância aos padrões que possibilitam, através da análise da sua respetiva sequência, identificar uma lei de formação que propicia continuar essa sequência e chegar à generalização. Foram, por isso, realizadas tarefas promotoras do desenvolvimento da capacidade de generalização. Mason (1996) refere que a generalização é o bater do coração da matemática: através da observação de um conjunto de evidências, os alunos tornam-se capazes de generalizar diferentes ideias matemáticas.

Com a realização da tarefa 1, os alunos tiveram a oportunidade de identificar regularidades respeitante aos números em cada linha e em cada coluna. Na brochura de Álgebra no Ensino Básico (Ponte, Branco & Matos, 2009), pode ler-se: “A exploração [do Castelo dos Números] deve ser proposta aos alunos do 1.º ciclo com o objetivo de lhes proporcionar a oportunidade de explorarem sequências finitas de números e descreverem as regularidades que encontram, indicando a sua lei de formação” (p. 53). John Van Walle (2009) é de opinião que o Castelo dos Números é um campo rico para explorar relações numéricas e não deve ser considerado somente como um dispositivo para o ensino da numeração. Por exemplo, o que se verifica quando numa linha, nos deslocamos da esquerda para a direita? Todas as crianças responderam que “andamos” mais um número (de um em um). Quando, numa coluna, passamos de um número para o seguinte, o que se constata com os números em cada coluna, de cima para baixo, ou seja, de um número para o seguinte? A turma conferiu que “andamos” mais dez números (de dez em dez). Os alunos descobriram também que havia colunas de números ímpares e outras colunas de números pares. Assim,

reportamos que “os padrões numéricos oferecem oportunidades maravilhosas para os alunos expandirem a sua compreensão dos padrões matemáticos” (Van de Walle, 2009, p. 297).

Os alunos tiveram o interesse de explorar espontaneamente o Castelo dos Números e foi proposto que assinalassem neste quadro números que formassem uma dada lei de formação, por exemplo, se começassem no número 1 e andassem, por exemplo, de 2 em 2, ou de 5 em 5 que números teriam de pintar? Ou se começassem no número 6 e andassem, por exemplo, de 3 em 3, ou de 10 em 10, que números teriam de pintar? Tudo isto faz-nos recordar a seguinte citação: “Como os números até dez são muito importantes, e servem de referência para outras contagens (em particular o 5 e o 10), há vários padrões que os identificam e que devem ser descobertos, reconhecidos, usados e discutidos” (Pimentel, Vale, Freire, Alvarenca & Fão, 2010, p. 55).

Com a realização desta tarefa, foi proporcionada uma forma de avaliar o conhecimento dos alunos da turma comparativamente a uma diversidade de informação completa. Assim, foi possível observar as reações de vários alunos simultaneamente, conseguindo distinguir aqueles que assinalavam os números com confiança e aqueles que hesitavam, observou-se que é importante insistir no valor posicional do número no sistema de numeração decimal e no cálculo mental (NCTM, 1998).

No momento pareceu-nos que a exploração de situações relacionadas com regularidades de acontecimentos, formas, desenhos e conjuntos de números foi pertinente pois, é um aspeto importante neste nível de ensino. Vemos agora que as crianças devem ser estimuladas a descobrir regularidades em sequências de números e em tabelas de números, a observar padrões e a representá-los tanto geométrica como numericamente. E encaramos essas tarefas como sendo de extrema importância para promover o caminho da generalização e da abstração.

Este trabalho com regularidades e padrões generalizáveis, segundo regras que os próprios alunos podem formular, verificou-se através da concretização da atividade proposta, como exemplo, quando no final da atividade as crianças deram sugestões de atividades, tais como: “Pintar os quadrados cuja soma dos dois algarismos dê três”, “Pintar as colunas dos números pares” ou “Pintar as colunas dos números ímpares”. Deste modo, esta tarefa ajudou a desenvolver a capacidade de abstração e contribuiu para o desenvolvimento do pensamento algébrico, como defendem Rivera e Becker (2005, citados por Vale, 2013), “a generalização de padrões é um veículo com potencialidades para fazer a transição do pensamento numérico

para o algébrico, porque permite dar significado à generalização sem ter de recorrer, obrigatoriamente, a variáveis e a fórmulas” (p. 69).

Com a realização da tarefa 2, “Os Cubos e os Cones 1”, é apresentada uma sequência pictórica e numérica, onde é possível identificar regularidades e descrever características locais e globais das imagens que a compõem e também da respetiva sequência numérica que lhe está diretamente associada. Esta tarefa envolve a procura de regularidades e o estabelecimento de generalizações, pois “a exploração de sequências é um meio privilegiado de promover o pensamento funcional, permitindo a expressão de generalizações em linguagem natural” (Ramos, Boavida & Oliveira, 2011, p. 27).

Num dado momento da exploração desta tarefa surgiu o seguinte diálogo:

A Laura exclamou: “Tem aí um padrão! Cubo, cone, cubo, cone. Eu descobri uma coisa!”

O Isac disse: “Os cones às vezes são números ímpares, às vezes são números pares.”

A Inês refutou mencionando: “Não, os cones são sempre números pares. O último cubo é o número 9 e o próximo cubo será o 11.”

A estagiária perguntou: “E por cima do 20?”

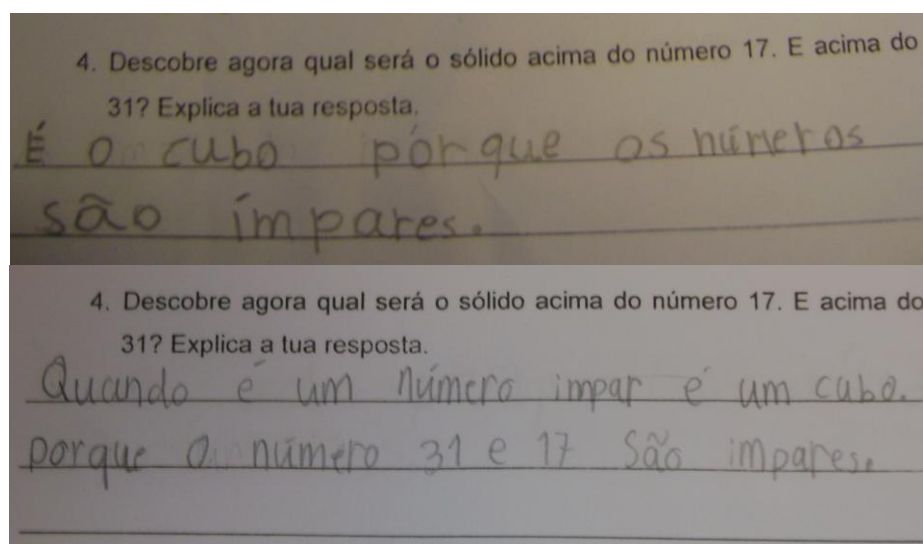
A Inês, prontamente, respondeu: “Eu não contei. Eu sei que 20 é número par, então por cima de um número par está sempre um cone.”

A Letícia ainda acrescentou dizendo: “O 20 é par porque o algarismo das unidades é zero, logo vinte é par, então tem um cone por cima.”

Partindo do conhecimento da lei de formação do padrão alguns alunos conseguiram raciocinar utilizando a generalização. Muitos dos alunos foram capazes de descobrir que existia uma sequência numérica relacionada com as imagens que estavam por cima dos respetivos números começando, assim, a revelar alguma capacidade na utilização da relação entre os termos e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem distante: “note-se que a descrição dessas generalizações em linguagem natural já exige uma grande capacidade de abstração” (Ponte, Branco & Matos, 2009, p. 40). Vale (2013) também nos diz que, através de representações e argumentações, são criadas generalizações que vão sendo expressas de uma forma gradualmente mais formal de acordo com a idade, mas o principal objetivo é que os alunos cheguem à generalização, quer seja traduzida em linguagem mais formal, quer seja traduzida em linguagem menos formal (Vale, Pimentel, Alvarenga & Fão, 2011, citados por Vale, 2013).

