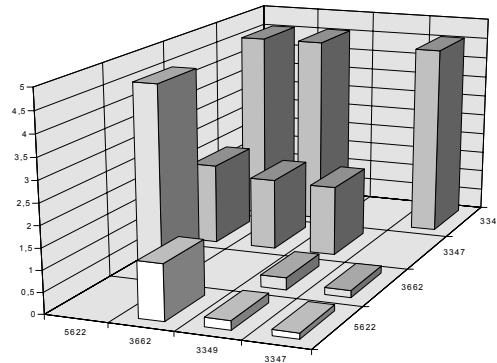


Modelos Causais de Quotas de Mercado



Modelação do Efeito de Preço e Promoções para uma Família de Produtos Alimentares

Armando B. Mendes

Univ. dos Açores

R. da Mãe de Deus

9500 Ponta delgada

Email: amendes@alf.uac.pt

Isabel Hall Themido

Instituto Superior Técnico

Av. Rovisco Pais

1096 Lisboa Códex

⇒ **ELASTICIDADES DE QUOTA DE MERCADO**

Directa:

$$e_{ik} = \frac{\partial m_i}{\partial X_{ik}} \cdot \frac{X_{ik}}{m_i}$$

Cruzada:

$$e_{ijk} = \frac{\partial m_i}{\partial X_{jk}} \cdot \frac{X_{jk}}{m_i}$$

⇒ **MODELOS DE QUOTA DE MERCADO
“CLÁSSICOS” ...**

Modelo Aditivo:

$$m_{it} = \alpha_i + \sum_k \beta_{ik} \cdot X_{ikt}$$

Modelo Multiplicativo:

$$m_{it} = \alpha_i \cdot \prod_k X_{ikt}^{\beta_{ik}}$$

⇒ ... E “DE ATRACÇÃO”

“Multiplicative Competitive Interaction Model” (MCI):

$$m_{it} = \frac{\alpha_i \cdot \prod_k X_{ikt}^{\beta_{ik}}}{\sum_{j=1}^n \left(\alpha_j \cdot \prod_k X_{jkt}^{\beta_{jk}} \right)}$$

“MultiNomial Logit Model” (MNL):

$$m_{it} = \frac{\exp(\alpha_i + \sum_k \beta_{ik} \cdot X_{ikt})}{\sum_{j=1}^n \left(\exp(\alpha_j + \sum_k \beta_{jk} \cdot X_{jkt}) \right)}$$

⇒ EXPRESSÕES DE RELATIVIZAÇÃO DE VARIÁVEIS DE “MARKETING”

(ERRO! NÃO EXISTE NENHUM TEXTO COM O ESTILO ESPECIFICADO NO DOCUMENTO..1)

$$(1) \quad X_{ikt}^* = \frac{X_{ikt}}{\frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^n X_{jkt}}$$

$$X_{ikt}^* = \frac{X_{ikt}}{\frac{1}{n-1} \cdot \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^n X_{jkt}} \quad (2)$$

$$(3) \quad X_{ikt}^* = \frac{X_{ikt}}{\sum_{j=1}^n m_{jt'} \cdot X_{jkt}}$$

$$X_{ikt}^* = \frac{X_{ikt} \cdot \sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^n m_{jt'}}{\sum_{\substack{j \neq i \\ j=1}}^n m_{jt'} \cdot X_{jkt}} \quad (4)$$

$$(5) \quad X_{ikt}^* = \frac{X_{ikt}}{\sqrt[n]{\prod_j X_{jkt}}}$$

$$X_{ikt}^* = X_{ikt} - \frac{1}{n} \sum_j X_{jkt} \quad (6)$$

⇒ EXPRESSÕES PARA AS ELASTICIDADES DIRECTAS

e_{ikt} Eq. Relati.	Modelos de Quotas de Mercado			
	Aditivo	Multiplicativo	MCI	MNL
Fracção Comum	$\beta_{ik} \cdot X_{ikt}^* / m_{it}$ ①	β_{ik} ①	$\beta_{ik} \cdot (1 - m_{it}) \cdot$ ① + $+ \sum_{l \neq i} \beta_{lk} \cdot m_{lt}$ ②	$\beta_{ik} \cdot X_{ikt}^* \cdot (1 - m_{it}) \cdot$ ① + $+ \sum_{l \neq i} \beta_{lk} \cdot m_{lt} \cdot X_{ikt}^*$ ②
Var. não relativiza.		①=1	②=0	
Eq. (1)		①=1 - X_{ikt}^* / n	②= X_{jkt}^* / n	
Eq. (2)		①=1	②= $X_{lkt}^* \cdot X_{ikt} / X_{lkt}$	
Eq. (3)		①=1 - $m_{it} \cdot X_{ikt}^*$	②= $X_{ikt}^* \cdot m_{it}$	
Eq. (4)		①=1	②= $X_{lkt}^* \cdot X_{ikt} / X_{lkt} \cdot m_{it} / (1 - m_{lt})$	
Eq. (5)		①=(n-1)/n	②=1/n	
Eq. (6)		①=(n-1)/n · X_{ikt} / X_{ikt}^*	②=1/n · X_{ikt} / X_{lkt}^*	

