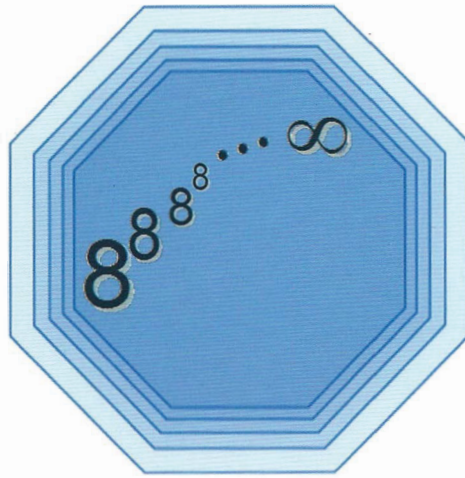


Armando Mendes • Áurea Sousa • Helena Melo  
Jerónimo Nunes • João Cabral • Maria do Carmo Martins  
Osvaldo Silva • Paulo Medeiros

# Matemática: de Oito ao Infinito



## Ficha Técnica

Título	Matemática: de Oito ao Infinito
Autores	Armando Mendes Áurea Sousa Helena Melo Jerónimo Nunes João Cabral Maria do Carmo Martins Osvaldo Silva Paulo Medeiros
Edição	Universidade dos Açores
Depósito Legal	435034/17
ISBN	978-989-20-8030-7
Data de Saída	Dezembro de 2017
Tiragem	250 exemplares
Execução Gráfica	Nova Gráfica, Lda.

## Índice

CAPÍTULO I	
Ciência dos Dados: um conceito transversal .....	15
<i>Amando Mendes</i>	
CAPÍTULO II	
Estatística e análise de dados: algumas aplicações .....	37
<i>Áurea Sousa</i>	
CAPÍTULO III	
Antologia Matemática .....	59
<i>Helena Melo</i>	
CAPÍTULO IV	
A codificação binária da Informação .....	91
<i>Jerónimo Nunes</i>	
CAPÍTULO V	
Desafios, aplicações e manias do método de Singapura.....	123
<i>João Cabral</i>	

CAPÍTULO VI	
Da origem dos números ao infinito .....	147
<i>M. do Carmo Martins</i>	
CAPÍTULO VII	
Estatística: Reflexões sobre o seu bom uso.....	175
<i>Oswaldo Silva</i>	
CAPÍTULO VIII	
Um passeio pelo Cálculo .....	197
<i>Paulo Medeiros</i>	
CAPÍTULO IX	
In Memoriam .....	219
NOTAS BIOGRÁFICAS .....	221

## Ciência dos Dados: um conceito transversal

Armando B. Mendes

Universidade dos Açores e Algoritmi

A ciência dos dados é uma nova área científica que atravessa transversalmente várias áreas clássicas. Como todos os temas que têm como objeto analisar dados, o contexto é de primordial importância.

De facto, não é igual fazer um teste estatístico com dados de uma cultura biológica ou das vendas de uma empresa. No entanto, todas as ciências têm um denominador comum, o facto de precisarem de registos de factos para avançarem no conhecimento. Este é um fator fundamental no processo científico.

A análise de dados ou a criação de conhecimento a partir de registos que variam desde documentos históricos até aos armazéns de dados é o objeto de estudo de um ramo da matemática especializado em analisar, aprender e decidir a partir de dados: A estatística.

Mas então, o que mudou que justifique a criação de uma nova área científica?

As mudanças são de três ordens, sendo a primeira relacionada com o melhor conhecimento (apesar de ser ainda muito escasso) sobre o funcionamento do cérebro biológico, o volume e a origem dos dados, agora mais "automática", e os avanços tecnológicos na informática.

A inteligência humana continua a ter muitos mistérios, com muito espaço para investigação, mas o que já se sabe permite a reprodução de alguns comportamentos com algoritmos genéticos ou principalmente de redes neuronais artificiais. Alguns dos resultados mais espantosos dos nossos dias, como o reconhecimento de padrões em imagens ou a possibilidade de interpretação da linguagem natural (aquela que todos nós falamos) foram obtidos com algoritmos que imitam (ainda que rudimentarmente) o funcionamento do cérebro.