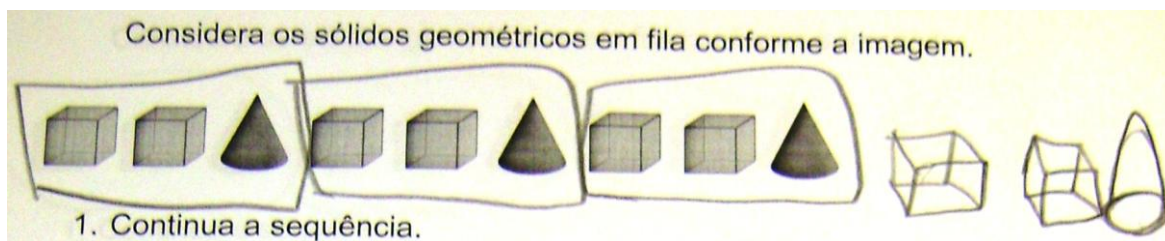
Importa salientar que “as tarefas com padrões dão oportunidades aos estudantes de desenvolverem o pensamento algébrico, processo no qual os estudantes generalizam diferentes ideias matemáticas pela observação de um conjunto de evidências.” (Vale, 2000, p. 2). Assim, o pensamento algébrico deve ser construído de forma gradual, conforme a capacidade de abstração de cada aluno. Além disso, este pensamento verifica-se quando os alunos começam a ser capazes de descobrir regras levando a uma generalização.

Ao responder à questão 4 (“Descobre agora qual será o sólido acima do número 17. E acima do 31? Explica a tua resposta.”), um grupo significativo de alunos conseguiu aplicar de modo correto a expressão de generalização a que tinham chegado, conforme está ilustrado na figura 9.



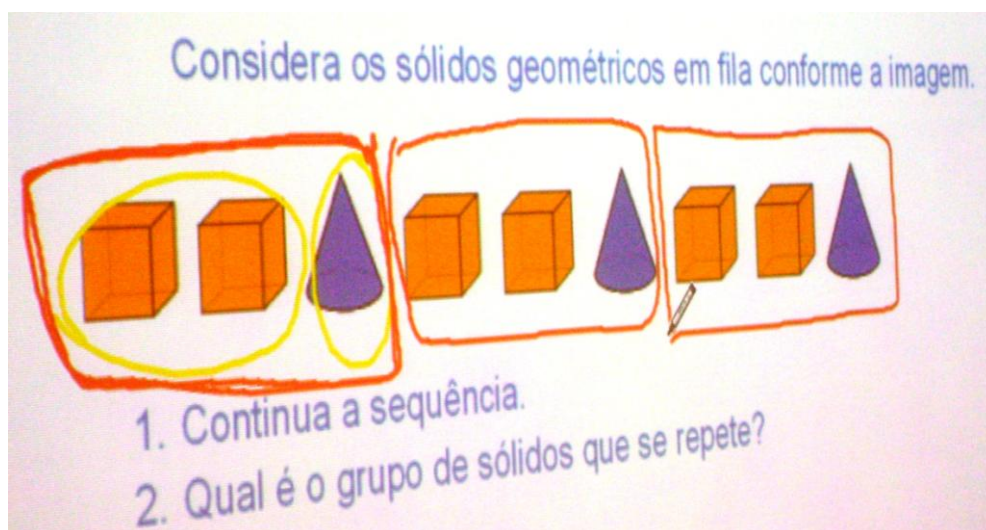
**Figura 9:** Resposta n.º4 referente à da tarefa 2.

Com a concretização da tarefa 3 “Os Cubos e os Cones 2” e realizando uma análise às aprendizagens realizadas pelos alunos, conferimos, quanto à questão número 1 (“Continua a sequência.”), que praticamente a totalidade compreendeu a regularidade desenhando corretamente os termos seguintes da sequência apresentada. Os alunos identificaram que o conjunto que se repetia era caracterizado por três elementos, pelo que foram capazes de identificar a alternância entre as imagens da sequência (figura 10). Os que tiveram mais dificuldades socorreram-se do material de apoio, como supramencionando.



**Figura 10:** Identificação do grupo de repetição, tarefa 3.

Na pergunta número dois “Qual é o grupo de sólidos que se repete?” (figura 11), os alunos tiveram de identificar a unidade que se repetia ciclicamente. A verdade é que esta questão foi resolvida sem grande dificuldade pela maior parte da turma. Primeiro os alunos identificaram que sólidos diferentes existiam na sequência e depois observaram de que forma estes se repetiam ao longo da mesma, descobrindo, assim, a lei de formação da sequência apresentada. Com a utilização de padrões figurativos o modo de ver o arranjo ajuda a criar relações e em consequente originar a generalização (Vale & Pimentel, 2010).



**Figura 11:** Identificação dos sólidos que se repetem, tarefa 3.

Na resolução da questão número três (“Vamos preencher a tabela com os dados fornecidos”), os alunos tiveram alguma dificuldade no início e viram-se obrigados a recorrer à contagem das imagens representadas pelos cartões, até onde era possível contar. Outros conseguiram começar a revelar alguma capacidade em usar a relação entre o número de grupos repetidos, número de cones e número de cubos. Enquanto os alunos iam preenchendo a tabela, alguns deles foram capazes de descobrir que o número de grupos repetidos era igual ao número de cones e que o número de cones era duas vezes o número de cubos (o dobro).

Uma das crianças da turma disse: “Professora descobri uma coisa, quando temos 3 cones temos 6 cubos.”.

Outra criança perguntou: “E se tivermos 100 cubos?”

Logo de seguida a Inês pergunta: “Quantos grupos teremos?”

O Francisco pergunta: “E quantos cones?”.

Ao fim de algum tempo de discussão, conseguimos descobrir que para 100 cubos iriam resultar 50 grupos de repetição e 50 cones. Desta forma, os alunos deduziram que o número de grupos repetidos era igual ao número de cones e que o número de cubos era o dobro de número de cones.

3. Vamos preencher a tabela com os dados fornecidos

Nº de grupos repetidos	Nº de cubos	Nº de cones	Nº total de sólidos
3	3	6	9
4	4	8	12
4	4	8	12
40	40	80	120

**Figura 12:** Tabela preenchida, tarefa 3.

Podemos observar através da figura 12 que o recurso a uma tabela acabou por ser uma forma de garantir se os alunos tinham realmente compreendido a tarefa e que conseguiam generalizar as conclusões apresentadas. Em casos em que os alunos não estejam ainda familiarizados com a exploração de padrões de repetição, o recurso a uma tabela é sem dúvida vantajoso (Vale, Pimentel, Alvarenga & Fão, 2011).

Pode-se assim dizer que os alunos tiveram, primeiro, uma abordagem figurativa e, então, só depois de identificarem o padrão visualmente é que passaram para a sua tradução numérica. Além disso, recorreram a uma tabela para organizar os dados obtidos e traduziram numericamente esse modo de ver (Vale, 2000). Sem dúvida que recorrer à tabela ajudou os alunos a tirar conclusões e fazer generalizações.

Ao analisar o tipo de sequências utilizadas (sequências de repetição) verificamos que os alunos tiveram a oportunidade de continuar a sua representação, procurar regularidades e estabelecer generalizações.

A realização das tarefas 2 e 3 levou os alunos à compreensão da unidade que se repete porque foram capazes de determinar a ordem de diversos elementos da sequência por meio de uma generalização. Os alunos evidenciaram alguma capacidade de generalização e não tiveram muitas dificuldades em exprimir como chegaram à “sua descoberta”. Constatamos que a maior parte dos alunos resolveu com facilidade questões de generalização próxima, recorrendo a estratégias de representação e contagem. Contudo, nas de generalização distante sentiram mais alguma dificuldade.

Foram escolhidas as sequências de repetição para trabalhar com esta turma, porque são as mais simples e podem ser usadas para o trabalho inicial da procura de regularidades e da generalização. Ter solicitado às crianças que continuassem as sequências apresentadas, explorassem as regularidades dessas sequências e a interpelação de questões preconizadas anteriormente foram relevantes para o desenvolvimento da capacidade de abstração.

Conferimos que os alunos foram capazes de compreender a natureza recursiva do padrão com alguma facilidade. Mas manifestaram, algumas vezes, ter dificuldade em ir além dessa análise ou não sentiram necessidade de testar as suas hipóteses e de procurar uma estratégia mais profícua. Ou seja, conseguiram fazer a generalização próxima mas sentiram dificuldades na generalização distante (Alvarenga & Vale, 2007), isto é, apresentaram alguma capacidade em utilizar a relação entre os termos e a sua ordem na sequência para indicar o termo de uma ordem próxima, no entanto, alguns alunos sentiram dificuldade em relacionar os termos e a sua ordem na respetiva sequência para indicar o termo de ordem distante.

