

A Matemática das pirâmides



Ricardo Cunha Teixeira

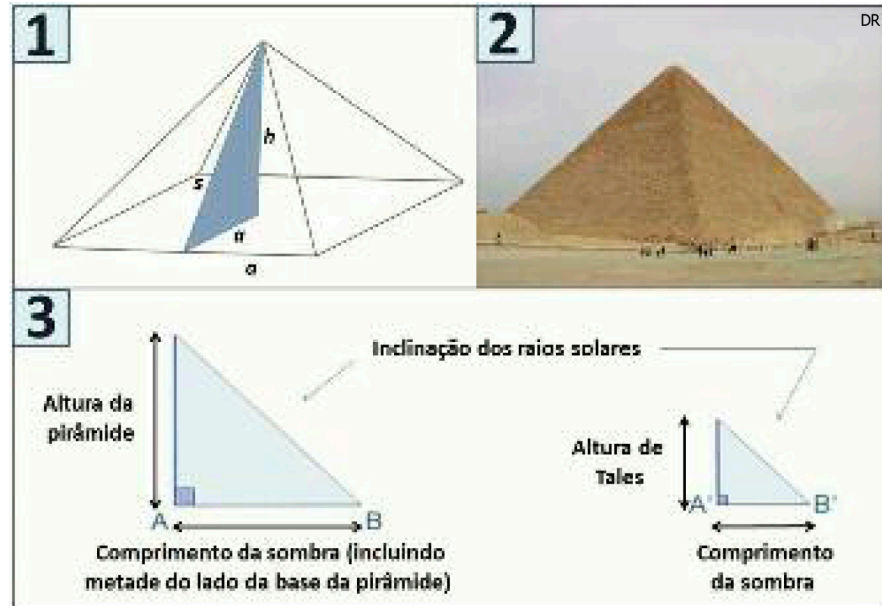
Em termos geométricos, uma *pirâmide* é um poliedro em que uma das faces é um polígono qualquer, a que se chama *base*, e as outras faces são triângulos que têm um *vértice* comum, chamado *vértice* da pirâmide. Uma pirâmide diz-se *reta* se a projeção do vértice da pirâmide coincide com o centro da base. Uma pirâmide reta cuja base é um polígono regular diz-se uma *pirâmide regular*. Nas pirâmides regulares, as faces laterais são triângulos isósceles, ou seja, triângulos com dois lados iguais.

Vejam mais algumas definições. A *altura* de uma pirâmide é a distância do vértice da pirâmide ao plano da base. Tal como acontece com os prismas, também as pirâmides se classificam de acordo com o polígono da base. Se a base é um triângulo, a pirâmide diz-se *triangular*. Se for um quadrado, diz-se *quadrangular*. E assim sucessivamente.

Quando se fala em pirâmides, surgem com frequência na nossa cabeça imagens das antigas pirâmides do Egito. Dedico o artigo precisamente a estas construções que, em termos geométricos, se caracterizam por ser pirâmides quadrangulares regulares. Na figura 1, apresenta-se um esboço deste sólido geométrico. De destacar a altura h da pirâmide e a letra s , que representa a altura de uma das faces laterais em forma de triângulo isósceles. Por sua vez, a letra a representa metade da medida do lado da base. Voltaremos a esta figura um pouco mais à frente.

As pirâmides do Egito têm sido, século após século, objeto da atenção de muitos investigadores e de curiosos em geral. Muito se especula sobre a forma como foram construídas. Há até quem avance com a hipótese de intervenção divina ou de ajuda extraterrestre. A este propósito, lembro-me das séries televisivas “Stargate SG1”, “Stargate Atlantis” e “Stargate Universe”, três adaptações para televisão do filme “Stargate”, de 1994.

No filme “Stargate”, a ação começa em 1928, em Guiza, onde um túmulo gigante é descoberto. A filha do arqueólogo-chefe da expedição guarda consigo um amuleto encontrado no local das escavações, com inscrições e o símbolo do deus Ra. A ação passa para a atualidade e o amuleto é mostrado ao arqueólogo Daniel Jackson, adepto de teorias alternativas e arrojadas sobre a origem das pirâmides. Jackson descobre que está a decorrer



uma investigação sigilosa numas instalações governamentais mantidas em segredo. O cientista consegue traduzir as inscrições do amuleto que falam num portal para as estrelas (o “Stargate”). Esse portal é investigado e, para espanto de todos, uma equipa de exploradores consegue viajar para um planeta distante do sistema solar, *Abydos*, onde conhece os criadores das pirâmides!

Independentemente das versões mais ou menos fantasiosas sobre a sua origem, a verdade é que as pirâmides do Egito continuam a fascinar muita gente. Recentemente, com o auxílio de uma nova técnica de análise de imagens de satélite em infravermelho, que deteta energia térmica, uma equipa de cientistas da Universidade de Alabama, nos Estados Unidos da América, descobriu mais de mil túmulos egípcios, incluindo 17 pirâmides desconhecidas, além de 3 mil habitações.

Vejam um exemplo curioso que mostra como alguma matemática elementar pode constituir uma boa ajuda no estudo das pirâmides do Egito. Damos destaque à Grande Pirâmide de Quéops, em Guiza (figura 2). Falemos de Tales de Mileto (624-547 a.C.), considerado um dos fundadores da filosofia e da ciência. Um dia, em viagem pelo Egito, Tales ficou surpreendido com a altura da Grande Pirâmide de Quéops e pensou numa maneira de a medir sem sair do chão. Após alguns cálculos, verificou que a pirâmide media 85 vezes a sua altura. Este foi um feito que surpreendeu os seus contemporâneos e que ainda hoje é recordado. Na figura 3, explica-se em traços gerais os cálculos efetuados por Tales de Mileto. Tales sabia que, em triângulos semelhantes (triângulos com os três ângulos correspondentes geometricamente iguais), a ângulos geometricamente iguais opõem-se lados de comprimentos proporcionais. Assim,

escolheu uma determinada hora do dia para medir a sua sombra e a sombra da pirâmide. Em seguida, resolveu a equação que resulta de igualar duas razões: a razão entre a altura da pirâmide e a sombra da pirâmide e a razão entre a sua própria altura e a sua sombra. Como só uma destas quantidades é desconhecida (a altura da pirâmide), a equação é de resolução imediata! Para um maior desenvolvimento, recomendo ao leitor o livro de Nuno Crato, “Passeio aleatório pela ciência do dia-a-dia”, que fala deste e de muitos outros temas interessantes numa linguagem acessível destinada ao público em geral.

Muitos outros padrões matemáticos têm sido atribuídos à Grande Pirâmide de Quéops. Voltamos à figura 1 para apresentar dois exemplos. Afirma-se recorrentemente que ao dividir $4a$ por h , ou seja, metade do perímetro da base pela altura da pirâmide, se obtém um valor aproximado de pi (a dízima infinita não periódica, aproximadamente igual a 3,14, que se define como a razão entre o perímetro de um círculo e o seu diâmetro). Por outro lado, os adeptos do número de ouro phi, já aqui mencionado por diversas vezes (phi é uma dízima infinita não periódica, aproximadamente igual a 1,618), afirmam que este se obtém ao dividir s por a , ou seja, ao dividir a altura de uma das faces laterais pela metade do comprimento do lado da base quadrangular. Contudo, muitos especialistas contestam que tenha sido intencional a incorporação destes padrões na construção da Grande Pirâmide por parte dos seus criadores. Se houve intencionalidade ou não, a verdade é que podemos encontrar vários padrões matemáticos nas pirâmides do Egito!