✓ PREÇOS SIMPLES

Modelo Aditivo:

$$e_{ik} = \beta_{ik} \cdot X_{ikt}^* / m_{ikt}$$

Modelo Multiplicativo:

$$e_{ik} = \beta_{ik}$$

Modelo MCI:

$$e_{ik} = \beta_{ik} \cdot (1 - m_{ikt})$$

✓ PREÇOS RELATIVIZADO POR (3)

Modelo Aditivo:

$$e_{ik} = \beta_{ik} \cdot X_{ikt}^* \cdot (1 - m_{ikt} \cdot X_{ikt}^*) / m_{ikt}$$

Modelo Multiplicativo:

$$e_{ik} = \beta_{ik} \cdot (1 - m_{ikt} \cdot X_{ikt}^*)$$

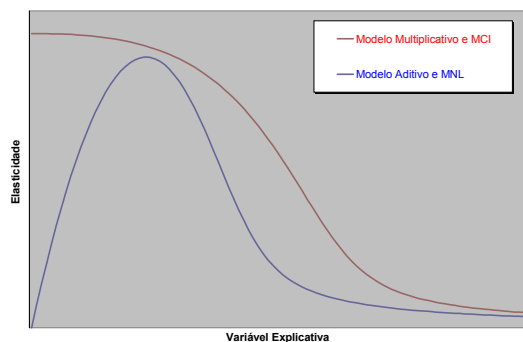
Modelo MCI:

$$e_{ik} = \beta_{ik} \cdot (1 - m_{ikt}) \cdot (1 - m_{ikt} \cdot X_{ikt}^*) + \sum_{l \neq i} \beta_{lk} \cdot m_{ikt} \cdot m_{ikt'} \cdot X_{ikt}^*$$

⇒ **ROBUSTEZ DAS ELASTICIDADES DIRECTAS**

Legenda: a) $\lim_{m_{it} \rightarrow 1} e_{ik}$ b) $\lim_{X_{ikt} \rightarrow \pm\infty} e_{ik}$

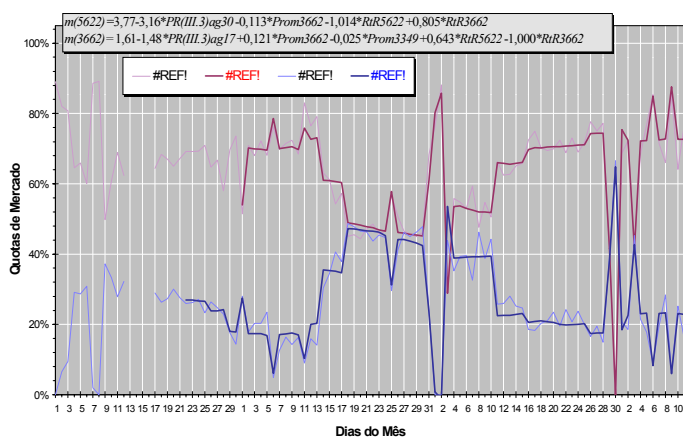
Eq. Relati.	Modelos de Quotas de Mercado			
	Aditivo	Multiplicativo	MCI	MNL
Var. não relativiza.	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ikt}$ b) $=1$	a) $=\beta_{ik}$ b) $=\beta_{ik}$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (1)	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ikt} \cdot (1 - X_{ikt}^*/n)$ b) $=0$	a) $=\beta_{ik} \cdot (1 - X_{ikt}^*/n)$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (2)	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ikt}^*$ b) $=1$	a) $=\beta_{ik}$ b) $=\beta_{ik}$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (3)	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (4)	a) $=0$ b) $=1$	a) $=\beta_{ik}$ b) $=\beta_{ik}$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (5)	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ikt}^* \cdot (n-1)/n$ b) $=\beta_{ik} \cdot (n-1)/n$	a) $=\beta_{ik} \cdot (n-1)/n$ b) $=\beta_{ik} \cdot (n-1)/n$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$
Eq. (6)	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ik} \cdot (n-1)/n$ b) $=1$	a) $=\beta_{ik} \cdot X_{ik}/X_{ik}^* \cdot (n-1)/n$ b) $=\beta_{ik}$	a) $=0$ b) $=0$	a) $=0$ b) $=0$