#### **5.4. A comunicação como incentivo à reflexão**

Na maioria das atividades apresentadas, privilegiou-se a comunicação como forma de revelar os raciocínios das crianças, convidando-as a justificar as opções tomadas na resolução de problemas. Na sala de aula foi propiciado um ambiente onde os alunos tivessem com o professor e com os colegas da turma momentos enriquecedores de comunicação. Note-se que “a investigação tem destacado os benefícios da exploração de padrões, nomeadamente: promovem a interacção e a comunicação entre os alunos” (Alvarenga, 2006; Barbosa, 2007; citados por Moreira & Fonseca, 2009, p. 3).

Os Princípios e Normas para a Matemática Escolar (NCTM, 2008) referem-se à comunicação como “uma parte essencial da matemática e da educação matemática. É uma forma de partilhar ideias e de clarificar a compreensão matemática” (p. 66). Na concretização da tarefa 1 foram proporcionados diversos momentos de comunicação matemática. O quadro do Castelo dos Números foi utilizado como suporte para a explicação do raciocínio matemático, isto é, houve várias questões em que as crianças tiveram a oportunidade de responder exemplificando através deste quadro e, à medida que exemplificavam, iam explicando aos colegas as suas ideias próprias, como podemos corroborar através da seguinte citação retirada das Reflexões escritas:

“Para responderem a estas tarefas foi sempre solicitado a uma criança que encontrasse a resposta no Castelo dos Números e explicasse aos seus colegas como tinha pensado, à medida que ia exemplificando.”

(Reflexões escritas, outubro, 2013)

Sabemos que “ao explicarem as suas respostas, os alunos estão a desenvolver aptidões comunicativas e a aprofundar os seus conceitos matemáticos. Ao fazê-lo estão a tomar consciência da validade do seu raciocínio matemático” (NCTM, 1998, p. 5).

É importante não esquecer o papel do professor na forma como respeita o ponto de vista dos alunos e os ajuda na verbalização dos seus raciocínios. Por outro lado, o convite para participar através da valorização das suas descobertas, é um forte incentivo para que se estabeleça diálogo e surja um discurso construído em torno de ideias matemáticas. Na referência que se segue, retirada novamente das Reflexões escritas, constata-se que as crianças à medida que iam dando sugestões estas eram registadas. De facto esta foi uma forma de valorizar as propostas e de promover a comunicação matemática.

“As crianças depois acabaram por dar outras sugestões de atividades como por exemplo, pintar os quadrados cuja soma dos dois algarismos era três, pintar as colunas dos números pares, pintar as colunas dos números ímpares. Estas sugestões foram sendo registadas e foram concretizadas no quadro interativo onde estava o desenho de um Castelo dos Números.”

(Reflexões escritas, outubro, 2013)

De realçar que a comunicação estabelece-se através de interações e estas são o meio pelo qual o discurso se constrói. Tivemos sempre a intenção de incentivar as crianças a participar com as suas descobertas, proporcionando momentos para descreverem e expressarem as suas ideias e dando-lhes o devido valor.

Tal como a comunicação, a exploração de padrões adquiriu um novo alento na educação matemática desde que se passou a valorizar o raciocínio mais que o trabalho (Win & KeusKamp, 2007, citados por Moreira & Fonseca, 2009, p. 3). Assim, nas tarefas 2 e 3 também surgiram momentos onde os alunos tiveram a oportunidade de expressar as suas ideias. Sobre isso, Alvarenga e Vale (2007) afirmam que

a exploração de padrões, ao despertar a atenção dos alunos e o seu gosto pela descoberta, constitui uma excelente oportunidade, entre outras, para desenvolver a comunicação. De cada vez que tentam descrever o padrão e a regra geral de formação, os alunos começam a utilizar significativamente vocabulário apropriado e a desenvolver a argumentação baseada em raciocínios algébricos. (p. 27)

Durante a concretização da tarefa 2 surgiu o seguinte diálogo entre dois alunos, que já foi objecto da nossa análise na secção anterior, a propósito do processo de generalização:

Isac: “Os cones às vezes são números ímpares, às vezes são números pares.”

Inês: “Não, os cones são sempre números pares. O último cubo é o número 9 e o próximo cubo será o 11.”

Este diálogo mostra que os alunos, quando em situações propícias partilham conhecimento, trocam ideias promovendo desta forma a aprendizagem na sala de aula.

Ponte e Serrazina (2000) referem que a comunicação das nossas ideias possibilita que estas se tornem objetos de reflexão, discussão e refinamento. Este é um dos passos importantes que leva à organização e clarificação do nosso pensamento. Ponte e Serrazina (2000, citados por Cândido, 2001) consideram que a comunicação na sala de aula é fundamental para o processo de ensino-aprendizagem da Matemática. De facto, neste contexto podemos observar que “promover a comunicação em sala de aula é dar aos alunos uma possibilidade de organizar, explorar e esclarecer seus pensamentos” (p. 16).

Por exemplo, as tarefas 2 e 3 permitiram que os alunos se envolvessem no processo de explicar as suas ideias aos outros e à mestrande, com o objectivo de serem entendidos. A verdade é que eles próprios podem sentir uma evolução nas suas compreensões, pois a comunicação ajuda o aluno a formalizar as suas próprias ideias (Pimm, 1996).

A comunicação também constitui um processo social onde os participantes interagem trocando informações e influenciando-se mutuamente. Deste modo, sempre que era apresentada uma tarefa os alunos tinham a oportunidade de trabalhar de diversas formas, quer individualmente, quer a pares, em pequeno grupo ou em grande grupo de forma a possibilitar a troca de impressões entre si, os esclarecimentos de dúvidas e a partilha de informações,

procurando promover-se momentos de trabalho comunicação matemática e, também, de cooperação.

Na tarefa 5 a turma trabalhou em grande grupo e nas tarefas 4, 6, 7 e 8 os alunos trabalharam a pares de modo a permitir a troca de ideias entre si e a explicação de dúvidas, com o objetivo de se promover momentos de trabalho cooperativo e de comunicação. Pode-se acrescentar, citando Fonseca (2011), que:

é no trabalho em grande grupo/turma que a partilha e a discussão sobre as dificuldades sentidas e as soluções encontradas são potenciadas. Simultaneamente permite sistematizar e institucionalizar o conhecimento. Esta exploração exige do docente uma constante interação e uma consciência muito clara do que se pretende que os alunos aprendam e do que está em causa em cada situação, pelo que o papel do professor é essencial. (p. 4)

É importante existir a continuidade da exploração de tarefas desta natureza pois estas contribuem para o desenvolvimento da capacidade de comunicação matemática. Observámos que a realização de trabalhos a pares ou em pequenos grupos também levou os alunos a ganhar à vontade e agilidade ao nível da sua expressividade. A comunicação é valorizada, na sala de aula, quando são criadas oportunidades de os alunos interagirem entre pares e verbalizarem os seus raciocínios. Em síntese, “os estudantes devem aprender a comunicar matematicamente e (...) os professores devem estimular o espírito de questionamento e levar os alunos a pensarem e comunicarem ideias” (Cândido, 2001, p. 15)

### **5.5. A resolução de problemas na sala de aula**

No que concerne à tarefa 5, “Problema: As Mesas”, esta foi apresentada, em primeiro lugar, oralmente e depois por escrito. Essa apresentação foi feita de modo expositivo, através da leitura do enunciado. O problema também foi projetado no quadro interativo e foi solicitado a uma criança da turma que o lê-se. Sublinhou-se o que já sabiam para, assim, poderem começar a responder às perguntas. Mais especificamente, para a concretização desta tarefa foi utilizado o método de Pólya (2003), pelo que os passos utilizados para a resolução do problema foram os seguintes: “O que sabes?”; “O que procuras?”; “Como podes resolver?”; e “Acertaste?”. Os alunos foram, assim, respondendo a estas perguntas, sendo que as duas primeiras visavam detetar dificuldades na compreensão do enunciado. Outras vezes, foram colocadas questões de confirmação, para ajudar os alunos na interpretação do que era proposto e na concentração da sua atenção nos aspectos essenciais da situação.

A estagiária sugeriu aos alunos que utilizassem a imagem representada na folha para procurarem uma estratégia para a resolução do problema. Alguns aproveitaram essa sugestão e começaram a desenhar acrescentando sucessivamente mais mesas até obterem o resultado desejado. Depois, através do diálogo e do que as crianças foram concluindo a partir dos desenhos que tinham realizado, toda a turma optou também por utilizar o desenho das mesas como representação. Por conseguinte, foram desenhando mesas e fazendo pontinhos à volta destas, calculando o número de pessoas sentadas, até perfazer um total de vinte pessoas. A resposta foi encontrada por “tentativa e erro”, se bem que organizada em torno do esquema/desenho que representava a disposição das mesas. Muitas vezes, fazer um esquema é uma estratégia que, conjugada com outras, ajuda a obter a solução de um problema, como é mostrado neste exemplo.