O volume de dados cresce rapidamente graças ao registo das atividades humanas, cada vez mais fácil e frequente, mas principalmente graças à utilização de sensores, de todos os tipos, presentes nos mais diversos equipamentos que vão desde um simples relógio ao satélite mais sofisticado. Esta recolha automática de dados criou um dilúvio de registos que circulam facilmente pelas redes (em especial a internet) e estão, em

## **Estatística e análise de dados: algumas aplicações**

Áurea Sandra Toledo de Sousa  
Universidade dos Açores e CEEApIA

Numa sociedade moderna, em que os avanços tecnológicos tornam possível o armazenamento de grandes volumes de dados, é imperativo o recurso a métodos estatísticos, com vista à análise desses dados, de forma a que possa ser extraído conhecimento útil para a tomada de decisões. O principal objetivo deste capítulo é o de sensibilizar os cidadãos, em geral, e os jovens, em particular, para a importância da Estatística em praticamente todas as áreas científicas, enfatizando e enumerando algumas das suas principais aplicações, por exemplo, a nível das Ciências da Saúde, da Economia e do Jornalismo. São, ainda, mencionadas algumas técnicas associadas às Ciências da Computação, tais como as de Inteligência Artificial, que interligadas com a Estatística permitem a extração de conhecimento a partir de bases de dados. Enfatiza-se, ainda, a relevância da Análise Classificatória (Classificação Automática) nas mais variadas áreas científicas, a qual tem tido um desenvolvimento acentuado com os avanços computacionais das últimas décadas.

Neste capítulo, são explorados, nomeadamente, os seguintes temas no âmbito da Estatística e das suas aplicações: “Importância da Estatística na área das Ciências da Saúde”; “Expectativas racionais e modelos econométricos”; “A Estatística e o jornalismo na era atual”; “Extração de conhecimento a partir de dados. Porquê e para quê?”; e “Análise Classificatória ou Classificação Automática na sociedade atual”.

Espera-se que este conjunto de textos contribua para que os cidadãos tentem adquirir (ou aprofundar) alguns conhecimentos no âmbito da Estatística, para que os possam utilizar no seu dia a dia, sempre que possível, e de modo adequado.

## Antologia Matemática

Helena de Fátima Sousa Melo  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade dos Açores

O capítulo que agora se inicia tem por título Antologia Matemática e é constituído por uma coleção de textos que envolve dois temas principais: Palavras e Numerais.

Por um pouco de abuso de linguagem, talvez possamos fazer a seguinte relação: A Matemática está para a Linguística, assim como a Aritmética está para a Morfologia.

Seguindo este pensamento, observamos que os algarismos, os numerais e os números estão muito relacionados com as letras, as palavras e o pensamento. Pois, os algarismos são símbolos que compõem numerais que expressam números – quantidades. Por sua vez, as letras são símbolos que compõem palavras que expressam conteúdos – significados /qualidades.

Na Antiga Grécia as palavras e os números utilizavam o mesmo tipo de símbolo. Como o alfabeto da época era composto por 27 letras, os gregos utilizavam as primeiras nove letras para representar os valores de 1 à 9, as seguintes nove para as dezenas de 10 à 90 e finalmente as últimas nove para representar as centenas de 100 à 900. Para as unidades de milhar usavam novamente as nove primeira letras, com um apóstrofo antes da letra, e para valores superiores a 10000 utilizavam o símbolo M, uma herança do seu primeiro sistema acrofónico, com expoente. Desse modo, os gregos representavam todos os seus números. O que diferenciava a palavra do numeral era um apóstrofo colocado no final do numeral.

Nesse seguimento, e tendo a existência da Antologia Palatina com origem na Antiga Grécia, o primeiro texto apresentado reporta-nos àquela época e está intitulado “Problemas e Poesias, uma estranha e antiga combinação”. De seguida apresentamos os textos: “Na chegada da Primavera: Poesia e Matemática” e “A Matemática nas Fábulas de La Fontaine”. E para os textos referentes aos numerais seguem-se, por ordem numérica, alguns números com curiosidades e propriedades: “O que me contas, caro Três?”, “Os quatro 4” e “O número 7 e as suas ligações”. Os textos originais foram publicados no jornal “Correio dos Açores” respetivamente em, 23 de outubro de 2014, 20 de março de 2014, 15 de outubro de 2015, 3 de dezembro de 2015, 4 de abril de 2014 e 7 de abril de 2016.

## A codificação binária da Informação

Jerónimo Nunes

Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade dos Açores

A informação tem assumido ao longo dos tempos um papel essencial no progresso das sociedades, contribuindo para o seu desenvolvimento económico, social, cultural e científico. A disseminação do uso dos computadores veio facilitar o acesso à informação e à sua divulgação através das redes de comunicação. O tratamento da informação realizado pelos computadores pressupõe uma prévia recolha e organização da informação para que possa ser adequadamente armazenada, eficientemente processada e rapidamente transmitida.

A ciência Informática fornece as metodologias e técnicas adequadas ao tratamento automático da informação num formato digital e binário, com suporte em meios eletrónicos e eletromagnéticos. Na maior parte dos casos, a informação encontra-se disponível em formatos, não digitais nem binários, legíveis às pessoas. Será então necessária a digitalização desta informação e a sua representação numa linguagem binária.