⇒ **ALGUNS VALORES DE R² PARA AS MARCAS LÍDER:**

Eq. Relativização	Nº Pts	Modelos de Quotas de Mercado Aditivo	Multiplicativo
Marca 5622 - Arroz Extra-Longo Saludães			
<i>(RtR5622 e RtR3662 entram no modelo, RtR3347 não entra excepto com o preço simples)</i>			
Preços Simples	98\97	92,90%	91,67%
Equação (3)	72\71	95,12%	93,81%
Marca 3662 - Arroz Extra-Longo Malandrinho			
<i>(RtR5622 e RtR3662 entram no modelo, RtR3347 não entra; √ significa Prom3349 significativo)</i>			
Preço Simples	98\94	86,64%	79,69%
Equação (3)	81\79	93,65% √	87,03% √
Equação (4)	76\74	93,80% √	88,10% √

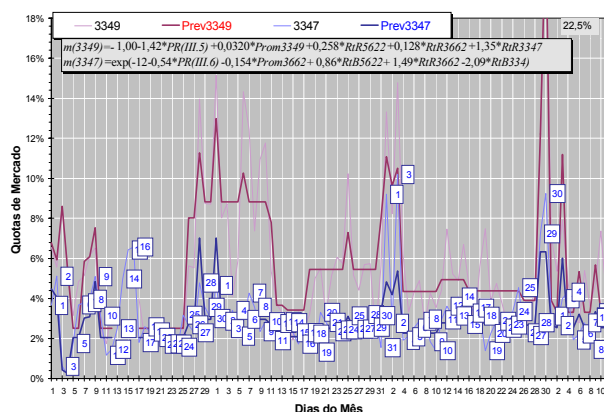
⇒ **QUALIDADE DO AJUSTAMENTO:**



⇒ VALORES DE R² PARA AS MARCAS QUE MENOS VENDEM:

Eq. Relativização	Nº Pts	Modelos de Quotas de Mercado Aditivo	Multiplicativo
Marca 3349 - Arroz Carolino Grão de Ouro (RtR5622, RtR3662 entram; R significa que RtR3347 entra e B igual para RtB3347)			
Preço Simples	98	71,38% R	59,76% R
Equação (5)	98	75,58% R	66,31% B
Equação (3)	94	74,51%	63,02%
Marca 3347 - Arroz Carolino D. Ana (RtR3662 entra sempre, R e B significa rotura real e binária na ordem: 3347, 5622)			
Preço Simples	98	53,48% BR	59,66% BB
Equação (6)	98	56,08% BR	65,46% BB
Equação (3)	97	53,98% BR	60,13% BB

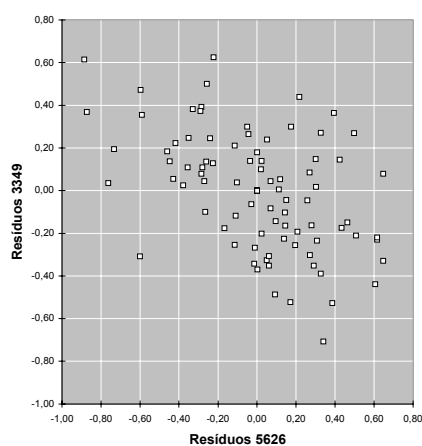
⇒ A QUALIDADE DO AJUSTAMENTO:



⇒ VALORES DE R² PARA OS MODELOS DE ATRACÇÃO:

Eq. Relativização	NºPts	MNL			MCI		
		B's	PR's	R ²	B's	PR's	R ²
Preço Simples	420	●√●●	√√√√●	97,22%	Tolerância < 1·10 ⁻⁵		
Equação (1)	420	√√√√	√√√√●	97,28%	●●●√	√√√√●	97,28%
Equação (2)	420	√√√√	√√√√●	97,28%	●●●√	√√√√●	97,28%
Equação (3)	395	√√√●	√√√●●	97,38%	●●●●	√√√●●	97,38%
Equação (4)	395	√√√●	√√√●●	97,34%	●●●●	√√√●●	97,34%
Equação (5)	420	√√√●	√√√●●	97,27%	●√●●	√√√●●	97,27%
Equação (6)	420	●●●√	√√√√●	97,22%	Tolerância < 1·10 ⁻⁵		

(Legenda: √ parâmetro significativo, ● parâmetro não significativo; Ordem: 3347, 3349, 3662, 5622 e 5626)



⇒ ELASTICIDADES DIRECTAS E CRUZADAS:

e_{ij}	ΔP_j			
Δm_i	5622	3662	3349	3347
Modelos Clássicos				
5622	-1,76	1,31	0,22	0,14
3662	4,51	-4,7	0,29	0,17
3349	4,56	4,56	-14	4,56
3347	1,92	1,70	1,67	-7,7
Modelos de Atracção MNL com Preço Simples				
<i>qq. marca</i>	2,86	2,27	0,70	0,17
MNL com Exp. Rel. (2)				
5622	-1,31	1,56	0,83	-0,17
3662	1,82	-5,6	1,27	0,23
3349	4,16	3,95	-20	2,30
3347	2,23	2,30	1,67	-8,8