Só após a exploração coletiva foi possível encontrar em grupo uma estratégia para a possível resolução deste problema. Segundo Fonseca e Alexandrino (2011), “é no trabalho em grande grupo/turma que a partilha e discussão sobre as dificuldades sentidas e as soluções encontradas são potenciadas. Simultaneamente permite sistematizar e institucionalizar o conhecimento” (p. 31). Para que o professor tenha um papel essencial, é necessário que este esteja em constante interação e que saiba claramente o que pretende que os alunos aprendam e o que está em causa em cada situação.

Com esta proposta de problema, verificámos que não foram excessivas as questões colocadas ao grupo com o objectivo de orientar a resolução do problema. No entanto, se tivesse havido mais tempo e algumas questões tivessem sido colocadas de modo diferente, talvez as crianças tivessem correspondido melhor ao desafio problemático apresentado. Torna-se pertinente mencionar que a “colocação de questões mobilizadoras do raciocínio que permitam desmontar processos, complementar ideias e provar afirmações são importantes na promoção da capacidade de generalização. Trata-se de um percurso demorado e exigente” (Fonseca & Alexandrino, 2011, p. 10).

Este problema representa uma situação no contexto de vida real que incentiva a descoberta de um padrão e a construção de esquemas e/ou tabelas para organizar a informação. Nesta tarefa em particular recorreu-se somente ao uso do desenho. Para a resolução deste problema, também deveria ter sido utilizado material manipulável para facilitar a sua compreensão e determinação da resposta.

## 5.6. Estabelecer conexões

A Matemática deve ser trabalhada de forma integrada, garantindo assim a interligação entre ideias matemáticas e, naturalmente, entre tópicos de outra forma trabalhados separadamente. Por outro lado, pode ainda estabelecer-se uma relação da Matemática com outras áreas do saber. Assim, foi nossa intenção abrir caminhos no sentido de propor hipóteses para o possível estabelecimento de conexões.

De facto, entendemos que um dos papéis do ensino da Matemática deve ser o de proporcionar aos alunos experiências que fomentem o estabelecimento e a utilização de conexões. Assim, foi nossa intenção abrir caminhos no sentido de propor hipóteses para o possível estabelecimento de conexões, pensando na relação da Matemática com outras áreas do saber. Deste modo, nesta seção são apresentadas como exemplo as tarefas 4 e 8.

Na perspetiva de Silva (2005), “uma alternativa que tem-se mostrado bastante interessante e que tem despertado a curiosidade do aluno é a da contextualização, onde os conteúdos da Matemática aparecem vinculados a outras áreas de conhecimento e a situações do cotidiano dos alunos” (p. 8)

A tarefa 4, “A Poção Mágica”, foi realizada no tempo de Português. Esta tarefa revelou-se bastante interessante, ainda mais que acabou por estar relacionada com a Matemática, mais concretamente, com as simetrias.

As crianças quando colocavam o espelho ao lado da receita da poção mágica e, começavam a olhar para o espelho, viam que conseguiam ler. Tal não foi o espanto quando se aperceberam desse facto, isto é, quando obtiveram um resultado que não era esperado (figura 13).



**Figura 13:** Crianças a decifram a poção mágica.

A realização desta tarefa permitiu que as crianças tivessem um primeiro contacto com os espelhos e com o seu manuseamento, bem como em experimentar e visualizar o que acontecia quando colocavam um espelho junto de um texto que estava escrito ao contrário. As crianças acabaram por compreender que podiam ver a sua imagem refletida no espelho, que era o texto escrito de forma correta.

A realização desta tarefa permitiu que os alunos construíssem novos conhecimentos sobre os conhecimentos previamente adquiridos, mas de forma integrada. Os alunos também obtiveram um conhecimento mais profundo e duradouro, assim como desenvolveram a curiosidade e a criatividade. Segundo Vale e Pimentel (2010), isto verifica-se quando se realçam as conexões entre as ideias matemáticas que estão a ser trabalhadas e os conhecimentos matemáticos já adquiridos, e também os da vida do quotidiano.

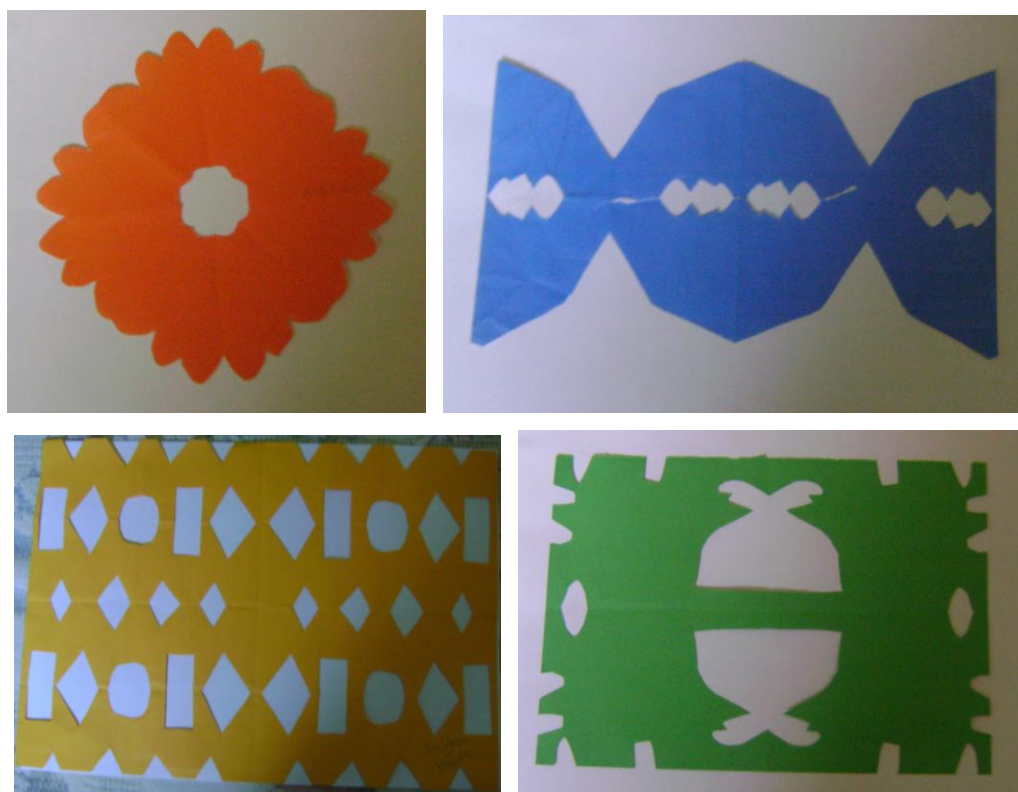
A tarefa 8, "Naperons", foi bastante enriquecedora e veio complementar as restantes tarefas que havíamos realizado anteriormente, nomeadamente, "Jogo dos Espelhos" e "Detetives à Caça de Simetrias". De facto, ao pensar na realização destas três tarefas, refletimos sobre como deveria ser a sua sequência e que estas acabariam por se interligar de forma gradual.

Inicialmente foi proporcionado às crianças um momento de exploração e descoberta com o recurso a espelhos para descobrirem como podiam completar um determinado desenho. Já na segunda tarefa, também com a utilização de espelhos, a partir de uma imagem os alunos tinham de descobrir eixos de simetria de modo que a imagem ficasse completa quando refletida no espelho. E por último, com a terceira tarefa, as crianças tiveram oportunidade de elaborar naperons e serem os criadores de diferentes padrões e simetrias, como podemos observar na figura 14.



**Figura 14:** A construção dos naperons.

Todas as crianças corresponderam de forma bastante positiva a esta sequência de tarefas pois, todas participaram com muito empenho, interesse e entusiasmo, até quiseram repetir a atividade de construção dos naperons e fazer mais do que um naperom, enquanto não terminava o tempo, nem as folhas coloridas. Iam sempre pedindo mais e mais! Na figura 15, podemos observar alguns dos naperons criados pelas crianças.



