

Emanuel Oliveira Medeiros
(organizador)

**FORMAÇÃO
PLURIDIMENSIONAL
DE EDUCADORES
E PROFESSORES
EM DINÂMICAS
DE INTERVENÇÃO
EDUCACIONAL**



Edições
PIAGET

HORIZONTES PEDAGÓGICOS



<i>NO BANQUETE DO CONHECIMENTO O SABOR DO DESEJO DE SER</i>	
GABRIELA CASTRO	195

<i>EXPLORAR E INVESTIGAR NA AULA DE MATEMÁTICA: DO JOGO ÀS NOVAS TECNOLOGIAS</i>	
RICARDO CUNHA TEIXEIRA	205

1. Introdução	205
2. A matemática e o jogo	206
3. O processo de modelação matemática e as novas tecnologias	209
4. Tarefas de investigação	212
4.1 Qual o menor número de deslocamentos?	212
4.2 Qual a probabilidade de um jogador ser eliminado?	218
5. Considerações finais	221
6. Referências bibliográficas	222

<i>A MATEMÁTICA COMO FORMADORA E INFORMADORA</i>	
HELENA DE FÁTIMA SOUSA MELO	223

Bibliografia	231
--------------------	-----

<i>FORMAÇÃO DE EDUCADORES E PROFESSORES: VALORES, CURRÍCULO(S) E CULTURA(S) — QUE SOCIEDADE DO CONHECIMENTO?</i>	
--	--

EMANUEL OLIVEIRA MEDEIROS	233
1. Introdução	233
2. Formação de educadores e professores: algumas questões	234
3. Conceções de currículo e conexões com perspectivas sobre práticas docentes	241
4. Currículo, valores, cultura(s), complexidade e conhecimento(s): reorganizar, religar e semear a esperança	265
Referências bibliográficas	277

A MATEMÁTICA COMO FORMADORA E INFORMADORA

HELENA DE FÁTIMA SOUSA MELO
CMATI

Departamento de Matemática
Universidade dos Açores

Colóquio Nacional

*«Formação Pluridimensional de Educadores e Professores em Dinâmicas
de Intervenção Educacional: Currículo(s), Cultura(s) e Saberes na Sociedade
do Conhecimento»*

25, 26 e 27 de outubro de 2012

Desde os tempos mais remotos já conseguimos notar o desenvolvimento de algumas atividades matemáticas, quer através de figuras rupestres, quer por marcas em objetos, quer por outras formas de expressão.

O homem primitivo intuía alguns conceitos matemáticos relacionados com a contagem e com a representação geométrica, mesmo sem ter bem consciência dos mesmos.

Segundo Carl Benjamin Boyer (3/11/1906-26/4/1976) — matemático e historiador da matemática, nascido nos Estados Unidos da América — na sua obra *História da Matemática*, edição traduzida de 1978, refere que há registos de mais de 4000 anos que revelam que a Matemática sempre esteve associada a ideias relacionadas com a exatidão, com a ordem e a perfeição. Esta passou a ser uma ferramenta de representação, interpretação e previsão de fenómenos naturais. De acordo com Florian Cajori (28/2/1859-14/8/1930) — matemático suíço, professor de matemática e de física, muito conhecido por seus trabalhos em história da matemática — no seu livro *A History of Mathematics*, Ebook de 2010, comenta que a Matemática servia para o desenvolvimento do comércio, das construções e do manejo das terras. Com isto, podemos notar a Matemática como informadora.

Com base nestes autores e em Howard Whitley Eves (10/1/1911-6/6/2004) — matemático nascido nos Estados Uni-

dos da América especializado em geometria e história da matemática — na sua obra *Introdução à História da Matemática*, edição traduzida de 1997, ficamos com o conhecimento que por volta dos séculos VI e V a. C., em Atenas, o trabalho braçal era desempenhado por escravos, possibilitando, à classe dos cidadãos, mais tempo para o lazer e a meditação. Naquela época, um cidadão era respeitado proporcionalmente a sua educação. Necessitavam, assim, de um grande número de professores. Estes, por sua vez, dedicavam-se principalmente ao ensino da Oratória, da Filosofia, bem como da Matemática. Assinalamos então a Matemática como formadora.