A natureza diversa da informação - texto, números, sons e imagens - implica a aplicação de processos distintos que conduzam à sua adequada conversão para um formato digital e binário. Estes processos de codificação são definidos por conjuntos de regras, os códigos, distintos consoante a natureza da informação a que se aplicam.

A codificação binária da informação torna possível o seu armazenamento e processamento, mas a sua transmissão exige uma codificação adicional para garantir a receção integral com a máxima rapidez.

Como ramos da Informática, as teorias da codificação e da informação, com o recurso a conceitos Matemáticos, dão respostas a esta problemática estabelecendo métodos adequados e exequíveis pelos dispositivos e equipamentos que o estado atual da tecnologia oferece.

Neste capítulo serão abordados alguns dos códigos para representação dos números, inteiros e fracionários, dos caracteres alfabéticos e outros símbolos usados na escrita, para deteção e correção de erros de transmissão e códigos para a compressão da informação.

## **Desafios, aplicações e manias do método de Singapura**

João Manuel Gonçalves Cabral

Centro de Investigação em Matemática e Aplicações da Universidade de Évora

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores

Este capítulo contém a base genética de cinco artigos, que já foram publicados no jornal *Correio dos Açores*. Foram selecionados porque juntos constituem um eixo de suporte, como artigos de opinião e reflexão por parte do autor, de um método que no início da segunda década do século XXI, começou a ser implementado no ensino da Matemática, nas escolas da Região Autónoma do Açores: o método de Singapura.

O processo de ensino a que uma criança se sujeita quando submete-se ao sistema de ensino pode ser descrito como um produto de inúmeros fatores que lhe ensina a reconhecer as diferenças e obter somas de sucessos, quando no quociente de emoções, de uma aventura complicada que é crescer, tenta solucionar os mais variados problemas.

A criança aprende os conceitos numa sala de aula, abraçando o mundo da matemática. O professor começa a ser uma presença constante na sua vida, para além do núcleo familiar e do conjunto de pessoas que já faziam parte do seu núcleo social. Com mais ou menos dificuldade, tanto a criança como o professor, desenha estratégias, supera desafios, tentando construir conhecimento, integrando-se, de forma gradual como par simbiótico na dialética ensino-aprendizagem.

No sempre desafiante processo de ensino, os métodos são uma base fundamental. A criança está sempre sujeita à forma pessoal e profissional que cada profissional faz do uso didático-metodológico resultante da introdução de um novo método. Por isso é urgente discutir, com a participação de todos os agentes da educação, a aplicação de um método como o de Singapura, Kumon, Finlandês ou outro. Não se pode entrar em euforias e estabelecer planos de trabalho sustentado em estratégias metodológicas que tenham um pendor demasiado qualitativo, o ponto forte do método de Singapura, sob o risco de contribuir para o surgimento de mutações do próprio método, que só sirvam para isolar, cada vez mais, a já isolada realidade escolar de territórios descontínuos, como o da R.A. dos Açores. A universalidade da comunicação matemática existe, quando fazemos uso do formalismo da linguagem, um conjunto de estruturas

## Da origem dos números ao infinito

Maria do Carmo Martins  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade dos Açores

Desde sempre o homem manifestou curiosidade e interesse em desvendar e descrever o mundo em seu redor. Com os meios que dispunha, formulava hipóteses para os problemas que o inquietava e proponha estratégias para entendê-los e resolvê-los. O instinto primitivo e a percepção da realidade aperfeiçoaram-se gradualmente às exigências crescentes do quotidiano, resultando no maravilhoso mundo das descobertas que hoje se manifesta aos nossos olhos. Por vezes, quando não conseguia explicar algo, rendia-se ao desconhecido e apontava forças e seres superiores como meio de justificar e apaziguar o espírito.

Investigar e abstrair o meio à sua volta, por exemplo, através de símbolos, faz parte da natureza humana e no projeto da construção do saber foram criadas e desenvolvidas ciências marcadas e pautadas pelo toque da perfeição. Umas mais apelativas e práticas do que outras, no entanto, todas necessárias ao pleno conhecimento do Universo e da vida.

A Matemática é indubitavelmente uma titânica aventura nas ideias que estimulam o raciocínio. A sua ancestralidade permite conhecer pensamentos e ações intemporais de inúmeras gerações. A ciência do raciocínio lógico e abstrato foi, desde os seus primórdios, influenciada e motivada pela vida circundante, nomeadamente, as medições de terras para a agricultura, o comércio, o registo do tempo, a guerra, a construção de artefactos, a compreensão dos fenómenos da natureza, o estudo dos céus e a descoberta de si próprio como ser complexo e integrante no mundo.

A grande valência da Matemática não é só usar a Aritmética, descobrir teoremas ou inventar teorias, mas também a sua versatilidade na abordagem de problemas no dia-a-dia pelo homem e de ser aplicada noutras áreas do conhecimento. A invenção dos computadores, da aviação, da tecnologia usada principalmente na Medicina, na gestão do nosso mundo e no conforto do nosso lar, são realidades concretas que testemunham que não podemos desagregar a Matemática da humanidade.