**Figura 15:** Naperons criados pelas crianças.

Esta atividade foi realizada num tempo de Expressões, designadamente, de Expressão Plástica, e constituiu uma oportunidade onde foi possível de forma transversal e integradora abordar alguns conteúdos matemáticos.

Com a concretização das tarefas 4 e 8 foi possível a criação e exploração de situações em que os alunos trabalharam a Matemática ligada a outras áreas curriculares, neste caso em particular, foram estabelecidas conexões com o Português e com a Expressão Plástica. Tratou-se um desafio elaborar tarefas que se adaptassem aos interesses dos alunos e esimassem a sua aprendizagem Matemática. Verificámos que articular e abordar diferentes áreas de forma a integrá-las é bastante promissor no âmbito da aquisição de competências, e foi o que se sucedeu com a realização destas duas tarefas.

Compreendeu-se que estabelecer conexões significa uma integração de saberes e, por conseguinte, onde há “continuidade” em oposição a uma separação e clivagem entre áreas de conhecimento. É importante não esquecer que, “nas conexões com outras áreas curriculares, os conceitos ou os procedimentos devem ser encarados não só do ponto de vista matemático, mas também das áreas em questão. O respeito pela especificidade de cada uma, nomeadamente a nível da linguagem, é essencial para a compreensão dos alunos” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 42).

Salienta-se a importância de o professor estimular os alunos a estabelecer conexões matemáticas, de tal forma que “considerem a Matemática como uma teia de relações, e não como uma Ciência isolada, inacessível e fechada sobre si mesma” (Boavida, Paiva, Cebola, Vale & Pimentel, 2008, p. 58). Por conseguinte, esperamos ter contribuído para evidenciar a importância da descoberta de padrões, bem como do papel que a resolução de problemas tem no desenvolvimento da Matemática e que pode ainda ser mais estudada, refletida, investigada e utilizada pelos professores. Temos, cada vez mais, que estar dispostos a inovar e a ir à procura de tarefas com significado para o processo de ensino-aprendizagem das crianças.

### **5.7. A implementação do tempo de estudo autónomo**

Durante o estágio realizado no âmbito da PES II implementou-se o Tempo de Estudo Autónomo (TEA). Era intenção da professora cooperante criar esta rotina dentro da sala de aula, pelo que fomos sempre motivando-a a fazê-lo o mais cedo possível porque, assim, nós podíamos ajudar na implementação do mesmo e acompanhar todo o processo inicial, que acreditámos ter de ser feito de forma minuciosa.

A nossa principal motivação foi a vontade de experienciar todo o processo de criar um momento de TEA, pois conhecíamos e ouvíamos falar muito, mas nunca tínhamos tido a oportunidade de implementar. Aqui estava a nossa oportunidade, pelo que começámos a construir ficheiros e a pensar como podíamos organizar todo o processo inicial, íamos tendo muitas conversas com a professora cooperante e, em conjunto, criámos o momento do TEA na sala de aula.

Foi pensada toda a estrutura inicial que teria de ser feita, desde a construção de ficheiros para as diferentes áreas, tendo em conta os conteúdos já abordados, bem como mapas de dupla entrada com os nomes dos alunos, em coluna, e o código de referência de cada ficha em linha, para registo sistemático após a sua utilização pelos alunos.

Plano Individual de Trabalho nº \_\_\_\_\_ semana de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_

A minha tarefa é \_\_\_\_\_

	Estudo autónomo	O que penso fazer	
		1	2
Português	Leitura	<input type="checkbox"/>	
	Escrita/Revisão	<input type="checkbox"/>	
	Ortografia	<input type="checkbox"/>	
	Gramática	<input type="checkbox"/>	
	Logos/Pictos	<input type="checkbox"/>	
	Manual	<input type="checkbox"/>	
Matemáticas	Números/Cálculo	<input type="checkbox"/>	
	Problemas	<input type="checkbox"/>	
	Geometria	<input type="checkbox"/>	
	Métrica	<input type="checkbox"/>	
	Regularidades	<input type="checkbox"/>	
	Logos/Pictos	<input type="checkbox"/>	
Mapa	Ficheros	<input type="checkbox"/>	
	Estudar	<input type="checkbox"/>	
	Manual	<input type="checkbox"/>	

Trabalhar com ícones

Trabalhar com ícones	Conteúdos a trabalhar (actividades)
1ª	
2ª	
3ª	
4ª	
5ª	

A minha avaliação

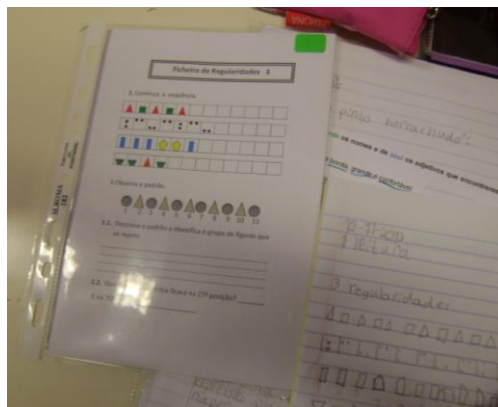
Sugestões da professora

Opinião do Encarregado de Educação

Trabalhar bem e com as atividades "Trabalhar no que mais gosta" Realizar pequenas intervenções em sala

**Figura 16:** Plano Individual de Trabalho (PIT).

Depois, foi criado o Plano Individual de Trabalho (PIT), conforme se ilustra na figura 16. No PIT, na área destinada à Matemática, como se pode observar na figura, estão associadas diferentes sub-áreas, que correspondem a ficheiros que abordam diversos conteúdos, entre eles, as sequências e regularidades e a resolução de problemas. Na figura 17, podemos observar um exemplo de um ficheiro de sequências e regularidades.

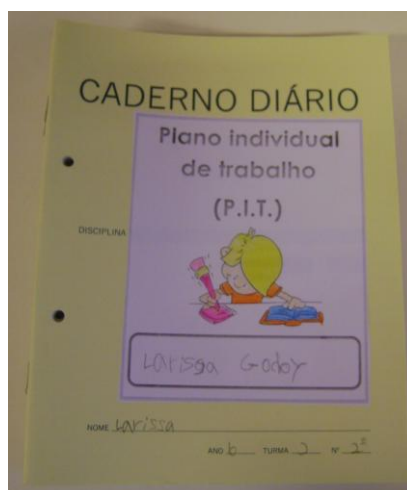


**Figura 17:** Ficheiro de Sequências e Regularidades.

O Plano individual de Trabalho (PIT) é uma espécie de mapa de planeamento das atividades e verificação do seu cumprimento, onde se torna visível não só o trabalho de estudo e treino de competências que cada um se propõe realizar, mas também o registo de outros trabalhos e responsabilidades assumidas pelo aluno como ator, no contexto de atividades de manutenção e organização do trabalho de turma ou da escola (Niza, 2004). Este instrumento permite operacionalizar a diferenciação do trabalho, isto é, permite a cada aluno trabalhar

segundo as necessidades que progressivamente vai tomando consciência na interação com os outros, de modo a progredir nas suas aprendizagens (Santana, 1999). Está, assim, dado o início à aprendizagem de uma outra forma de autonomia e autenticidade.

Cada criança registava, num caderno (figura 18), o resultado das atividades realizadas nos momentos de estudo autónomo.



**Figura 18:** Caderno para os momentos do TEA.

Era neste caderno que as crianças colavam, semanalmente, a sua folha relativa ao Plano Individual de Trabalho (PIT) – roteiro semanal do percurso de cada um dos alunos para o desenvolvimento do currículo. Este procedimento era pertinente, pois as atividades que se faziam durante a semana no Tempo de Estudo Autónomo ficavam ali registadas, podendo mais tarde fazer-se uma análise do que tinha sido feito durante a semana e voltar sempre atrás aos outros PIT's para comparar, para tirar alguma dúvida e até para ver a evolução da criança ao longo do tempo.

Os recursos existentes encontravam-se expostos e organizados por áreas, de modo a permitir uma utilização livre e estruturante. Os ficheiros estavam devidamente ordenados e classificados para permitir a fácil localização e arrumação de qualquer um deles (figura 19). Importa salientar que o tempo de estudo autónomo não se cingiu somente à realização de ficheiros, mas também para possibilitar a realização de atividades de escrita livre, de escrita no computador, de trabalhar a pares e/ou com a professora, de terminar trabalhos, etc.



**Figura 19:** Ficheiros na área da Matemática.

O tempo de estudo autónomo tornou-se um momento especial do dia, onde cada aluno, guiado pelo seu PIT, podia dedicar-se a trabalhar, autonomamente ou em parceria, de forma a ultrapassar as suas dificuldades.