Constatamos que com os gregos, surge a necessidade de demonstrar e apresentar resultados em matemática, emergindo claramente este seu caráter formativo para além de informativo.

Passemos a exemplificar estas suas características referenciando a publicação no século III a. C. da obra intitulada *Os Elementos*, composta por 13 livros, com mais de 100 definições e com um total de 465 proposições demonstradas, da autoria de Euclides de Alexandria (c. 325 a. C.-c. 265 a. C.).

Esta obra foi considerada como a primeira publicação de caráter científico e Howard Eves a vê como um dos maiores sucessos editoriais, com perto de mil edições. Esta coleção, que também reúne a produção de vários povos até ao momento de sua escrita, não é importante apenas pelo seu conteúdo matemático, mas igualmente pelo seu método de exposição, foi utilizada como livro didático, e de inspiração para outros, influenciando, assim, livros mais modernos de geometria.

O grande êxito desta obra deve-se à sua apresentação lógica do conhecimento matemático, que a partir de uma pequena associação de axiomas consegue obter resultados fortes.

A obra *Os Elementos* é um tratado que engloba uma coletânea de definições, postulados, axiomas, proposições, desde teoremas e construções, bem como as provas matemáticas das proposições, as ditas demonstrações. Os treze livros cobrem a geometria euclidiana, a geometria espacial e o que conhecemos atualmente com teoria elementar dos números.

Dos treze livros, seis são dedicados à geometria plana. Resumidamente, o livro I contém postulados, definições, proposições

e o conhecido **Teorema de Pitágoras** e também julgamos que a maior parte do seu conteúdo se deve aos pitagóricos. O livro II trata sobre a geometria das áreas, que usualmente designamos por álgebra geométrica. O livro III abarca muitos teoremas sobre ângulos, círculos, secantes e tangentes. O livro IV aborda a construção de alguns polígonos regulares, bem como a sua inscrição e circunscrição num círculo. O livro V menciona a teoria das proporções de Eudoxo, que por sua vez é aplicada à geometria plana no livro VI.

Os livros VII, VIII e IX são consagrados à Teoria de Números. O livro X, o mais extenso dos treze, trata sobre as grandezas irracionais. Os livros XI, XII e XIII são sobre geometria no espaço, ou tridimensional.

Outro bom exemplo da matemática como formadora e informadora reporta-se à China, durante a dinastia *Han* (c. 200 a. C. a 220 d. C.). Nesta dinastia foram transcritos, de memória, textos literários e científicos, visto que por volta de 221 a. C. o imperador Shih Huang Ti, da dinastia *Qin* (259 a. C. a 210 a. C.), que foi quem idealizou e começou a construir a Grande Muralha da China, mandou queimar todos os livros. Foi por esta ocasião que compilaram um dos mais influentes textos matemáticos chineses, *Os Nove Capítulos da Arte Matemática*, um clássico da matemática chinesa, contendo 246 problemas, distribuídos em 9 capítulos, sendo composto por um conjunto de problemas com regras gerais para a sua solução, assumindo um caráter de cálculo aritmético. Este livro, de autor desconhecido, que trata sobre problemas de aritmética e geometria e aborda questões relacionadas com medidas de terras, agricultura, engenharia, impostos, entre outros, influenciou toda a matemática chinesa, foi utilizado como manual de ensino, não apenas na China, mas também nos países e regiões vizinhas, até por volta do século XVII, quando a ciência ocidental se introduziu no Oriente. Este manuscrito é muitas vezes comparado aos *Elementos* de Euclides.

