

A Matemática da Natureza:

Spira mirabilis

RICARDO CUNHA TEIXEIRA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DA UNIVERSIDADE DOS AÇORES,
RICARDO.EC.TEIXEIRA@UAC.PT

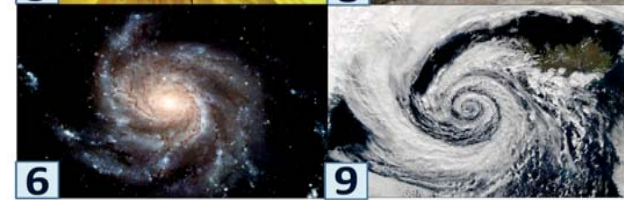
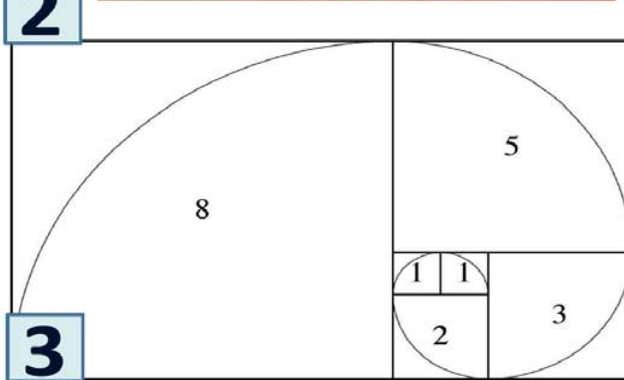
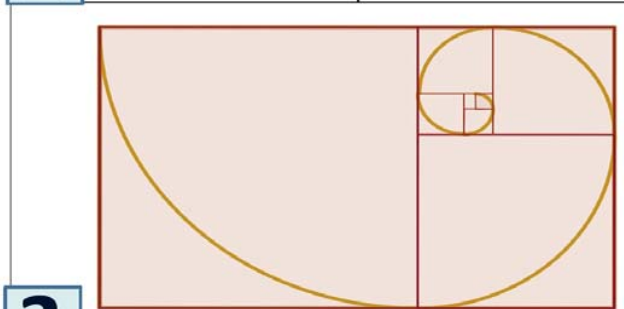
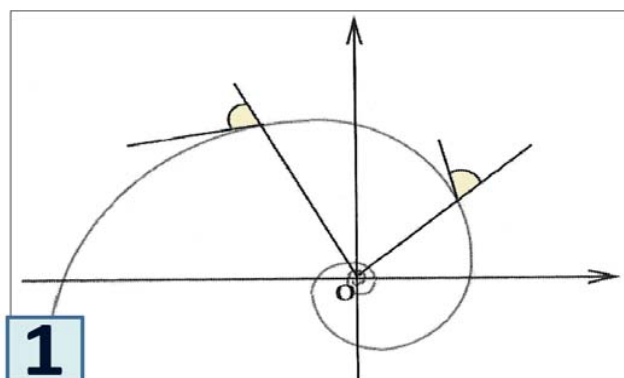
Matemática: a ciência dos padrões. Há alguns anos a esta parte, esta é a definição de Matemática que continua a reunir maior consenso entre os matemáticos. E que tipo de padrões se podem estudar? Todo o tipo de padrões! Segundo Adrián Paenza, autor do livro *Matemática... estás aí?*, publicado em 2008 pelas Edições Dom Quixote, “estes padrões tanto podem ser reais como imaginários, visuais ou mentais, estáticos ou dinâmicos, qualitativos ou quantitativos, puramente utilitários ou não. Podem emergir do mundo que nos rodeia, das profundidades do espaço e do tempo ou dos debates internos da mente”.

Em *Os números da Natureza*, publicação da Rocco datada de 2003, Ian Stewart defende que “a mente e a cultura humanas desenvolveram um sistema formal de pensamento para recolher, classificar e explorar padrões. Chamamos-lhe *Matemática*. Usando a Matemática para organizar e sistematizar as nossas ideias sobre padrões, descobrimos um grande segredo: os padrões da Natureza não se encontram lá apenas para serem admirados, são pistas vitais para as regras que governam os processos naturais”.

Vejam um exemplo simples, mas interessante: a espiral. Por que motivo a espiral é estudada por matemáticos? Como surgiu? Terá sido inventada por uma mente brilhante? Na verdade, a espiral aparece abundantemente na Natureza. Partindo da concha do Náutilo, passando pelo Girassol e chegando às galáxias, como a Via Láctea ou a Messier 101, encontramos sistematicamente a mesma figura geométrica: a espiral. Os antigos repararam na repetição deste padrão na Natureza, daí o interesse pelo seu estudo. No caso da espiral, como em muitos outros, a Matemática recebeu uma forte influência daquilo que o Homem observa na Natureza.