Em cada dia da semana a turma dispunha de cerca de uma hora para que os alunos, individualmente ou a pares, pudessem: treinar capacidades e competências curriculares guiados por exercícios propostos em ficheiros; estudar, em textos informativos ou nos manuais, as matérias nucleares dos respetivos programas; exercitar-se no trabalho de produção ou de revisão de textos escritos; proceder a leituras à sua escolha; ou realizar quaisquer outras atividades de consolidação ou de desenvolvimento das aprendizagens (Niza, 2004).

Na nossa sala, existiam 3 PIT's diferentes, um para a maioria da turma e outros 2 diferentes para os 2 alunos do regime educativo especial, abrangidos por CEI e AC. Segundo, Fróis (2010), assumir a implementação do tempo de estudo autónomo na turma tornou-se numa oportunidade para “conquistar espaço” para a diferenciação.

A implementação do TEA fez-nos descobrir, em parte, o potencial que permitia esta autonomia. Contudo, as crianças com mais dificuldades continuavam a necessitar bastante do nosso apoio e orientação. Temos de saber lidar e conviver com a realidade de cada turma e ir fazendo os acertos e ajustes necessários. Numa fase inicial, a nossa orientação continuava a ser bastante necessária. Na verdade, é preciso tempo para as crianças interiorizarem a organização deste tipo de trabalho e, então, cada vez mais, o tempo de estudo autónomo poderá ser rentabilizado o melhor possível.

## Considerações Finais

A escola não deve ser vista apenas como um local específico de formação, nem tão pouco apenas como um local de múltiplas aprendizagens, resultantes de uma transmissão de conhecimentos, mas sim de uma partilha de saberes e experiências que deve ser feita em função dos conhecimentos e concepções que as crianças trazem sobre diversas temáticas. Na verdade, e segundo Menino e Correia (2001), “estas concepções alternativas assumem um papel central, porque todo o trabalho realizado na aula deve fazer-se de tal modo que os alunos sejam estimulados a apresentar, questionar e testar as suas ideias e convicções, para que estas ao invés de constituírem uma barreira à aprendizagem, sejam antes facilitadoras dessa mesma aprendizagem” (p. 98).

Ao longo da experiência didática, os alunos revelaram grande entusiasmo e empenho na resolução das tarefas, demonstrando persistência e boas dinâmicas de grupo. Foi nossa intenção compreender e interpretar a forma como as tarefas foram implementadas e como a sua concretização proporcionou aprendizagens aos alunos e que aprendizagens foram essas.

Foi nossa intenção desempenhar um papel ativo, ao criar um ambiente de trabalho dinâmico, mediante a apresentação de tarefas adequadas e variadas, apontando a descoberta de padrões e a resolução de problemas como momentos especiais de interação e diálogo. Destacam-se os momentos em que se valorizou as produções dos alunos, a sua capacidade de argumentação e raciocínio e o desenvolvimento da comunicação matemática, patente nos diálogos das crianças analisados ao longo deste relatório.

A partir do trabalho desenvolvido durante o estágio e, concretamente, a partir da descoberta de sequências e regularidades, abordaram-se conceitos matemáticos como, por exemplo, o sentido de número, a centena, o cálculo mental, a descoberta de regularidades e a sua generalização. Julgamos ter proporcionado aos alunos momentos privilegiados para o desenvolvimento da capacidade de identificar regularidades e compreender a lei de formação de uma dada sequência pictórica e da correspondente sequência numérica, tendo sido privilegiado o uso de diversas formas de representação e a utilização de diferentes materiais não estruturados. Esta experiência de ensino também permitiu realizar conexões na sala de aula.

Abordar o tema da descoberta de padrões de forma motivante e desafiadora permitiu que os alunos desenvolvessem conhecimentos e capacidades neste domínio. A abordagem que leva os alunos a reconhecerem e a identificarem padrões existentes nos números, nas formas e

no mundo à nossa volta é o começo de uma exploração que ajuda os alunos a continuar, completar e generalizar. Vale, Pimentel, Alvarenga e Fão (2011) corroboram esta ideia:

O desenvolvimento destas capacidades conduz a uma melhor compreensão da matemática, da sua utilidade e da sua beleza, e faz com que os alunos fiquem mais bem preparados, em particular para o trabalho com funções e álgebra, do que aqueles que não tiveram esta oportunidade. (p. 35)

Em relação à resolução de Problemas, esta é considerada uma forma acessível de proporcionar aos alunos que “aprendam a aprender”. Ao longo do estágio, constatámos que quando se trabalha a resolução de problemas, estamos a ajudar os alunos a desenvolver esta capacidade de aprender a aprender, habituando-os a procurar por si próprios respostas às questões que os inquietam, sejam elas questões escolares ou da vida quotidiana, em vez de ficarem à espera de uma resposta já pronta dada por outra pessoa. O trabalho desenvolvido ao longo do estágio destaca a resolução de problemas como um meio de suscitar nos alunos um comportamento de pesquisa, de avivar a sua curiosidade e de os preparar para lidar com situações novas, quer seja dentro ou fora da escola.

Ao concluir este percurso, verificámos que o estudo de padrões e a resolução de problemas traduzem-se numa vantagem no processo de ensino-aprendizagem da Matemática, pois constituem uma forma de possibilitar a introdução ou exploração de diferentes conceitos matemáticos. Contudo, a seleção de tarefas e o modo como estas são implementadas condicionam, em muito, o trabalho quer dos professores como dos alunos, como foi possível verificar no capítulo cinco deste relatório.

O objetivo inicial deste trabalho passava por desenvolver tarefas que permitissem promover a capacidade de identificar e descrever regularidades e padrões, em articulação com diferentes processos matemáticos, com destaque para o processo de resolução de problemas. Ao longo do trabalho, e após refletir sobre as tarefas desenvolvidas, é-nos possível concluir sobre o êxito deste desiderato, como também entendemos que as tarefas implementadas promoveram o gosto pela Matemática, como ficou patente pelas muitas reações das crianças registadas no decurso do estágio.

Relativamente aos objetivos específicos que nos propusemos atingir, entendemos que estes foram todos concretizados. Houve sempre a preocupação de desenvolver atitudes positivas face à Matemática e de levar as crianças a apreciar esta área. Durante a realização das tarefas, também houve algum cuidado na forma como estas eram apresentadas e no diálogo que mantínhamos com as crianças, de forma a sentirem confiança nos seus

conhecimentos e naquilo que eram capazes de fazer, não tendo receio de responder, mesmo quando a resposta não era a correta, pois esta também é uma forma de aprender.

As tarefas propostas também permitiram às crianças a procura e identificação de regularidades, bem como a formulação de generalizações através da descoberta de padrões. Algumas foram desenvolvidas através do estabelecimento de conexões com outras áreas do currículo. Em alguns casos, partiram-se de situações inspiradas na vida quotidiana. Também se procurou sempre articular a demanda da procura de um padrão com diferentes processos matemáticos, como se pode constatar na reflexão apresentada no capítulo 5, entre eles a resolução de problemas. Segundo o NCTM (1998),

ao continuarmos a proporcionar-lhes uma ampla variedade de oportunidades para explorar e usar padrões, estamos a ajudá-los a passar de simples identificação de regularidades para uma utilização mais sofisticada das mesmas, como estratégia de resolução de problemas. Por outras palavras, deixamos de ensinar padrões, para ensinar *com* padrões. (p. 1)

Por fim, resta acrescentar algumas palavras relativamente às duas questões de partida, que verdadeiramente nortearam todo este trabalho: “De que forma, partindo de contextos do dia a dia das crianças, a descoberta de padrões pode promover os diferentes processos matemáticos?” e “Como é que a resolução de problemas pode estimular a procura por padrões?”.

Foi possível impulsionar situações de comunicação oral e escrita diversificada, desenvolveu-se a aptidão para a generalização. Promoveu-se a comunicação na sala de aula, tendo a formanda procurado orientar as crianças de forma a reforçar aspetos matemáticos importantes e, assim, contribuir para uma mudança na consciência dos alunos, valorizando o processo e a aprendizagem em detrimento do resultado e da tarefa.