O matemático *Liu Hui* (c. 220-c. 280) comentou esta obra, escrevendo *O Manual da Aritmética da Ilha*, que inicialmente foi considerado como um apêndice ao último capítulo dos *Nove Capítulos da Arte Matemática*. Contendo nove problemas e as

respetivas soluções, todos relacionados com a medição de distâncias, versa sobre o Teorema de Pitágoras.

Estas obras elucidam uma Matemática que informa e ao mesmo tempo forma.

Considerando alguns acontecimentos ao longo da história da matemática, verificamos que certos tópicos da matemática foram motivos de questionamentos, de debates ou até mesmo de discórdias entre a comunidade matemática.

Por exemplo, durante a segunda metade do século v a. C., a busca da solução, com apenas uma régua não graduada e um compasso, dos três problemas clássicos da Antiguidade, influenciaram a formação da geometria grega, estimulando, com os seus questionamentos, o desenvolvimento desta «ciência» durante mais de dois mil anos.

Estes três problemas são:

- a quadratura do círculo, onde procuramos a medida do lado de um quadrado que tenha a mesma área de um círculo;
- a trissecção do ângulo, que naturalmente busca dividir um ângulo em três partes iguais, visto que em duas partes, com a utilização do compasso, podemos fazê-lo sem quaisquer problemas;
- e a duplicação do cubo, onde pretendemos encontrar a aresta de um cubo cujo volume seja o dobro do volume de um cubo dado.

Mencionemos também a controvérsia sobre o quinto postulado de Euclides, também conhecido como axioma das paralelas, que aparece no livro I dos *Elementos*, com o seguinte enunciado:

«Se uma linha reta cortar duas outras retas de modo que a soma dos dois ângulos internos de um mesmo lado seja menor do que dois retos, então essas duas retas, quando suficientemente prolongadas, cruzam-se do mesmo lado em que estão esses dois ângulos.»

Por outras palavras refere que «por um ponto fora de uma reta pode-se traçar uma única paralela», segundo a formulação

moderna dada pelo matemático e geólogo escocês John Playfair (10/3/1748-20/7/1819).

O quinto postulado de Euclides, ou axioma das paralelas, foi causa de muitos debates, análises e discórdias.

Muitos achavam que se tratava de uma proposição e não de um postulado e sendo assim, poderia ser demonstrada. Pensamos que a primeira tentativa de demonstração, da qual se tem conhecimento, foi feita no século II por Cláudio Ptolomeu (c. 85-c. 165) — cientista grego que viveu em Alexandria.

No século V, Proclus Diadochus (8/2/412-17/4/485), nascido em Constantinopla, afirma claramente que este postulado pode ser demonstrado a partir dos outros quatro e cita Ptolomeu.

Uma outra tentativa de demonstração, segundo relatos, aparece no século VI e é atribuída ao grego Aganis. Algumas outras tentativas se seguiram. Podemos mencionar as tentativas dos matemáticos árabes Al Haytan no século XI e Al Kaysam, nos inícios do século XII, bem como a do matemático persa Nasiraddin at-Tusi, no século XIII, que apresentou uma tentativa de demonstração em que a sua parte final recorre a um raciocínio parecido ao de Aganis.

Julgamos que foi nos finais do século XVII, com o matemático britânico John Wallis (22/11/1616-28/10/1703), que se inicia a crítica e análise a este postulado. Wallis tenta também demonstrá-lo mas apenas propõe um novo enunciado para o quinto postulado. A apreciação deste postulado continua com o abade jesuíta italiano, também matemático, Giovanni Girolamo Saccheri (5/9/1667-25/10/1733). Saccheri talvez tenha sido o primeiro a examinar uma nova abordagem, utilizando a técnica de redução ao absurdo, negando o postulado.

No século XVIII, prossegue o estudo com os matemáticos Johann Heinrich Lambert (26/8/1728-25/9/1777), de origem francesa e radicado na Alemanha, com Adrien-Marie Legendre (18/9/1752-19/1/1833), outro matemático francês, e com Johann Carl Friedrich Gauss (30/3/1777-23/2/1855), também ele astrónomo e físico alemão. Assim, neste século podemos citar também as tentativas de Saccheri em 1733, Lambert em 1766 e Legendre em 1794.