Existem vários tipos de espirais que podem ser estudadas do ponto de vista matemático. A maioria das espirais que encontramos na Natureza apresentam características próximas da *espiral equiangular* ou *espiral logarítmica*. A espiral logarítmica foi estudada por Jacob Bernoulli (1654-1705), que lhe deu o nome *despiramirabilis* (em latim, *espiral maravilhosa*). É um conjunto de pontos do plano que pode ser caracterizado por uma expressão analítica que determina a posição de todos os seus pontos. Esta curva apresenta uma propriedade interessante: forma com todas as retas, situadas no seu plano e passando por um ponto fixo desse plano, um ângulo constante (figura 1). O valor deste ângulo caracteriza o crescimento da espiral logarítmica, que mantém sempre a mesma forma. E foi precisamente esta propriedade que encantou Jacob Bernoulli: o tamanho da espiral aumenta mas a sua forma permanece inalterada, uma propriedade conhecida como auto-similaridade.

Como vimos no artigo publicado na edição do Atlântico Expresso de 17 de julho de 2017, podemos obter uma espiral próxima da espiral logarítmica através da construção de sucessivos retângulos de ouro (figura 2). Esta espiral designa-se habitualmente por *espiral de Durer* (1471-1528), por ter sido apresentada no livro I da obra de Durer publicada em 1512. Outra maneira, ainda mais simples, de construir uma espiral próxima da espiral logarítmica passa por re-



correr aos números de Fibonacci: 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ... Para construir esta espiral, normalmente designada por *espiral de Fibonacci*, começamos por anexar dois quadrados com lados de medida unitária, que formam um retângulo 2x1. Em seguida, anexamos um quadrado com lado de medida igual a 2 (o lado de maior comprimento do retângulo 2x1), obtendo um retângulo 3x2. Ao repetirmos este processo, a sequência das medidas dos lados dos quadrados envolvidos nesta construção é 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, ..., precisamente a sucessão de Fibonacci. Por fim, para obtermos a espiral de Fibonacci basta traçarmos arcos de circunferência centrados em vértices sucessivos dos quadrados que vão sendo anexados (figura 3).

A este propósito, recomenda-se o vídeo *Nature by Numbers* produzido pelos estúdios Etérea, que se encontra disponível no YouTube (<https://youtu.be/Y8ivF5GqzKo>). Este vídeo ilustra na perfeição como a Matemática, enquanto ciência dos padrões, nos faz observar a Natureza com um olhar mais atento.

O padrão relativo à *spiramirabilis* é muito comum na Natureza. Regressamos aos exemplos apresentados acima: a concha do Náutilo, os girassóis e os braços de estrelas de muitas galáxias que se estendem em gigantescas espirais deste tipo.

Os *nautilóides* são cefalópodes marinhos arcaicos que foram muito abundantes no Paleozóico (era compreendida entre 542 milhões e 251 milhões de anos atrás), existindo ainda um género vivo - o *Náutilo* - que vive no sudoeste do Oceano Pacífico. O Náutilo tem uma cabeça dotada de olhos bem desenvolvidos com tentáculos. É um nadador ativo, tendo uma concha formada por uma série de câmaras separadas por tabiques; estas comunicam entre si por orifícios; o animal ocupa a última câmara e as outras, cheias de gás, fazem de flutuadores. A sua concha cresce de modo a manter sempre a mesma forma, o que conduz à identificação de uma espiral próxima da espiral logarítmica quando se observa um corte da concha (figura 4).

Os *girassóis* são plantas originárias do continente americano, domesticadas por volta de 1000 a. C., tendo sido descobertos diversos objetos incas e imagens moldadas em ouro desta planta, que fazem referência aos girassóis como sendo uma das representações do deus do Sol. Se olharmos com atenção para a cabeça de um girassol, reparamos em duas famílias de espirais que se cruzam, umas enroscam-se no sentido dos ponteiros do relógio e outras no sentido contrário (figura 5).

Vejam um exemplo de uma galáxia com braços em forma de espiral. A *Messier 101* foi descoberta por Pierre Méchain em 27 de Março de 1781. Conhecida como *Galáxia do Cavateiro*, está localizada a cerca de vinte e um milhões de anos-luz de distância, na direção da constelação da Ursa Maior (figura 6). O telescópio espacial Hubble, da Nasa, produziu há alguns anos atrás uma imagem muito detalhada desta galáxia, que é constituída por um disco de estrelas, poeira e gás de 170 mil anos-luz de extensão, mais 70 mil anos-luz do que o diâmetro da Via Láctea. Estima-se que a galáxia possua pelo menos 1 trilhão de estrelas. Cerca de 100 biliões destas estrelas podem ser como o Sol em termos de temperatura e tempo de vida.

A maioria das garras e cornos dos animais, os rebentos de fetos e palmeiras (figura 7), as conchas marinhas, os caracóis (figura 8) e até os tornados (figura 9) apresentam configurações próximas da espiral logarítmica. Este padrão também caracteriza o voo dos falcões quando atacam uma presa, permitindo manter o alvo sempre à vista ao mesmo tempo que maximizam a velocidade. A espiral maravilhosa está, de facto, presente em muitos fenómenos naturais, sendo fundamental para a compreensão desses fenómenos.