Este estágio foi bastante intenso e suscitou inúmeros momentos de pesquisa e reflexão, principalmente, na seleção das tarefas a realizar. Contudo, pensámos ter conseguido revelar que a descoberta de padrões é um meio facilitador de aprendizagens e que quando interligado à resolução de problemas torna-se um momento privilegiado em educação matemática, com grandes potencialidades para novas descobertas. Para além da resolução de problemas, outros processos matemáticos podem ser invocados e trabalhados com afincos e proveito. Foi o que constatámos no decorrer das práticas, nomeadamente, com a comunicação matemática, o raciocínio matemático, as representações e as conexões. O estímulo ao desenvolvimento de generalizações foi para nós também bastante enriquecedor.

Em relação à segunda questão de partida, apercebemo-nos de como a procura por um padrão pode ser uma estratégia de extrema relevância no âmbito da resolução de problemas (veja-se por exemplo a reflexão patente na secção 5. 5, a respeito do “Problema: As mesas”). Assim, a procura por uma estratégia de resolução pode ser um forte estímulo à descoberta de padrões.

A realização deste trabalho foi para nós muito gratificante, na medida em pudemos constatar que são muitas as potencialidades do tema selecionado. Esta foi uma oportunidade para explorar diversos conceitos matemáticos de forma contextualizada e em articulação com processos matemáticos diversificados.

Este trabalho foi mais um passo na nossa caminhada de crescimento como pessoa, como educador e como professor. Seguramente somos uma pessoa diferente com o que aprendemos, pois este foi um percurso que nos abriu caminhos, outras opções e nos levou a ter de tomar inúmeras decisões. Consideramos que aprendemos muito, em especial com os nossos erros, vivências e experiências, mas também temos a noção que a nossa aprendizagem é um processo contínuo que será feito ao longo de toda a nossa formação e carreira profissional.

A afirmação da profissão de docente adequada à sociedade diversificada em que vivemos exige que o professor seja reflexivo e capaz de interpretar com rigor e eficácia o meio envolvente. Dele são também esperadas atitudes de abertura à diversidade de culturas, de estilos de vida, de estruturas de pensamento e de conhecimentos das crianças e das famílias com quem interage. Estas são condições fundamentais para que o professor possa conduzir o processo educativo dentro de percursos que, progressivamente, permitam às crianças ir encontrando respostas fundamentadas às suas interrogações.

Ser professor é ter um papel social ativo, contribuindo para a formação dos futuros cidadãos e essa é uma característica na profissão de professor que nos é gratificante. Temos consciência do esforço que deve ser dedicado na atualização de conhecimentos, sobretudo no âmbito dos métodos e das práticas pedagógicas, mas que quando é feito com gosto, interesse e dedicação, se torna um desafio.

## Referências Bibliográficas

- Alsina, A. (2004). *Desenvolvimento de competências matemáticas com recursos lúdico-manipulativos*. Porto: Porto Editora.
- Abrantes, P., Serrazina, L., & Oliveira, I. (1999). *A Matemática na educação básica*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Alvarenga, D. & Vale, I. (2007). A exploração de problemas de padrão: um contributo para o desenvolvimento do pensamento algébrico. *Quadrante XV*, 1, 27-55.
- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics* 52, 215-241.
- Barbosa, E. (2009). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: um estudo longitudinal com alunos do 2.º ano do ensino básico*. Dissertação de mestrado. Braga: Universidade do Minho.
- Barbosa, E. (2010). *A resolução de problemas que envolvem a generalização de padrões em contextos visuais: Um estudo longitudinal com alunos do 2.º ciclo do ensino básico*. Dissertação de doutoramento. Braga: Universidade do Minho.
- Barbosa, A., et al. (2011). *Padrões em Matemática: uma proposta didática no âmbito do novo programa para o ensino básico*. Lisboa: Texto.
- Baroody, A. (2002). Incentivar a aprendizagem matemática nas crianças. In Bernard Spodek, *Manual de investigação em educação de infância* (pp. 333-390). Lisboa: Fundação Calouste Gulbenkian.
- Bishop, J. (1989). *Incentives for learning: Why American high school students compare so poorly to their counterparts overseas*. Ithaca: Cornell University.
- Boavida, A., Paiva, A., Cebola, G., Vale, I. & Pimentel, T. (2008). *A Experiência Matemática no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.
- Breda, A. et al. (2011). *Geometria e Medida no ensino básico*. Lisboa: ME - Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Bogdan, R., & Biklen, S. (1994). *Investigação qualitativa em educação: uma introdução à teoria e aos métodos*. Porto: Porto Editora.
- Canavarro, A. & Santos, L. (2012). In A. Canavarro, L. Santos, A. Boavida, H. Oliveira et al. (Org.), *Investigação em Educação Matemática: Práticas do Ensino da Matemática* (pp. 99-104). Lisboa: Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.

- Cândido, P. (2001). Comunicação em Matemática. In K. Smole & M. Diniz, *Ler, escrever e resolver problemas – Habilidades básicas para aprender matemática* (pp. 15-28). Porto Alegre: Artmed.
- Carmo, H. & Ferreira, M. (1998). *Metodologia da Investigação. Guia para Auto-aprendizagem*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Castro, J. & Rodrigues, M. (2008). O sentido de número no início da aprendizagem. In J. Brocardo, L. Serrazina, & I. Rocha (Org.), *O sentido do número: reflexões que entrecruzam teoria e prática* (pp. 117-133). Lisboa: Escolar Editora.
- Davis, P. & Hersh, R. (1995). *A experiência matemática*. Lisboa: Gradiva.
- Devlin, K. (2002). *Matemática: a ciência dos padrões*. Porto: Porto Editora.
- Estrela, A. (1994). *Teoria e Prática de Observação de Classes*. Porto: Porto Editora.
- Freiman, V. e Lee, L. (2006). *Developing Algebraic Thinkinh through pattern exploration, Mathematics teaching in Middle School* 11(9), 428-433.
- Fonseca, A. & Alexandrino, F. (2011). *Sequências e Regularidades no 1º Ciclo – Relato de Experiências*. Lourinhã: Agrupamento de Escolas de Lourinhã. Acedido a 29 de março de 2013, disponível em [http://www.apm.pt/files/C28\\_4e71e26a1c694.pdf](http://www.apm.pt/files/C28_4e71e26a1c694.pdf)
- Fróis, J. (2010). Perplexidades de uma experiência de implementação de Tempo de Estudo Autónomo. *O Lugar dos Nossos Textos – Escritos Partilhados II*, 1-21.
- Goldin, G. (2008). Representation in mathematical learning and problem solving. In L. D. English (Ed.), *Handbook of international research in mathematics education* (pp. 197-218). Mahwah: Lawrence Erlbaum Associates.
- Hershkowitz, R., Parzysz, B e Dormolen, J. (1996). Space and shape. In Alan Bishop *et al.* (Org.), *International Handbook of Mathematics Education* (pp. 161 – 204). Londres: Kluwer.
- Lopes, T. (2012). *Padrões no Ensino Básico*. Dissertação de Mestrado. Coimbra: Faculdade de Ciências e Tecnologia.
- Ludke, M. & André, M. (1986). *Pesquisa em Educação: abordagens qualitativas*. São Paulo: EPU.
- Mason, J. (1996). Expressing Generality and Roots of Algebra. In N. Bednard, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to Algebra* (pp. 65-86). Dordrecht, The Netherlands: Klumer Academic Publishers.

- Menino, H. & Correia, S. (2001). *Concepções alternativas: ideias das crianças acerca do sistema reprodutor humano e reprodução*. Leiria: Escola Superior de Educação de Leiria
- Mestre, C. & Oliveira, H. (2011). O pensamento algébrico e a capacidade de generalização de Alunos do 3.º ano de escolaridade do ensino básico. In C. Guimarães & P. Reis (Org.) *Professores e Infâncias: estudos e experiências* (pp. 201-223). São Paulo: Junqueira & Marin Editores.
- Ministério da Educação. (2001). *Currículo Nacional do Ensino Básico – Competências Essenciais*. Lisboa: ME – Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação. (2004). *Organização Curricular e Programas Ensino Básico – 1.º Ciclo*. Lisboa: ME – Departamento da Educação Básica.
- Ministério da Educação (2007). *Programa de Matemática do Ensino Básico*. Lisboa: ME – Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Ministério da Educação (2010). *Metas de aprendizagem*. Lisboa: ME-Direcção Geral da Inovação e Desenvolvimento Curricular. Acedido a 31 de março de 2012, disponível em <http://www.metasdeaprendizagem.min-edu.pt/educacao-pre-escolar/apresentacao>.
- Ministério da Educação e Ciência (2013). *Programas e Metas Curriculares de Matemática – Ensino Básico*. Lisboa: MEC – Direcção Geral da Educação.
- Morais, A. (2012). *A exploração de Sequências e Regularidades como suporte para o desenvolvimento do pensamento algébrico*. Dissertação. Lisboa: Universidade de Lisboa.
- Moreira, S. & Fonseca, L. (2009). A comunicação e a resolução de problemas envolvendo padrões. In Actas do XIX EIEM. Vila Real.
- Narciso, M. & Paulus, P. (2005). *Histórias de matemática: Uma abordagem da didáctica experimental da matemática*. Carnaxide: Edição de autor.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Primeiro ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Colecção de adendas. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Segundo ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Colecção de adendas. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.