Mas é no século XIX que estas investigações atingem o seu auge, com o surgimento de algumas propostas de geometrias alternativas que não tinham como base o quinto postulado. Nikolai Ivanovich Lobachevski (2/11/1792-24/2/1856), matemático russo, supôs que *por um ponto fora de uma reta passam infinitas retas paralelas a uma reta dada*, formulando uma nova geometria, através de deduções lógicas, sem contradições e tão correta quanto a geometria de Euclides. Esta foi denominada inicialmente «imaginária» e posteriormente «pangeometria», nos dias de hoje é conhecida como Geometria Hiperbólica. O matemático húngaro János Bolyai (15/12/1802-27/1/1860) também desenvolveu trabalhos semelhantes ao de Lobachevski em geometria não euclidiana.

Bolyai admitiu a negação do postulado do paralelismo de Euclides como hipótese não absurda, mas sim como um novo postulado que junta aos postulados habituais da geometria absoluta, constituída pelos quatro postulados iniciais de Euclides. Por sua vez, o matemático alemão Georg Friedrich Bernhard Riemann (17/9/1826-20/6/1866) admitiu que *por um ponto fora de uma reta não passa nenhuma reta paralela a uma reta dada*, esboçou assim as bases da Geometria denominada Esférica, que é, por assim dizer, o modelo mais simples da Geometria Elíptica.

Estas novas geometrias permitiram uma série de avanços nas ciências do século XX. Como exemplo, podemos mencionar a elaboração da Teoria da Relatividade de Einstein. Com isto reconheceu-se que estas novas geometrias tinham suas aplicações práticas.

Mais uma vez, a informação gerada por conceitos matemáticos produz uma formação de novos pensamentos e conhecimentos.

Observamos que até ao século XIX a matemática deparou-se com conjunturas desafiadoras, e devido ao nível de conhecimento da época, surgiram questões que conduziram a sua evolução, formando e informando.

Sem dificuldades sentimos que a Matemática é algo vivo, em constante desenvolvimento que informa e forma através dos seus conceitos, dados, interpretações, deduções. Através da sua própria evolução. A informação e a formação pela Matemática disputam as suas posições na sociedade do conhecimento e do saber.

No ensino da matemática, estas características devem ser mais evidenciadas e trabalhadas. Nas universidades, por causa da confusão que há entre o matemático e o professor de matemática, em que o primeiro estuda a Matemática para alargar as fronteiras do conhecimento e o segundo procura novas metodologias para facilitar a sua aprendizagem, parte das competências de um matemático estão relacionadas com o ensino e a formação de professores, neste seguimento, até bem pouco tempo atrás, formavam-se professores com características puramente formalistas, preocupados com demonstrações rígidas e com o rigor da linguagem e não professores com características de formadores e informadores. Felizmente esta tendência vai-se desvanecendo. Hoje em dia há a transmissão de uma matemática que dá ênfase à sua aplicabilidade, estimulando os alunos a estabelecerem conexões entre as ciências e a vida, valorizando também o concreto e o observável, para além das ideias e dos ideais. Mas nunca desprezando o rigor científico.

Deste modo, há que utilizar materiais diversos no seu ensino bem como exemplos do quotidiano.

Com os dados que nos informam desenvolvemos conclusões que nos formam. A matemática auxilia a informar e formar simultaneamente. Pois um conhecimento que seja abrangente e interdisciplinar possibilita uma melhor utilização e adequação dos conteúdos matemáticos nestas duas vertentes de ser formadora e informadora.

Vários autores defendem que a informação dos aspetos filosóficos da matemática auxilia na formação de professores. Por isso, estudar o pensamento dos antigos filósofos gregos, ou mesmo das correntes de pensamento do século XIX, propicia um preparo adequado ao futuro professor.