A noção de número, de conjunto e das suas representações é obra! Movido pelas necessidades de resolver os problemas com que se deparava

## **Estatística: Reflexões sobre o seu bom uso**

Oswaldo Dias Lopes da Silva  
CICS.UAC/CICSNOVA. UAC

Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade dos Açores

Numa sociedade da tecnologia e da informação, estamos a todo o momento a receber informações das mais variadas fontes e das mais diversas temáticas que nos rodeiam. Inundados por tanta informação, os cidadãos muitas vezes têm dificuldade em descodificar a linguagem que lhes é apresentada, pelo que é de toda a relevância que todos os educadores/formadores promovam ações de divulgação sobre o papel da Estatística na sociedade atual. O objetivo é o de sensibilizar os cidadãos para a importância da aprendizagem de alguns conceitos de Estatística e para a necessidade de se incrementar a literacia numérica em contextos do dia a dia, mediante o desenvolvimento do raciocínio estatístico e da capacidade de reflexão crítica. De forma a que os cidadãos não sejam manipulados ou induzidos em erro, é imprescindível que estes estejam sensibilizados e que tenham algum conhecimento acerca dos erros e abusos que podem surgir a nível da utilização da Estatística, por exemplo nos meios de comunicação social, algumas vezes por ignorância ou desconhecimento dos emissores dessa informação e outras vezes com objetivos demarcadamente comerciais ou políticos. Neste contexto, são exibidos alguns textos, alusivos a reflexões sobre o bom uso da Estatística, com vista à promoção de uma sociedade onde os cidadãos tenham a capacidade de tomarem decisões de forma consciente e informada.

Neste capítulo, são alavancados os seguintes temas: “Não maltratem a Estatística!”; “Estatística, cada vez mais não passo sem ti!”; “Estatística nas Ciências Sociais e Humanas, para quê e porquê?”; “Literacia em dados para todos”; “Estatística: Usar (sempre) mas com cuidado”. O contributo esperado é o de ajudar a difundir o papel da Estatística na sociedade, em geral, e muito em particular junto dos mais jovens, de forma a alertar para a necessidade da sua correta utilização. O bom uso da Estatística é imprescindível para a existência de uma verdadeira sociedade do conhecimento.

## Um passeio pelo Cálculo

Paulo Jorge Ferreira Medeiros  
Faculdade de Ciências e Tecnologia  
Universidade dos Açores

O **Cálculo Diferencial e Integral**, também chamado **Cálculo Infinitesimal**, ou simplesmente **Cálculo**, é um ramo fundamental da matemática, desenvolvido a partir da Álgebra e da Geometria, que se dedica ao estudo de taxas de variação de grandezas (como a inclinação de uma reta) e a acumulação de quantidades (como a área abaixo de uma curva ou o volume de um sólido). O Cálculo foi criado como uma ferramenta auxiliar em várias áreas das ciências exatas. Desenvolvido por Isaac Newton (1643-1727) e Gottfried Leibniz (1646-1716), em trabalhos independentes, o Cálculo auxilia, através de vários conceitos e definições, a Matemática, Química, Física Clássica, Física Moderna e Economia. O Cálculo possui três "operações-base", ou seja, pode ser dividido em três grandes áreas que são: cálculo de limites, cálculo de derivadas e cálculo integral.

Com o advento do "Teorema Fundamental do Cálculo" estabeleceu-se uma conexão entre os dois ramos do Cálculo: o Cálculo Diferencial e o Cálculo Integral. O Cálculo Diferencial surgiu do problema de calcular a tangente a uma curva, enquanto que o Cálculo Integral surgiu como forma de resolver um outro problema, aparentemente não relacionado, o problema do cálculo da área de uma região plana. O professor de Isaac Newton em Cambridge, Isaac Barrow, descobriu que estes dois problemas estão de fato estritamente relacionados, ao perceber que a derivação e a integração são processos inversos. Leibniz e Newton exploraram essa relação e utilizaram-na para transformar o Cálculo num método matemático sistemático. Particularmente ambos verificaram que o Teorema Fundamental lhes fornecia ferramentas para poderem calcular áreas muito mais facilmente, sem que fosse necessário calculá-las como limites de somas (método descrito pelo matemático Riemann, pupilo de Gauss).

Na Antiguidade, tinham sido introduzidas algumas ideias do Cálculo Integral, embora não tenha chegado a existir um desenvolvimento dessas ideias de forma rigorosa e sistemática. O grande objetivo do Cálculo Integral, calcular áreas e volumes, remonta ao Papiro Egípcio de Moscow (1800 a.C.). Eudoxus (408-355 a.C.) usou o método da exaustão para