- National Council of Teachers of Mathematics (1998). *Terceiro ano – Normas para o currículo e a avaliação em matemática escolar*. Coleção de adendas. Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- National Council of Teachers of Mathematics. (2008). *Princípios e normas para a matemática escolar* (2ª ed.). (M. Melo, Trad.) Lisboa: Associação de Professores de Matemática.
- Niza, S. (2004). A Acção de Diferenciação Pedagógica na Gestão do Currículo. *Escola Moderna*. 21 (5), 64-69.
- Orton, A. (1999). *Pattern in the Teaching and Learning of Mathematics*. USA: NCTM.
- Orton, A., Orton, J. & Roper, T. (1999). Pictorial and Practical contexts and the perception of pattern. In Anthony Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics*. (pp.120-136). London: Cassel.
- Paenza, A. (2008). *Matemática... Estás aí?*. Lisboa: Publicações Dom Quixote.
- Pimentel, T., Vale, I., Freire, F. Alvarenca, D. & Fão, A. (2010). *Matemática nos Primeiros Anos: tarefas e desafios para a sala de aula*. Lisboa: Texto.
- Pimm, D. (1996). Modern times: The symbolic surfaces of language, mathematics and art. In L. Puig e A. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, Vol. 1 (pp.35-50). Valência: Universidade de Valência.
- Pinheiro, S. & Vale, I. (2013). Criatividade e matemática: um caminho partilhado. In I. Vale, A. Barbosa, A. Peixoto, L. Fonseca e T. Pimentel (Org.), *Atas do Encontro Ensinar e Aprender Matemática com Criatividades dos 3 aos 12 anos* (pp. 30-39). Viana do Castelo: ESE.
- Pires, M. (1994). A utilização de materiais na aprendizagem matemática, *Actas do ProfMat* 94, 289-295.
- Pólya, G. (2003). *Como resolver problemas*. Lisboa: Gradiva.
- Ponte, J. P., & Serrazina, L. (2000). *Didáctica da Matemática para o 1.º ciclo do ensino básico*. Lisboa: Universidade Aberta.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em Matemática. In GTI (Ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Ponte, J., Branco, N. & Matos, A. (2009). *Álgebra no Ensino Básico*. Lisboa: Ministério da Educação.

- Ponte, L. & Serrazina, L. (2009). O novo Programa de Matemática: uma oportunidade de mudança. *Educação e Matemática* 105, 2-6.
- Quivy, R., & Campenhoudt, L. (1992). *Manual de Investigação em Ciências Sociais*. Lisboa: Gradiva.
- Ramos, T., Boavida, A. & Oliveira, H. (2011). Pensamento algébrico no 2.º Ano de escolaridade: generalização de seqüências. In A. Henriques, C. Nunes, A. Silvestre, H. Jacinto, H. Pinto, A. Caseiro & J. Pedro (Org.), *Atas do XXII Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 27-44). Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Romberg, T. A., Carpenter, T. P., & Fennema, E. (1993). Toward a common research perspective. In T. A. Romberg, T. P. Carpenter, & E. Fennema (Eds.), *Integrating research on the graphical representation of functions* (pp. 1-9). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Santana, I. (1999). *O Plano Individual de Trabalho como instrumento de pilotagem das aprendizagens no 1º ciclo do ensino básico*. *Escola Moderna* 5 (5), 13-24.
- Secretaria Regional da Educação e Formação. (2010). *Referencial para a Área de Formação Pessoal e Social e Área Curricular não Disciplinar de Cidadania*. Angra do Heroísmo. SREF - Secretaria Regional da Educação e Formação.
- Secretaria Regional da Educação e Formação. (2011). *Referencial Curricular para a Educação Básica na Região*. Angra do Heroísmo. SREF - Secretaria Regional da Educação e Formação.
- Serrazina, M., et al. (2005). *Programa de Formação Contínua em Matemática para Professores do 1.º Ciclo*. ME - Departamento da Educação Básica.
- Serrazina, M. (2007). (Coord.). *Ensinar e Aprender Matemática no 1º Ciclo*. Lisboa: Texto Editores.
- Silva, J. A. (2005). *Refletindo sobre as dificuldades de aprendizagem na matemática: algumas considerações*. Brasília: Universidade Católica de Brasília.
- Smith, E. (2003). *Stasis and change: Integrating patterns functions and algebra through the K-12 curriculum*. Reston: NCTM.
- Steele, D. (2001). Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, 62, 39-42.
- Sousa, A. (s.d.). *A resolução de problemas como estratégia didática para o ensino da matemática*. Brasil: Universidade Católica de Brasília.

- Threlfall, J. (1999). Repeating patterns in the primary years. In A. Orton (Ed.), *Patterns in the teaching and learning of mathematics* (pp. 18-30). London: Cassell.
- Vale, I. (2000). *Didáctica da Matemática e Formação Inicial de Professores num Contexto de Resolução de Problemas e de Materiais Manipuláveis*. Aveiro: Universidade de Aveiro.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2005). Padrões: um tema transversal do currículo. *Educação e Matemática* 85, 14-21.
- Vale, I. (2006). Resolução de Tarefas com Padrões em Contextos Figurativos: exemplos de sala de aula. *Matemática e Padrões no ensino básico: perspectivas e experiências curriculares de alunos e professores*. Portugal: Fundação para a Ciência e a Tecnologia.
- Vale, I., et al. (2008). Padrões no currículo de Matemática: presente e futuro. In R. González, B. Alfonso, M. Machin & L. Nieto (Org.), *Investigación en Educación* (pp. 477-493). Badajoz: SEIEM, SPCE, Associação de Professores de Matemática.
- Vale, I. (2009). Das tarefas com padrões visuais à generalização. In J. Fernandes, H. Martinho & F. Viseu (Org.), *Actas do XX Seminário de Investigação em Educação Matemática* (pp. 35-63). Viana do Castelo: Associação de Professores de Matemática.
- Vale, I. & Pimentel, T. (2009). A descoberta de padrões no desenvolvimento do cálculo mental: uma experiência com professores do 1.º ciclo. In C. Costa, E. Mamede & F. Guimarães (Org.), *Números e Estatística: Reflectindo o presente, perspectivando o futuro. XIX Encontro de Investigação em Educação Matemática* (pp. 16-25). Vila Real: ESEVC.
- Vale, I., & Pimentel, T. (2010). *Padrões e conexões matemáticas. Educação e Matemática* 110, 33-38.
- Vale, I., Pimentel, T., Alvarenga, D. e Fão, A. (2011). *Uma proposta didáctica envolvendo padrões* (material de apoio ao PMEB). ME – Direcção Geral de Inovação e Desenvolvimento Curricular.
- Vale, I. (2012). As tarefas de padrões na aula de matemática: um desafio para professores e alunos. *Interacções* 20, 181-207.
- Vale, I. (2013). Padrões em contextos figurativos: um caminho para a generalização em matemática. *REVEMAT – Revista Eletrónica de Educação Matemática* 2, 64-81.
- Valério, N. (2005). Papel das representações na construção da compreensão matemática dos alunos do 1º ano. *Quadrante* 14(1), pp. 37-66.

- Van de Walle, J. (2009). *Matemática no ensino fundamental – formação de professores e aplicação em sala de aula*. Brasil: Editora Artmed.
- Veloso, E. (2012). *Simetria e Transformações Geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Veloso, E. (2012). *Simetria e Transformações Geométricas*. Lisboa: Associação de Professores de Matemática (APM).
- Vilar, A. (1993). *Inovação e Mudança na Reforma Educativa*. Porto: Edições Asa.
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational studies in mathematics* 49, 379-402.
- Zimmermann, W. & Cunningham, S. (1991). Introduction: What is Mathematical Visualization? In W. Zimmermann & S. Cunningham (Eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics* (pp. 1-7). Washington: MAA.