Saber como flui a história do pensamento matemático ao longo dos tempos ajuda-nos a entender certas posições e escolhas perante um determinado problema.

Assim, é minha opinião que para ser um bom professor não basta informar, transmitir conhecimentos, há que também formar, estimular pensamentos, questionar, promover saberes.

A matemática inicialmente era a Ciência dos números, visto que era utilizada basicamente para contar, isto é, informar,

depois, com a intervenção do pensamento dos filósofos da Grécia Antiga, complementa-se com a preocupação também de formar. Notamos que a Matemática, em seu todo, pode ser entendida como uma produção social de saberes culturais acumulados.

A quantidade de aplicações do conhecimento matemático no nosso cotidiano faz com que a matemática seja considerada um saber básico para as gerações futuras, formando e informando.

Apesar de por vezes estas aplicações não serem tão evidentes, não é difícil de compreender a estreita relação entre a matemática e outras áreas do conhecimento, desde a Mecânica, a Física, a Química, a Biologia, a Arquitetura, a Medicina, a Psicologia, entre outras.

Assim, é fácil observar que a matemática está presente nas mais diversas relações do homem com o mundo e consequentemente é imperioso que esta faça parte da formação de todos, auxiliando no desenvolvimento do próprio homem.

Segundo o ex-presidente da Sociedade Brasileira de Matemática, Geraldo Severo de Sousa Ávila (17/3/1933-29/8/2010), num dos trechos de seu livro *Várias facetas da matemática*, que passo a citar... «A matemática deve ser ensinada nas escolas porque é parte substancial de todo o património cognitivo da Humanidade. Se o currículo escolar deve levar a uma boa formação humanística, então o ensino da Matemática é indispensável para que essa formação seja completa. O ensino da Matemática se justifica ainda pelos elementos enriquecedores do pensamento matemático na formação intelectual do aluno, seja pela exatidão do pensamento lógico-demonstrativo que ela exhibe, seja pelo exercício criativo da intuição, da imaginação e dos raciocínios por indução e analogia. O ensino de Matemática é também importante para denotar o aluno do instrumental necessário no estudo das outras ciências e capacitá-lo no trato das atividades práticas que envolvem aspetos quantitativos da realidade.» E ainda acrescenta: «É claro que uma pessoa pode prescindir de conhecimento matemático e mesmo assim ser um grande ator, escritor, estadista, enfim, um profissional realizado em muitos domínios do conhecimento. Mas, certamente seus horizontes culturais serão mais restritos. A situação é análoga à de uma pessoa que, mesmo possuindo competência matemática, tenha pouco ou nada de conhecimentos humanísticos; seus horizontes culturais também serão limitados.»

Através dos exemplos e opiniões que foram referenciados observamos que a Matemática forma e informa. E dando como exemplo a matemática, proponho que sejamos professores formadores e informadores, mesmo sem ser matemáticos.

BIBLIOGRAFIA

- ÁVILA, Geraldo S. de S. *Várias facetas da matemática: tópicos para licenciatura e leitura geral*. São Paulo, Blucher, 2007.
- BOYER, Carl. *História da Matemática*, São Paulo, Edgard Blucher, 1978.
- CAJORI, Florian. *A History of Mathematics*, EBook #31061, 24 de janeiro, 2010
- EVES, Howard. *Introdução à História da Matemática*, Unicamp, Campinas, 1997.
- BONGIOVANNI, Vincenzo, e JAHN, Ana Paula. «De Euclides às geometrias não euclidianas». *UNIÓN — Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, junho de 2010, n.º 22, pp. 37-51.
- <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/euclides/euclides.htm>
- <http://www.educ.fc.ul.pt/docentes/opombo/seminario/quintoposteuel/agnis.htm>
- <http://www-history.mcs.st-and.ac.uk/>
- <http://hyperapophysis.net/proclus/biografia.html>